WANDSWORTH
LS 1103 B

S.1103.B.10

DE BONONIENSI SCIENTIARUM ET ARTIUM INSTITUTO ATQUE ACADEMIA COMMENTARII.

TOMUS SEXTUS.



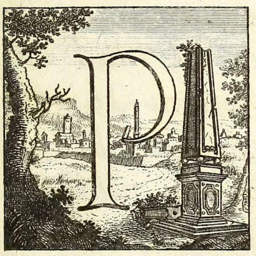
BONONIÆ

Ex Typographia Lælii a Vulpe. MDCCLXXXIII.

SUPERIORUM PERMISSU.

BRITISH MUSEUM NATURAL HISTORY

PIO SEXTO
PONTIFICI MAXIMO.



PRodit tandem in lucem Sextus hic commentariorum tomus, quem niſi Tibi, Sanctissime Pater, *offeram, non ſolum deſim ipſe mihi,*

ſed Academiæ, totique Inſtituto vim facere videar. Ea enim continet, quæ vel in ipſo acta ſunt Inſtituto, vel ſunt ab Academicis conſcripta; editur autem a me illis, ſi minus jubentibus, at concedentibus certe, vel potius conſentientibus. Quare eſt ipſe non tam meæ, quam Inſtituti, atque Academiæ voluntatis teſtis. Qui ſi meam, ſi Inſtituti, & Academiæ voluntatem præſefert, liceat mihi, SANCTISSIME PATER, *affirmare, nihil ipſi deeſſe, quominus ſit plane Tuus. Nam ut omittam, aliis nominibus Tuum eſſe Inſtitutum, Tua quæcumque in eo perficiuntur, Tua quæcumque ad illud aliquo modo pertinent, hoc etiam Tui ſumus, quod immortalibus Tuis beneficiis ita nos Tibi devinxiſti, nihil ut magis velimus, quam Tui eſſe, nec quidquam tam ſit nobis propoſitum, quam ut Tui videamur. Quod ſi difficile admodum eſt tanto nos propoſito*

non

non indignos præbere, ſperamus tamen, quæ Tua eſt ſingularis, ac prope incredibilis clementia, fore hanc noſtram Tibi acceptam voluntatem; idque ut eveniat Te etiam atque etiam precamur. Cujus quidem nos voti compotes eſſe factos intelligemus, ſi ad cetera præſtantiſſima Tua erga nos merita hoc etiam acceſſerit, ut librum hunc libenti animo excipias, qui eo vel maxime carus nobis eſt, quod de Tuis etiam in nos collatis beneficiis commemorat. Quamquam recentiora, quæ adhuc majora ſunt, referre non poteſt, quippe qui, cum ea contuliſti, eſſet magna ex parte jam impreſſus; quorum propterea commemoratio tomum, qui hunc ſequetur, & exteris commendatiorem, & nobis gratiorem efficiet. Interim infixa hæret noſtris mentibus memoria, digna ſane quæ ampliſſimis conſecretur monumentis, auſpicatiſſimæ illius diei, qua, non alienum ratus

Maje-

Majeſtate Tua Inſtitutum viſere, ſedes has, hæcque optimarum artium, ac diſciplinarum domicilia novo, nec ante umquam audito honoris genere cumulaſti; Profeſſores auguſtiſſimo aſpectu Tuo recreaſti; Academiam clementia, ac pene dixerim benignitate complexus es tam eximia, ut nemo fuerit, qui non penitus commoveretur; Inſtituti denique ipſius cenſum, & Profeſſorum præmia annuis attributis pecuniis liberaliſſime amplificaſti. Quo quidem præclariſſimum nobis ſignum ſuſtuliſti ad bene de omni Inſtituto ſperandum: nam præterquam quod id tribuiſti, quo & diſciplinarum, quas colit, ſupellex poſſit in dies augeri, & Profeſſores fiant ad ſua proſequenda ſtudia alacriores, quibus ſine rebus florere, & ſplendeſcere Inſtitutum non poteſt; tanta exſtitit lenitatis Tuæ, ac benevolentiæ ſignificatio, ut dubitari non ſiveris, quin ſit idem ſemper

futu-

ſuturum Tibi majorem in modum commendatum. Tanto autem, tamque luculento Patrocinio ſi tueri ſe, ac confirmare poſſit, jam nihil ſibi deeſſe ad gloriam putabit. Quæ dum conſidero, jam minus timide, quamquam ſumma, uti debeo, cum veneratione, librum hunc ad Te, SANCTISSIME PATER, *deſero; in ſpem enim inducor fore, ut qualiſcumque ſit, cum tamen ſe dicat ab Inſtituto profectum, clementer a Te excipiatur. Quod ſi impetravero, uberrimum, atque adeo maximum voluntatis noſtræ, ut etiam pro Inſtituto, & Academia pollicear, fructum nobis tuliſſe videbimur. Faxit Deus Optimus Maximus, ut cum noſtro, & litterarum, quas coluiſti Tu quidem ſemper, ac mirifice foviſti, tum univerſæ Chriſtianæ Reipublicæ bono, & Tuo quam diutiſſime valeas.*

DE

DE BONONIENSI SCIENTIARUM ET ARTIUM INSTITUTO ATQUE ACADEMIA COMMENTARII.

ANnis jam duodecim elapſis, poſteaquam tomus commentariorum noſtrorum quintus prodiit, non dubito fore pleroſque, qui in ipſo hoc ſexti aditu cauſas opperiantur cunctationis, quæ a noſtræ præſertim ætatis ingenio, quando tanta eſt librorum edendorum feſtinatio, aliena maxime eſſe videatur. Atque hi erunt fere, qui noſtrum eſſe putabunt, a tantæ culpa negligentiæ Academiam liberare, ſi fieri poſſit; ſin minus, errati veniam impetrare. Sed facere primum quam breviſſime poſſumus, & nullis prolatis cauſis, ſi dixerimus, quod firmiſſime etiam aſſeveramus, Academiam nulla in re huic editioni defuiſſe; tarditatem omnem aliunde eſſe profectam. Neque vero, etiam ſi affirmare id non poſſemus, facile ad faciendum adduceremur alterum, veriti ne id facientes Academiam in arrogantiæ ſuſpicionem, a qua longiſſime abhorret, vocare videremur. Tanti enim illam ſua facere non credimus, ut peccare ſe putet, ſi quæ nullo cogente ſcribit, ea emittere non properet. Quæ ſi tardant exſpectata, ipſa in culpa non eſt, quæ nec umquam exſpectare juſſit, & ſæpe ea aperuit, ex quibus appareret, non ſibi properare licere. Eam tamen exſpectationem tantum abeſt ut moleſte ferat, ut maxime etiam probet, ſibique honorificam putet: ſua enim videt aliquid eſſe; quæ niſi aliquid eſſent, exſpectationem non moverent.

Quamobrem alacriori jam animo, quoniam princeps tantæ tarditatis cauſa nuper ſingulari Senatorum Inſtituti Præfectorum providentia, ut ſuo loco dicemus, ſublata eſt, operam dabit, ut omnem impoſterum præveniat exſpectationem. Quod ſane non dubito ejus nomine jam nunc promittere, atque polliceri, præſertim cum tanta in promptu ſit opuſculorum copia, quanta pluribus tomis ſufficere poſſit. Atque hujuſmodi quidem a nobis promiſſum reportaſſe gratius multo fore exſpectantibus confido, quam omnes noviſſe, quotquot proferri poſſent, ſuperioris cunctationis cauſas: quæ ſint quamvis honeſtæ, diligenterque deſcriptæ, numquam tamen, ut iidem exſpectandi moleſtiam non habuerint, efficere valeant. Itaque nulla adjecta mora ad propoſitum veniemus, & quæ in Scientiarum Inſtituto ex anno milleſimo ſeptingenteſimo ſexageſimo ſeptimo acta ſunt primum exponemus, tum quæ ab Academicis ad diſciplinas varias illuſtrandas propoſita fuerunt declarabimus.

De Senatoribus Inſtituti Præfectis.

INſtituti præfecturam obtinebant eo, quem poſui, anno Hieronymus Coſpius, Cæſar Marſilius, Joannes Elephantutius, Ulyſſes Gozadinus, Joannes Franciſcus Aldrovandus, Joſeph Montius, Senatores ampliſſimi, atque publicæ rei adminiſtrandæ peritiſſimi; inter quos primo loco erat Coſpius. Sub finem anni ejuſdem Gozadinus Bononienſium ad Pontificem Maximum Orator a Senatu delectus Romam commigravit, ubi adhuc hæc nobis ſcribentibus ejus honoris perfunctione utitur. Itaque ne quinque, qui reſtabant, Præfectis laborum ſocius interea eſſet deſiderandus, anno ineunte ſeptuageſimo ſupra milleſimum ſeptingenteſimum Senatus iis Pyrrheum Malvetium adjunxit, eximia virum pietate, morum ſuavitate ſingulari, eumdemque a litteris excultiſſimum; in cujus laudes hoc etiam referre poſſumus, quod Sigiſmundi erat filius, qui antequam Senatorio ſe munere abdicaret, Inſtituti Præfectus erat, illudque diu conſilio, opera, ac muneribus juverat, ornaveratque. Talis cum eſſet Malvetius, taliaque exempla ante oculos haberet, dignus in primis erat, qui perpetuam Inſtituti præfecturam teneret. Illud

lud ergo fuerat opportuniſſime proviſum, ut qui præfecturam pro Gozadino gereret, in eadem etiam poſt hujus in patriam reditum maneret.

Sed annus milleſimus ſeptingenteſimus ſeptuageſimus quartus cœpit Inſtituto eſſe gravis. Nam ſub hujus anni initium Elephantutius Senatoriam dignitatem, quo litteris commodius, ſtudiiſque vacaret, quibus erat maxime deditus, dimittere voluit, & patriæ privatus prodeſſe, cui plurimum profuerat Senator. Anno proximo Elephantutium imitatus eſt Montius: eodem anno exeunte Marſilius, quod gravius eſt, e vita deceſſit; nec ita multo poſt deceſſit etiam Coſpius. De horum laudibus nihil ad ea, quæ ſuperioribus tomis dicta ſunt, hic addemus: ſpatii enim anguſtia huic commentario conceſſi nos cogit eſſe breves. Sed præterire nec poſſum, nec debeo, quod litteras maxime reſpicit, Elephantutium, paulo poſt quam muſarum otio frui cœpit, Ulyſſis illius Aldrovandi, qui præſtantibus ſuis in naturalem hiſtoriam promeritis etiamnum claret, vitam ſcripſiſſe, mira ſane diligentia, ſummoque nitore; ſicque nobiliſſimi civis egregia facta vel ab obſcuritate, vel a mendacio certiſſimis monumentis vindicaſſe. Illam, tamquam ſui in Academiam, atque in omne Inſtitutum amoris pignus, Academicis dicavit, in quorum deinde numerum ob tot merita fuit quam honorificentiſſime cooptatus. Ediderat idem non multo ante librum de rebus geſtis Aloyſii Ferdinandi Marſilii, qui Inſtituti auctor fuit, eumque Lazari Opitii Pallavicini nomini inſcripſerat, ſumma tum auctoritate, tum doctrina Cardinalis, qui & Bononiæ fuerat Legatus, & erat tunc Romæ a Clemente XIV Pontifice Maximo univerſæ reipublicæ adminiſtrator conſtitutus. Eum librum quicumque legerit, non poterit ſermonis elegantiam, ordinis perſpicuitatem, & totius eruditionis delectum non vehementer laudare. Nunc probatiſſimis ex omni memoria collectis monumentis vitas Bononienſium, qui litteris claruerunt, illuſtrat Elephantutius, quas magnam jam partem, dum ſcribimus, ad prelum concinnatas eum habere intelligimus. Sed his, quos diximus, Senatoribus quinam in præfectura ſucceſſerint jam oſtendamus.

Elephantutio Alphonſus Bonfiolus ſuffectus eſt, de antiquiſſima, nobiliſſimaque gente Malvetia, patre ortus Joſepho, Vincentii Cardinalis ampliſſimi, qui tum erat Bononiæ

Archiepiſcopus, fratre. Venerat non ita pridem ex itineribus, quæ, ut cultiſſimas Europæ nationes viſeret, ſuſceperat. Ac tanta in eo ad rerum gerendarum prudentiam accedebat lenitas animi, tamque apta, & ad omne humanitatis ſtudium diſpoſita natura, ut ſi illud etiam addas, quod ab optimis quibuſque artibus, phyſica in primis, & mathematica, inſtructiſſimus erat, ad Inſtitutum, litteratorum hominum ſedem, & quaſi diſciplinarum arcem, gubernandum factus videretur. Tali tamen gubernatore haud diu uti Inſtituto licuit. Nam brevi factum eſt, ut primum Clementis XIV P. M. invitatu, deinde etiam patrui impulſu Sacerdotium inierit, ac ſtatim, quod fieri ſolet, omnem publicorum munerum curam abjecerit. Itaque anno ineunte milleſimo ſeptingenteſimo ſexto & ſeptuageſimo quatuor adhuc deerant Inſtituto Senatores Præfecti.

Horum deligendorum cauſa convenit eodem anno Senatus ad VI non. martias; magnaque erat exſpectatio, quibus præfectura cederet. Hanc ſuffragia mirifice expleverunt. Præfectos enim tulerunt Joannem Lambertinum, Joſephum Angelellium, Ludovicum Saviolum, Antonium Silveſtrium Bovium; a quibus certa ſpes erat bene Inſtituto eventurum. Nec vero poterat Lambertino non eſſe carum Inſtitutum, quod & Egano patri, qui, dum vixit, præfecturam tenuit, & hujus patruo, Benedicto XIV P. M., qui alter Inſtituti conditor jure dici poteſt, fuerat cariſſimum. Quamquam non ſolum propter horum vel auctoritatem, vel merita commendabat ſe illi Inſtitutum, ſed etiam propter eas artes, quas maxime colit, phyſicam præſertim, & mechanicam, quarum erat ille diligentiſſimus. Eademque cauſa ceteros quoque efficiebat optime erga Inſtitutum animatos: pari enim ſtudio liberalem quamque, & dignam homine nobili doctrinam omnes proſequebantur. Cujus rei Angelellius, & Saviolus publicam ſignificationem dederant: quorum alter tragœdias, perdifficile ſane poematis genus, ſcripſit non paucas, valdeque probatas: alter & Bononienſium annales ſeveriſſimo rerum delectu, duriſſimaque conquiſitione conficiebat, quorum volumen primum, dum hæc ſcribebam, erat brevi lucem aſpecturum; & ediderat jam multo ante odarum faſciculum, haud magnum quidem, ſed Venere, & Apolline dignum. Hinc minime mirum, quod eſſet ſermo utriuſque di-

diſertus; quæ res cum in negotiis conficiendis plurimum valeat, propterea in hoc etiam uterque præſtabat. Neque minus verſibus ſcribendis delectabatur Bovius, quos multos condiderat ſuaviſſimos. Nepos erat ſororis Bovii illius, quem in primo commentariorum tomo iis annumeratum legimus, qui Inſtituto vix condito primi præfecturam obierunt. Docile habebat ingenium, & ad virtutem proclive; omneſque facile ab eo gratiam inibant, qui doctrinæ opinionem haberent. Hactenus quinam Senatores ad annum milleſimum ſeptingenteſimum ſeptuageſimum nonum Inſtituti rem gererent, expoſui: quam bene gererent, multis locis declarabunt ea, quæ ſum deinceps explicaturus.

De Profeſſoribus Inſtituti.

MUlta duodecim annorum intervallo mutata ſunt in Scientiarum Inſtituto, quæ ad hoc caput pertinent. Omnia, qua potero brevitate, perſtringam. Anno ineunte milleſimo ſeptingenteſimo ſexageſimo nono adhuc duos Inſtitutum deſiderabat adjutores, alterum ad chymicam, ad naturalem hiſtoriam alterum. Hos delegit Senatus XII cal. mart. eodem anno. Itaque Vincentio Putio, qui chymicam profitebatur, adjunctus eſt Aloyſius Laghius, ejus artis non minus, quam medicinæ ſcientia clarus. Utramque diſciplinam a Beccario acceperat, & filius erat Thomæ, quem ſæpe & honorifice in ſuperioribus tomis commemoratum invenimus: eum vero in omnibus ſemper ſe præſtitit, ut dignus haberetur tali & magiſtro, & patre. Cajetano autem Montio, qui naturalem hiſtoriam docebat, datus eſt ſocius Gabriel Brunellius Joannis, qui apud potentiſſimum Luſitanorum Regem mathematici munere fungebatur, frater. Guſtaverat & ipſe mathematica ſtudia; in ſacris vero profecerat valde; vehementerque humaniores litteras amabat: ſed nihil tam colebat, quam botanicam, omnemque naturæ hiſtoriam, in quas ſe denique totum abdidit. Quo minus mirandum, quod ei quinque poſt annis mortuo Baſſio, qui publico plantarum exoticarum horto præerat, ejuſdem horti præfectura eſt delata.

Proximo anno Galeatius, qui phyſicus erat, non tam ætate, quam meritis ſpectandus, ejus muneris, quam petebat,

bat, immunitatem obtinuit. Ei ſucceſſit Balbus, qui adjutor ante fuerat; huicque adjutor datus Joſeph Verattus. Homines hi ſatis jam famæ celebritate noti ſunt omnibus, præſertim qui ſuperiores commentariorum tomos legerint. Itaque ad alia propero.

Sub finem anni milleſimi ſeptingenteſimi primi & ſeptuageſimi Jacobus Mariſcottus, ut ſibi a geographiæ, nauticæque artis tradendæ labore ceſſare liceret, a Senatu impetravit. Aliis quippe, iiſque gravioribus ſtudiis diſtinebatur; ad quæ procuratio etiam accedebat rei familiaris, quæ ampla erat, fiebatque in dies amplior: ut propterea potuerit deinde Mariſcottus de patria mereri non ſolum, quod jam fecerat, ut litteratus homo, ſed etiam ut dives. Quare merito eum poſtea, ejuſque familiam Senatus nobilium ordini adſcripſit. Sed quæ Inſtituti ſunt proſequamur. Munus, quod Mariſcottus dimiſerat, habuit Aloyſius Caccianemicus Palcanus, homo ad majora quæque aptus, ingenio ſummo, paratiſſimoque ad omnia, & memoria prorſus ſingulari. Natus in primis videbatur ad eloquentiam, cujus laude inter omnes florebat: in philoſophicis porro diſciplinis erat exercitatiſſimus, & egregie inſtructus etiam a mathematicis.

Anno poſt quam hæc acta ſunt, Balbus apoplexia correptus intra paucos dies occubuit. Relinquebatur Verattus, qui phyſicam provinciam interea adminiſtraret, cui profecto vel ſolus, & ſine adjutore cum propter doctrinam, tum propter experimentorum uſum ſatisfacere quam cumulatiſsime poterat. Sed cœperat jam Senatorum Præfectorum animos ſollicitos habere illa cogitatio, in tanta phyſicarum doctrinarum multitudine, varietateque non niſi plurimorum annorum ſpatio totius phyſicæ curſum poſſe comprehendi; id incommodum eſſe præſertim exteris adoleſcentibus, qui Bononiam ſtudiorum cauſa confluunt, quorum plerique a parentibus repetebantur, antequam totum curſum confeciſſent. Neque vero dierum, quibus exercitationes in Scientiarum Inſtituto haberentur, numerus augeri commode poterat, Inſtituti ipſius ratione id impediente. Itaque cum ſententiæ ea de re variæ inter Præfectos fuiſſent, quarum alias aliis de cauſis probare ipſi non potuerunt, denique de duobus Profeſſoribus creandis, qui phyſicam inter ſe dividerent, & iiſdem ambo diebus alter ab altero, ut ceterarum diſciplinarum Profeſſores

fa-

faciunt, in munere quiſque ſuo verſarentur, ad Senatum retulere. Comprobata res eſt Senatus auctoritate, ſtatimque Profeſſores facti Laura Baſſia Joſephi Veratti uxor, & Sebaſtianus Canterzanus, qui idem erat Inſtituti, & Academiæ a Secretis. Inter hos ſic convenit, ut quæ phyſicæ pars arctiorem cum geometria conjunctionem habet, eam ſibi ſumeret Canterzanus, qui in mathematicis valde delectabatur; quæ vero plura, conquiſitioraque experimenta requirit, Baſſiæ tota eſſet, cujus cognita jamdiu, perſpectaque erat cum rerum ipſarum ſcientia, tum experimentorum capiendorum induſtria, in quibus vel a prima juventute cum omnium admiratione ſe ſe exercuerat. Eo in munere Canterzanus adjutorem habuit Joannem Laurentium Bonaccurſium, probatum medicum, hominem phyſicarum machinarum experientiſſimum, qui operam ſuam in re phyſica adminiſtranda Galeatio, & Balbo multos annos tribuerat; Baſſia habuit Verattum, dignum ſane qui Profeſſor numeraretur; ſed antiquius ei fuit, jucundiuſque uxoris ſocium ſe eſſe, quam Profeſſorem ab uxore diviſum.

Nunc me temporum ordo ad militarem architecturam vocat. Huic cum ad annum uſque ſeptuageſimum ſextum ſupra milleſimum ſeptingenteſimum præfuiſſet per quam diligentiſſime Gregorius Caſalius, vereri idem cœpit, ne parem ei, ac ante, præbere impoſterum aſſiduitatem non poſſet, modo ſenatoriis muneribus impeditus, modo etiam curis privatis: non levem enim operam ab eo adminiſtratio requirebat rei familiaris, qua non mediocriter ex teſtamentis auctus fuerat, unde ad eum nomina etiam, & cognomina manarunt, quibus nunc utitur, Philippus Maria Bentivolus Paleottus. Itaque eo, quem diximus, anno ſocium ſibi laboris, ſeu, ut vulgo loquuntur, coadjutorem in Inſtituto poſtulavit; non eſt enim ad id munus adjutor lege conſtitutus. Obtinuit vero quem maxime cupiebat, Petrum Landium, juvenem liberali indole præditum, litteris, & præſertim mathematicis ſtudiis præclare excultum. Tali ſocio adjutus potuit deinde Caſalius in publicam rem, & privatam omni cura, cogitationeque incumbere, nec ullam in partem Inſtituto deeſſe.

Venio jam ad id, quod non ſine magno dolore poſſum commemorare. Nam Franciſco Maria Zanotto ſublato, quali nos

nos orbati ſumus amico, vel potius parente! quantum Inſtituti, atque adeo univerſæ litterariæ reipublicæ lumen eſt exſtinctum! Annum agebat octogeſimum ſextum proſpera adhuc ſenectute utens, quantum quidem homo, qui tenui ſemper valetudine fuerat, ſtudiiſque indulgebat ſuis, a quibus numquam diſceſſerat; cum extremo autumno anni milleſimi ſeptingenteſimi ſeptimi & ſeptuageſimi pectoris rheumate affectus eſt, ad quod erat paulo proclivior. Minus ſibi cavendum a morbo putavit, e quo ſæpe alias feliciter evaſerat, maluitque ſuis ipſe viribus fidere, quam per medicum, amicoſque, ne vitam ſuam in diſcrimen vocare vellet, exorari. Interea gravius laborare, febre teneri, eoque adduci, ut e lectulo ſurgere non poſſet. Omnia tum, ſed ſero, & nequidquam, adhibita remedia. Viribus ſenſim deficientibus, die natali Domini paulo poſt ſolis occaſum pulmonis inflammatione conſumptus eſt. Integra ad extremum uſque fuit mente, mortemque ſumma animi conſtantia obivit: ſingulari enim fuerat in Deum, beatiſsimamque Virginem pietate, ſemperque perſuaſum habuit, eos inſanire, qui hominum litteraturam eorumdem incredulitate metiuntur. Vivus honores omnes conſecutus erat, quos ſecundum nobiles conſequi civis poteſt: ejuſdem mortui memoria honore principum conſecrata eſt. Atque ibi viſum, quam fuerat Zanottus omnibus carus. Nam cuncti nobilium, civiumque ordines ære collato & funus ei fecerunt pompa prope regali, cui ad decus ampliſsimi civitatis magiſtratus interfuere, & marmoreum monumentum nobiliſſima forma in Scientiarum Inſtituto ponendum curarunt. Hanc tantam illi gratiam aurei ejus ad præſtantia in litteras merita adjuncti mores pepererunt. Vix autem dici poteſt, quam eſſet ſermo ejus urbanus, & humanitatis ſale conſperſus. Quare nihil ejus conſuetudine jucundius; quam propterea clariſsimi quique vel litteris, vel genere, vel dignitate viri cupide requirebant. Quorum ſane multos poſſem honoris cauſa nominare: ſed inſtar eſt omnium is, cujus conjuncta cum imperio præſentia urbs hæc, totaque noſtra provincia perfruitur, Ignatius Boncompagnus Ludoviſius Cardinalis ampliſsimus. Hic enim, ut eſt in philoſophia, hiſtoria, omnique politica, & digna viro principe eruditione, quod vere dicimus, verſatiſsimus, non ſolum quibus diebus Academiam illam ſuam, quam ad has ipſas res excolendas

ſibi

ſibi conſtituerat, convocaret, ſed quam ſæpiſſime poterat, ætate licet florentiſſima, ſenis optimi ſocietate, & convictu utebatur. Verum de Zanotto qui plura cognoſcere cupit, commentarium de ejus vita legat in omnium ejuſdem operum editione, quam, dum hæc ſcribimus, Joſeph Luccheſinus, homo diligentiſſimus, typis elegantiſſimis concinnat, multa, quæ ante numquam prelo commiſſa fuerant, complectentem. Noſtrum eſt de eo illa narrare, quæ ad Inſtitutum pertinent: quo etiam in genere multa haberemus dicenda, quorum ſumma tantum capita attingemus.

In academicorum numerum ab anno jam uſque milleſimo ſeptingenteſimo decimo octavo relatus, quo tempore recens fuerat ad Inſtitutum adjuncta Academia, ad hujus formam poliendam, exornandamque, & ad Inſtituti rationem plane accommodandam non mediocrem operam contulit. Cum biennio poſt Inſtituti bibliothecæ præpoſitus fuerit, etſi id muneris annis non plus tribus retinuit, tamen librorum catalogos duos per ſummam diligentiam confecit. Creatus deinde Inſtituti, Academiæque a Secretis primus inſtituit res in utroque geſtas litteris mandare, & una cum Academicorum opuſculis edere: qua quidem re Inſtituti, & Academiæ celebritati ſtudens immortalem ſibi ipſe laudem comparavit. Neque a Secretis tantum ſe præbuit aliorum inventa deſcribens, ſed academici quoque partes obiit, atque ut erat non ſolum mente nitidiſsima, & plane ad elegantiam facta, verum etiam ingenio præſtantiſsimo, acerrimoque, multa ad diſciplinas illuſtrandas de ſuo protulit. Quamquam non minorem ex ſcriptis aliis, quæ extra Academiæ tomos nec pauca, nec uno in genere emiſit, eſt claritatem conſecutus: quibus hoc ipſo, quod jam conſtanti ſunt celebrata fama, non eſt cur hic moremur. A Secretis fuit annos tres & quadraginta, donec ſcilicet Beccario mortuo Inſtituti Præſes eſt renunciatus. Hujus enim ſedis, quæ poſt Senatores Præfectos prima eſt, dignitati cumulatius proſpicere ſe non poſſe Senatus putavit, quam ſi in eam Zanottum collocaret: quod cum faceret, id etiam, quod in primis cupiebat, conſequebatur, ut in eum hominem, a quo tantus ad Inſtitutum, & patriam ſplendor manavit, gratus, ut erat, ſic etiam haberetur. Iiſdem de cauſis ſedem illam poſtea tenuit Euſtachius Zanottus, qui Franciſci erat fratris filius, homo cum fami-

liæ nomine, tum vel maxime propria virtute clarus. Is ergo, hæc nobis ſcribentibus, Inſtituti erat Præſes, & ſimul in Specula Aſtronomicam rem, quæ illi jam inde a Manfredii obitu commiſſa fuit, ea cum laude adminiſtrabat, ut ſummo, cui ſucceſſerat, viro par haberetur.

Zanottum ſuum adhuc repoſcebat Academia, quaſi non fas eſſe putaret, digno immortalitate homine ſe orbari, cum novam repente jacturam fecit. Etenim anno milleſimo ſeptingenteſimo ſeptuageſimo octavo X cal. martias ſubita præcordiorum oppreſſio Lauram Baſſiam interemit. Quæ res eo gravior omnibus fuit, quo minus opinata: nam pridie ejus diei interfuerat Baſſia Academiæ, quam in primis frequentabat, neque ullam adverſæ valetudinis ſuſpicionem dederat. Maximo caſus hic ornamento univerſam etiam civitatem privavit, cui glorioſum erat feminam habere talem. Totius enim philoſophiæ erat peritiſſima: geometriam, atque algebram tenebat; deque his omnibus, ſive latine, ſive gallice, ſive italice loqueretur, ita loquebatur, ut nec aptius, nec ornatius dici poſſe videretur: non loquebatur autem, niſi re, & occaſione id poſtulante; modeſtiſſima quippe fuit, maximeque ab omni vel minima ſcientiæ oſtentatione aliena. Sed occaſiones habebat crebras, & prope quotidianas: nemo enim Bononiam veniebat bonis ſtudiis, atque artibus expolitus, quin de Baſſia ſtatim quæreret, eam viſeret, ſermoneſque cum ea litterarios vellet habere. Quo in numero viri principes fuere non pauci, potentiſſimique gentium florentiſſimarum domini; omneſque ſic ab ea diſcedebant, ut ejuſdem & mirarentur doctrinam, & virtutes laudarent. Græce etiam ſciebat. Sed res ante alias phyſicam diligentiſſime coluit, quam experimentis illuſtrare numquam intermiſit. Eamque ob rem cum libros permultos, tum vero inſtrumenta, & machinas omnis generis ſibi comparaverat, quibus nihil ad pulchritudinem deerat, nihil ad elegantiam. His vero omnibus non ſic utebatur ipſa, ut ſibi ſoli indulgeret, aliorum non proſpiceret commodo. Nam cum domi phyſicam publica auctoritate doceret, qua in palæſtra auditores habuit ad extremum uſque tempus frequentiſſimos, lectiſſimoſque, quæcumque ad experimenta, quæ & erant quotidie plura, & ſæpe ſumptuoſa, opus eſſent, ea de ſua ſupellectili depromebat. Cujus quidem liberalitatis præmii loco eſſe ei potuit, quod vidit,

e ſuis

e ſuis diſcipulis præſtantiſſimos Italiæ phyſicos exſtitiſſe. Magnum erat illi litterarum commercium cum doctis viris exteris, præſertim phyſicæ peritis; ut mirum videatur, in tanta ſtudiorum occupatione potuiſſe eam magno liberorum numero diligentiſſimam, quod ſane fecit, ſe matremfamilias præbere, & providentiſſimam. Talibus virtutibus, & moribus ejus ſuaviſſimis merito factum eſt, ut vivens ab omnibus coleretur, honoribuſque afficeretur, quales non niſi nobilibus matronis haberi ſolent; mortua deſiderium ſui apud omnes civitatis ordines non facile leniendum reliquerit. Phyſica provincia, quam in Scientiarum Inſtituto gerebat, Veratto ejus viro tradita eſt, cui adjutor datus Natalis Magnanus, homo cum ſacrarum, humaniorumque litterarum ſtudiis, quod commune eſt illi cum optimis fratribus, excultiſſimus, tum vero in phyſicis, mathematiciſque diſciplinis longe verſatiſſimus.

De iis, qui ſuam in Scientiarum Inſtitutum operam conferunt, hæc præcipua erant, quæ habebam dicenda. Si qua ſint alia ſcitu digna, ne nimis hujus magnitudo voluminis creſcat, ea in ſeptimum tomum rejicimus.

De iis, quæ Inſtituto ad facultates varias amplificandas acceſſerunt.

Acceſſiones Inſtituto factæ ſunt intra non multos annos nec paucæ, nec leves, partim multorum liberalitate, partim Senatorum Præfectorum providentia, quas in unum caput congero, ſingulas attingens quantum ſatis eſt, ut vel Inſtituti incrementa appareant, vel noſter erga tot bene de illo meritos gratus animus perſpiciatur. Ab eo exordior, quod non unius doctrinæ commodum reſpicit, ſed omnium. Quis enim hanc hodie laudem librariorum arti deneget, quæ vulgo typographica appellatur? Quam fuiſſet e re Inſtituti hanc artem in ejus ædes importari, ſenſerant jampridem Senatores Præfecti: ſed quominus importaretur, multa obſtabant. Conſilium tamen illi numquam dejecere: quin etiam pro ut occaſio ferebat, quidquid ad eam rem conducere videretur, longe quidem, ſed diligenter providebant. Cujus ſane diligentiæ fructibus ſenſim matureſcentibus, tandem hoc

ipſo, quo ſcribimus, anno perfici res potuit incredibili cum Academiæ totius, tum ſingulorum academicorum plauſu, qui poſthac nitidiſſimis typis, eorum potiſſimum commodo invectis, quæcumque litteris mandabunt, edere nullo negotio, & quam promptiſſime poterunt.

Locus typographiæ amplus æque ac elegans datus eſt in ædibus Inſtituti inferioribus ſub majorem bibliothecam. Effinxit characteres Franciſcus Barattinus, bononienſis homo, mira ad hanc artem dexteritate: torcularia vero, quæ aptiſſima eſſent, conſtruxit Joſeph Brunius, cujus cognitam jamdiu perſpectamque Inſtitutum habebat machinarum vel excogitandarum, vel perficiendarum induſtriam. Ipſum denique omnium ſive operum, ſive operarum regimen homini diligentiſſimo, atque typographicæ rei peritiſſimo, Petronio a Vulpe, demandatum eſt. Ne quid vero ad elegantiam deeſſet inſigne datum, quo librorum, qui imprimerentur, frons ornaretur: tria refert numina, Apollinem, Minervam, & Mercurium, ad artium ſcilicet, diſciplinarumque, quas Inſtitutum uno quaſi domicilio complectitur, ſocietatem ſignificandam.

Neque illud minus provide conſtitutum, ut bibliothecæ fines amplificarentur. Quamquam enim eos, circumſpiciens, ampliſſimos jam eſſe dixiſſes, tamen uſque adeo crevit librorum numerus, ut licet plutei plerique duplicem haberent voluminum ſeriem, alteram pone alteram, quamplurimi adhuc libri ſedem non invenirent; qui propterea nec commode jacere, nec ſub manu eſſe poterant. His ergo rite collocandis xyſtus exædificatus ſuper eum, qui ſtatuas habet, prorſus ſimilis, ut etiam ordinis pulchritudo adeſſet, & e regione alterius, qui jamdiu unam quaſi bibliothecæ appendicem efficiebat. Plutei quoque ſatis eleganti forma conſtructi, apteque diſpoſiti.

Ea res aliud etiam commodum attulit: nam parietes ſupra pluteos aliquot ex illuſtrium virorum imaginibus, quas Ludovicus Monteſanus de bibliotheca, cui præeſt, pluribus nominibus optime meritus quotidie comparat, excipere poterunt, quibus cœperat jam opportunus locus deſiderari. Sic unum conſilium rebus proſpexit duabus, bibliothecæ, & pinacothecæ. Creſcit enim hæc in dies tum Monteſani, ut dictum eſt, induſtria, tum civium ſtudio, qui ſuorum ima-

gines

gines vel ultro, vel ab illo invitati ad Inſtitutum deferunt. In his commemoratione maxime dignus eſt Philippus Herculanus Bononiæ Senator ampliſſimus, idemque S. R. I. Princeps, qui non ſolum imagines majorum ſuorum omni ex parte præclaras donavit, verum pro ſingulari, quo litteras proſequitur, amore aliis etiam muneribus Inſtitutum affecit.

Sed nullius in omni Inſtituto provinciæ tanta videntur exſtitiſſe incrementa, quanta anatomicæ. Quæ cum antea ſolius oſteologiæ, atque myſiologiæ finibus contineretur, ut ſculptores dumtaxat, pictoreſque ad ſe allicere videretur, nunc latiſſime ad omnes patet humani corporis partes, & chirurgos quoque, medicoſque etiam difficiliores invitare poteſt. Quemadmodum res acta ſit paucis exponam.

Anna Morandia Joannis Manzolinii uxor, cum is Lellio anatomicas ſtatuas, quas tomo commentariorum ſecundo deſcriptas legimus, effingenti operam ſuam præſtaret, deſiderio exarſit animum ad ſculpturam, atque adeo ad anatomiam adjungendi. In his brevi tam longe proceſſit, ut non ſolum Lellio, ſi opus fuiſſet, operam & ipſa navare ſuam poſſet, ſed conquiſitiores etiam humani corporis ſtructuras cera quam aptiſſime imitari. Itaque tabulas complures ſibi effecit ſenſuum organa ad naturam exprimentes, quas ita videre cupientibus explicabat, nihil ut vel operi ad veritatem, vel artifici ad pleniſſimam anatomicæ ſcientiæ cognitionem deeſſe videretur. Ad hæc accedebat nativus quidam mulieris dicentis oris decor, ſingularis ſermonis perſpicuitas, præclara denique animi ad modeſtiam, ad pietatem, & ad urbanas quaſque virtutes egregie a natura informati ſignificatio. Quo factum eſt, ut cum omnes ejus admirarentur doctrinam, dexteritatemque, præſertim animadvertentes, nihil tam a muliebri ingenio alienum videri, quam non modo inter cadavera quotidie verſari, ſed etiam, ut Manzolinia faciebat, eadem contrectare, atque ad molitiones ſuas apte diſſecare; tum vero Senatus ei & docendi facultatem dederit, & annuam pecuniam ex magnis vectigalibus aſſignarit. Hæc magnam feminæ famam confecerant: nec quiſquam optimarum artium ſtudioſus iter Bononia faciebat, quin eam adiret; poſſemque non paucos commemorare viros principes, quorum fuit domus ejus nobilitata interventu. Nullum etiam fuit tempus, quo non opus aliquod urgeret, quod conficiendum exteri mandaſſent

daſſent aut privati homines, aut publici litterariæ rei magiſtratus. Inter hæc tamen numquam deſtitit domeſticam anatomicarum rerum ſupellectilem expolire, ac locupletare: quam denique ita perfectam habuit, ut non ſolum adulti hominis partes omnes, earumque inceſſum, convenientiam, affectioneſque varias exprimeret, ſed diverſarum etiam ætatum progreſſiones, atque adeo ipſa fœtus incrementa, & cum matre conjunctiones mirifice aperiret. Quibus omnibus, ne quid ad abſolutiſſimum anatomiæ curſum conficiendum deſideraretur, inſtrumentorum, quibus ea ars utitur, præcellens nitore, & forma apparatus inſuper adjungebatur.

Paraverat hæc ſibi omnia Manzolinia nemine adjuvante; maritus enim mature deceſſerat: iiſdemque utebatur domi ſuæ, quæ numquam ſtudioſis non patuit. Quod cum multos annos feciſſet, tandem accidit, ut Hieronymus Ranutius Senator graviſſimus, omniumque rerum, ſive quæ ad vitæ commoda, ſive quæ ad magnificentiam pertinent, ſtudioſiſſimus, oculos ad hanc ſupellectilem converterit, tamquam ad rem, qua novum, nec vulgare ornamenti genus ſuis illis nobiliſſimis, ac prope regiis ædibus addi poſſe intelligebat. Itaque de ea re cum Manzolinia egit, neque ita multo poſt convenit. Tota ergo ſupellex in Ranutianas ædes importata eſt; quo eodem & Manzolinia commigravit, quæ & illius eſſet cuſtos, & eam, ubi opus eſſet, poſcentibus demonſtraret. Nemo autem fuit, cui totum id conſilii non valde probatum fuerit, cum videret feminæ de patria meritiſſimæ opera tam nobili in ſede collocata. Tamen dubium non eſt, quin Senatores Inſtituti Præfecti in ipſo maluiſſent Inſtituto. Quod tum vel maxime apparuit, cum, Manzolinia mortua, omni ſtatim officii genere provocare Ranutium inſtiterunt, ut univerſum illum apparatum Inſtituto concederet. Neque vero ſe diu paſſus eſt rogari Ranutius, ut ne ſtudioſorum, Inſtituti, totiuſque patriæ commodo ſuum anteponeret. Anno igitur milleſimo ſeptingenteſimo ſeptuageſimo ſexto tota Manzoliniana ſupellex ad Inſtitutum delata eſt, & in eo conclavi locata, quod ſtatuis a Lellio confectis, ceteriſque ad oſteologiam, myſiologiamque pertinentibus adjacet. Phyſicæ machinæ, quæ conclave hoc ante tenebant, in aliud tranſlatæ ſunt, aptis ad id conſtructis armariis; in illud ſcilicet, in quo phyſicæ exercitationes habentur, quod vacuum forte erat,

erat, primumque ad ſiniſtram occurrit in majorem Inſtituti aulam ingredienti. Anno proximo ad IV id. jun. Aloyſius Galvanus, cui hæc provincia credita eſt, coram Senatoribus Præfectis magna auditorum frequentia de anatomia in Manzolinianis tabulis tradenda præfatus eſt; cujus elegans ſane oratio typis fuit deinde impreſſa. Ceterum eo etiam nomine æquum erat, ut in Bononienſi Inſtituto Manzolinianum opus conderetur, quod ejus laus non minima eſt, primum facile inter cetera ejuſdem generis toto orbe exſtitiſſe, & a femina fuiſſe factum, & a Bononienſi.

Hic tacendum non eſt de ſingulari Pii VI Pontificis Maximi beneficio, quod ad præclaram ejus tum in urbem hanc noſtram, & Inſtitutum, tum vero in optimas quaſque artes, & diſciplinas voluntatem declarandam plurimum valet. Nam cum omnia, quæ adhuc deſcripſi, Inſtituto addi ſine magna impenſa non poſſent, cui longe abeſſet, ut ejuſdem facultates ſufficerent, Summus Pontifex, vix dum Senatorum mente cognita, ultro conceſſit, ut in eam rem pecuniæ ex magno vectigali erogarentur, quæ Superiorum Pontificum auctoritate in alios uſus eſſent perſcriptæ. Itaque propter tanti Pontificis recordationem, quam adjunctam habent, efficitur nobis partarum rerum uſus cum probatior, tum multo etiam jucundior.

Ad Inſtituti incrementa illud quoque referri debet, quod chymicæ ſedibus amplificatis, eiſdemque omni vaſorum genere auctis, nec non aptiſſimis multiplici forma conſtructis furnis, clibaniſque, totum ejus artis curriculum non, ut ante, plurium annorum ſpatio, ſed biennio conficitur. Id ſcilicet oneris Senatoribus Præfectis procurantibus ſuſcepit eximius illius ſcientiæ Profeſſor Vincentius Putius, ſi modo ſibi liceret, non intercise, ut Profeſſores plerique faciunt, ſed in ſingulos dies per menſes duos martium, aprilemque ſuas habere exercitationes: quod illi Senatus diſcentium utilitati proſpiciens quam libentiſsime conceſsit. Ad novam hanc inſtitutionem aggreſſus eſt Putius V non. mart. anno milleſimo ſeptingenteſimo ſeptimo, & ſeptuageſimo; quo die & Senatores ſolemni oratione de conſilio laudavit, & totam incepti rationem aperuit. Eventus deinde conſilii ejuſdem opportunitatem mirifice indicavit. Nam frequentiſsimo auditorum, ſpectatorumque conventu fuerunt Putii exercitationes deinceps celebratæ.

Si-

Similibus de cauſis cœpit illuſtriori eſſe loco etiam antiquitatis ſtudium. Nam quod uno conclavi fuerat contentum, nunc præter illud duobus aliis utitur; id quod ſatis, quanta ſit additarum rerum copia, declarat: & Jacobus Tatius Blancanus, qui eidem, ut ſuperiori tomo dictum fuit, præeſt, Præfectorum invitatu hoc ſibi ſumpſit, ut ne impoſterum Inſtituto deſit novum, atque ad noſtræ ætatis ingenium maxime accommodatum exercitationum genus. Senatus univerſus Blancani voluntatem gratam habuit, ratamque. Diebus igitur, quibus Profeſſores ceteri ad ſuam quiſque artem tractandam Inſtitutum adibunt, Blancanus veterem poſthac eruditionem explicabit, incidetque ejus exercitatio in illam horam, quæ olim chymicæ fuerat deſtinata.

Cetera, quæ Inſtituto acceſſere ornamenta, commodius narrare poſſe videor, ſi illos, qui ſua ei ſunt largiti, commemorem, quam ſi conclavia ipſa, quæ ornata ſunt, percurram. Sæpe enim multa unius ornavit liberalitas, de quo propterea eſſet pluries dicendum. Hoc in numero maxime enituerunt inter noſtros Jacobus Bartholomæus Beccarius, & Ferdinandus Baſsius; Urbanus vero Savornianus inter exteros; niſi ſi eſt is etiam in noſtris habendus; nam licet Venetiis gente patritia, multoque clariſsima ortus ſit, tamen & ætatem fere totam Bononiæ ipſe tranſegit, &, quod majus eſt, Savorniana gens bononienſi civitate eſt donata.

Beccarius præter bibliothecam, ut privati hominis, copioſam, & librorum delectu inſignem, ut erat etiam liberalium artium diligentiſsimus, ingentem ſibi comparaverat numiſmatum vim, quorum eſſet laus non tam in vetuſtate, quam in operis artificio poſita. In his pleraque ea, quæ auctorem habent celebrem illum Ferdinandum Santurbanum, qui ſub hujus initium ſeculi unus inter omnes floruit. Cumque præter alia multa auctor hic omnia illa, quæ ad Lotharingiæ Duces pertinent, effecerit, in hoc fortunatus fuiſſe Beccarius videtur, quod horum eum fugerit plane nullum. Idemque ab oblivione complura vindicavit egregia Carracciorum, Nicolai ab Abate, aliorumque hujus modi pictorum opera, quæ ille fecit, ut Dominicus Fratta, homo delineandi arte in primis clarus, ſumma fide exſcriberet, antequam vel ſitu, vel cœli inclementia, vel aliis de cauſis deperirent. Hæc omnia, quæ quamdiu vixit cariſsima habuit,

mo-

moriens voluit, ut haberet Inſtitutum: cui præterea de ſuis libris illos omnes, qui eidem aut deeſſent, aut non eſſent communi commendatione pares, legavit; pergrandem inſuper lentem convexam affabre factam, & microſcopium eo etiam Inſtituto dignum, quod Malpighio olim ſerviverat, eique tot nova, tamque præclara reperta monſtrarat.

Non minus Beccario amaverat Inſtitutum Baſſius, quamquam Profeſſor non eſſet. Itaque multa ejus cauſa vivens ſuſceperat, quod ex ſuperioribus tomis apparet. Moriens pignus ei reliquit ſui amoris ſane non vulgare. Namque is ſimiliter de univerſa ſua ad naturalem hiſtoriam ſpectante ſupellectile ei legavit, ac de libris ſuis Beccarius. Collegerat autem ea de re libros nec paucos, & pretioſos: tum vero quamplurima ex triplici regno, in eiſque multa rariora, conquiſitioraque; nobiliſſimas cum primis cochleas, conchaſque, atque admirabilia ad vegetabile juxta ac ad animale regnum pertinentia corpora in lapidis duritiem converſa: inter hæc orthoceratites aliquot, quorum unus magnitudine, & integritate maxime ſpectandus; duo etiam hammonis cornua, alterum ingenti mole marmoreum, in jaſpidem mutatum alterum, atque ad interiorem ſtructuram inſpiciendam in longitudinem ſectum. Sed ad Savornianum veniamus.

Is vel adoleſcens vitæ commodis, honoribuſque, quibus frui potuiſſet, ſi domi manſiſſet, receſſum cenſuit anteponendum, non deſidioſum illum quidem, & nobili viro indignum, ſed tranquillum, & ad optima quæque ſtudia excolenda aptiſſimum. Quare vix annos natus viginti Bononiæ, ubi ſtudiorum cauſa erat, in Congregationem, quam Oratorii S. Philippi Nerii vocant, nomen dedit. Id accidit anno milleſimo ſeptingenteſimo quarto & vigeſimo. Quæ Urbani optio quam ipſius naturæ, ingenioque apta fuerit, res deinde, & eventus plane comprobavit. Nam ita cum præclara illius inſtituti ratione laudatarum quarumvis artium, ac diſciplinarum ſtudium, in quod natura ferebatur, compoſuit, ut, quoad vixit, & profeſſionis munia obierit religioſiſſime, nec umquam ab iis comparandis deſtiterit, quæ phyſicam, quæ mathematicas artes omnes, quæ naturalem hiſtoriam, quæ cunctam denique veterem eruditionem illuſtrant, atque augent. Qua in re tantum multis annis, multa cura, multaque impenſa proceſſit, ut privatum quoddam

quaſi Inſtituti exemplum ſibi condidiſſe videretur; quo libros præterea non paucos congeſſerat, plurima etiam miro artificio a præclariſſimis totius Italiæ pictoribus perfecta lineamenta, denique expreſſas e præcipuorum auctorum inciſis in ære, aut inſculptis in ligno typis maximo numero imagines. Ut ſuos Nerius nulla ſingularis voti religione obſtrictos voluit, ſivitque adeo, ut teſtamenti factionem habeant, ita Savornianus harum omnium, quas dixi, rerum heredem fecit Inſtitutum. Quibus quidem anno milleſimo ſeptingenteſimo ſeptuageſimo ſeptimo, paulo poſt ejus obitum, ad Inſtitutum delatis, non modo diſciplinæ genus, ſed pene dixi conclave nullum in illo eſt, quod valde auctum non fuerit, ac mirifice nobilitatum. Itaque merito inter eos, qui ſummo beneficio Inſtitutum obligarunt, Savornianus excellere cenſetur.

Parique jure in eum numerum etiam Carolus Marinus Hurſonius, potentiſſimi Galliarum Regis a conſiliis, eſt relatus. Is enim, quamquam unius tantum facultatis incrementa reſpexiſſe videtur, ita tamen unam auxit, ut eodem modo, ſi nulla ante in Inſtituto fuiſſet, eam primus poſuiſſe diceretur. Res ſic orta eſt. Degerat Hurſonius Bononiæ aliquot dies ſub extremum anni milleſimi ſeptingenteſimi ſeptuageſimi, quibus diebus ab Antonio Brancifortio Cardinali ampliſſimo, qui tum erat Bononiæ Legatus, perhonorifice tractatus eſt. Non commiſit is, ut Gallus homo cum ex aliis multis, tum etiam e litteris ornatiſſimus Bononia inviſo Inſtituto diſcederet. Quo ſane facto haud ſcio Hurſonium ne plus ſibi devinxerit, an Inſtitutum. Illud certum eſt, huic & illuſtre fuiſſe viſi a viro tali, & maxime fructuoſum. Hurſonius quippe eo deductus omnia primum vehementer probare, tum, ſuam teſtatus ſuperatam opinionem, bononienſes ſummis efferre laudibus, qui tantum ſuſcipere opus litterarum cauſa non dubitarint. Denique ſic ab Inſtituto diſceſſit, ut qui nihil tam cuperet, quam ut etiam ipſe in illud conferre aliquid poſſet, quo ornatius fieret. Hanc voluntatem, quam ita ſignificabat Hurſonius, ut ſpem moveret aliquam, libentiſſime excepit Cardinalis, atque, ut egregie erat erga Inſtitutum animatus, mirifice coluit. Fuit ſpes non longa. Nam proximo menſe Julio ecce Hurſonii, qui Lutetiæ Pariſiorum erat, ad Brancifortium litteræ, impe-

petraſſe ſe ab ſuo Rege, ut is Inſtitutum hydrographicis tabulis donaret, quotquot ad maritimos ſive curſus, ſive oras, & portus cognoſcendos publica auctoritate exaratæ in Gallia prodiiſſent; ſe autem Telone Martio, ubi nauticæ rei præfecturam obtinebat, formam ad privatum uſum ſibi comparaſſe navigii ſexaginta & quatuor bellica tormenta gerentis, atque e noviſſimis navalis ſcientiæ regulis conſtructi, & ornati, cui ad veritatem nihil præter magnitudinem deeſſet, quæ trigeſima pars eſſet veræ, membris omnibus apte inter ſe ſecundum eamdem proportionem compoſitis; conſtituiſſe ſe Inſtituti Academiæ formam hanc dono dare, atque ſperare, ut Brancifortio curante vellet id gratum habere Academia. Quibus ſane munificentiſſimis, ac officio refertiſſimis litteris quid vel Cardinalis, vel Academiæ nomine reſponſum fuerit, longum eſſet dicere, & facile poteſt quiſque conjectura judicare. Quare ad rei ſummam feſtino.

Eodem anno, menſe novembri ineunte, Bononiam ea, quæ modo deſcripta eſt, navigii forma pervenit, qua nihil in eo rerum genere præclarius, nihil perfectius, & elaboratius, nihil etiam ad ſpeciem pulchrius excogitare valeas. Cui hoc etiam accedit commodi, quod in latus ita aperiri poteſt, ut omnis pateat interior conſtructio, & apparatus. Statim ad Inſtitutum delata eſt, inque conclavi repoſita, quo cetera ad navalem ſcientiam pertinentia aſſervantur. Quod etſi aliis hujuſmodi formis inſtructum jam eſſet, hæc tamen ita operis vel novitate, vel elegantia excellit, ut inter omnes maxime ſplendeſcat. Quare quam ſibi Academicos tali munere obligaverit Hurſonius explicari ſatis non poteſt: qui ſane nihil ſtudebant magis, quam ut grati animi ſignificationem darent aliquam. Dederunt autem quam poſſunt maximam: nimirum eum ſtatim in Academiam cooptarunt, atque ita quidem, ut injecta iis vix dum a Præſide de illo cooptando cogitatione omnes ſummo plauſu acclamaverint, quaſi idipſum omnes jam ante cogitaſſent: quo cooptationis modo nullus eſſe poteſt honorificentior. Id Hurſonio nunciatum ad nova eum beneficia in Academiam conferenda provocavit. Libros enim de navali ſcientia recentiſſimos, lectiſſimoſque ad eam miſit, eoſdemque pernobili forma compactos. Quæ res eo etiam commodius nauticæ facultati ceſſit, quod hæc, contra ac ceteræ ſolent, quæ Inſtituto rece-

 ptæ

ptæ ſunt facultates, propria utitur bibliotheca, cui his quidem libris inſignis facta eſt acceſſio.

Per idem tempus tria hydrographicarum tabularum, quas ſupra commemoravi, volumina Ludovici XV Galliarum Regis nutu Inſtituto tradita ſunt, ita ornata, ut facile regium munus agnoſcatur. Hæc adeo dictam modo bibliothecam magis magiſque nobilitarunt. Interea non deſiſtebat Hurſonius per litteras Academiæ ſe offerre, ſibique ne parceret, ſi quid ea vellet, ab illa poſtulare. Tam humaniter inſtanti inurbanum fuiſſet non concedere aliquid. Itaque quod maxime avebat, ut ne ſibi hominis tam præclare de ſe meriti effigies deeſſet, idipſum exſpectare ab illo Academia inſtituit, idemque ei per litteras ſignificavit. Nihil vero tam præter opinionem Hurſonio accidit, quam ut fidem convincere ſuam ea re deberet, a qua præſtanda quodam ipſe pudore refugeret. Tamen Academiæ maluit, quam ſibi obſequi. Effigiem ergo ſuam miſit, eamque ſumma arte perfectam, ſplendideque ornatam: neque vero non modeſte ſimul egit: etenim eam libris de navali ſcientia adjunxit, mittenſque libros viſus eſt velle, ut aditus illi non pateret ad Inſtitutum niſi propter libros. Sic Hurſonii opera, & liberalitate nautica Inſtituti facultas iis, quibus minime abundabat, unde nova, & ſubtiliora artis præcepta petas, ſingularem in modum ditata eſt.

Anno milleſimo ſeptingenteſimo ſeptuageſimo ſecundo Academia omnia, quæ tomo horum commentariorum quarto ei legimus a Scipione Maffeio teſtamento relicta, habuit. Quam rem eo libentius narramus, quod Hannibale Oliverio incolumi id accidit: is enim e Maffeii voluntate uti illis poterat, quoad viveret: ſed noluit Maffeio quidquam de amore in Academiam concedere, ſeque rebus privavit, quæ illi vel ipſæ per ſe, vel propter Maffeii recordationem eſſent cariſſimæ, quo eis frueretur Academia tempeſtivius. Nihil profecto ad res jam nobiliſſimas accedere poterat, quo fieret earum poſſeſſio Academiæ illuſtrior, quam duorum virorum, qui jure italicæ litteraturæ lumina dici poſſunt, voluntas.

Maxime illuſtre eſt etiam Inſtituto ſex illa poſſidere numiſmata, quæ Galitzinus, Vir Princeps, atque inter Moſchos dignitatis ſplendore clariſſimus, ſuis aliquot conſanguineis, affinibuſque non multis ante annis cudenda curavit. Nam præ-

præterquam quod egregie elaborata ſunt, & præſtantiſſimorum hominum imagines, atque præclarorūm geſtorum memoriam continent, ſingulare præterea illis pretium ex eo adjungitur, quod a Galitzino donata ſunt, nec eorum exemplaria tota Italia donata ſunt amplius tria.

Neque hic de imperiali Petropolitana artium Academia reticendum eſt. Nam & ipſa, cum eximiam ſuam in Clementinam Inſtituti Academiam cuperet ſignificare voluntatem, numiſmata ei nobiliſſima dono miſit, aurea duo, duoque argentea, de iis quidem, quibus palmam in argumentis a ſe propoſitis ferentes decorare ſolet. Quod munus eo magis erat commemoratione dignum, quod cum glorioſum noſtris fuit a tanta Academia ornari, tum vero eſt huic altera adjuncta commemoratio longe glorioſiſſima. Præter enim hæc, quæ diximus, numiſmata pereleganti incluſa ſcrinio, accepit Clementina Academia arculam venuſtiſſima forma, quam dono dabat auguſtiſſima Moſchorum Imperatrix Catharina II marmoreas tabellas nitidiſſimas, ac pulcherrimo ordine digeſtas complectentem; totidem nempe ſpecimina marmorum, quæ late in vaſtiſſimo ejus imperio effodiuntur, varietate, ſpecieque adeo mirabili, ut non pictores ſolum delectare valeant, verum naturalium etiam rerum ſtudioſos detinere. Sed ad illos, qui numiſmata donarunt, redeamus; quibus quidem recenſendis jam eumdem fere ordinem ſequor, quem donationūm tempora habent.

Jam ab initio ſui Pontificatus numiſmatum, quæ ſibi euderentur, exemplaria duo, unum aureum, argenteum alterum dono mittere inſtituit Clemens XIV, nec umquam poſtea deſtitit. Ejus eximiam liberalitatem ſibi ad imitandum propoſuit is, qui feliciſſime regnat, Pius VI, quem in longiſſimum tempus poſſe eamdem imitari vehementer cum ejus, tum chriſtiani orbis cauſa exoptamus. Numiſmatum vero, quibus Clementis XIII P. M. memoria conſecrata eſt, argenteum exemplar donaverat jam nobiliſſima Rezzonicorum Familia anno milleſimo ſeptingenteſimo ſeptuageſimo. Haud multos poſt annos Maximilianus III Boiorum Dux, idemque in Germanico Imperio Elector, ſui, & majorum ſuorum imagines argento percuſſas Inſtituto largitus eſt. Similique munere de Inſtituto meruit litterarum juxta ac litteratorum patronus ampliſſimus Carolus Theodorus Elector Palatinus.

Nu-

Numiſmata Inſtituto donavit etiam civis egregius Guido Antonius Zanettus, numaria eruditione excultiſſimus. Ea prope quingenta numero ſunt, & virorum doctrina, aut militari virtute clarorum imaginibus notata. His addidit ſigilla quamplurima medii ævi, atque alia vetera monumenta rariora; quibus omnibus non modicam affirmare poſſumus antiquarum rerum ſupellectili acceſſionem eſſe factam. Ad quam augendam pertinuit quoque & vas etruſcum, quod cum calice vitreo, qui ſub initium ſeculi XV uſui ſacro fuiſſe creditur, Inſtituto legavit civis de patria ſemper optime meritus Jo: Dominicus Cataneus, & votivum ſimulacrum pariter etruſcum Peruſiæ inventum, quod civis item patriæ honori præclare ſerviens, Franciſcus Maria Galaſſius Monachus Caſinas, dono miſit: quorum utrique magnum etiam e doctiſſimis pereruditi viri Jo: Baptiſtæ Paſſerii commentationibus lumen accedit.

Huc pariter referenda ſunt numiſmata duo, quæ ſibi percuſſa Inſtituto donavit Henricus Dux Eboracenſis, idemque Cardinalis ampliſſimus: tum unum, quod Viennæ editum ob Ferdinandum, & Maximilianum, eorumque neptem Thereſiam Auſtriæ Archiduces de inſitis a ſe variolis reſtitutos clariſſimus Ingenhauſſius Academiæ obtulit: denique tria ab Euſtachio Zanotto donata, quorum duo, quæ ab imperiali Petropolitana Scientiarum Academia ipſe accepit, Petri II, & Catharinæ II imagines, nec non Academiæ inſignia præ ſe ferunt; tertium vero, in quo dignum aſtronomo munus agnoſcas, Ludovico XIV ob exſtructum Pariſiis obſervatorium percuſſum fuerat.

Inſtituto obvenerunt novem quoque inſigni mole aurea numiſmata, quibus a Ludovico XV Galliarum Rege ornatus fuerat Flaminius Scarſellius. Is erat bononienſis Senatus a Secretis, & omnem tum latini, tum etruſci ſermonis elegantiam poſſidebat, eloquentiamque publice profitebatur. Cum animi cauſa Telemachi Ulyſſem quærentis præclare a Fenelonio deſcriptos errores italicis verſibus expreſſiſſet, hos illi Regi dicavit. Inde illa ei numiſmata; quibus Regis res primis, poſtquam regnare cœpit, annis geſtæ indicantur. Ea non multo ante, quam deceſſit, quaſi obſequii ſui, gratique animi ſignum, Senatui donavit Scarſellius: Senatus deinde Inſtituto tradidit.

De-

Denique Senatores pecuniæ cudendæ præfecti omnis æris Bononiæ præteritis temporibus percuſſi copiam Inſtituto fecerunt: inſuperque quamplurimos tam aureos, quam argenteos e celeberrimis Europæ typis numos addidere. Ampliſſimus autem Cardinalis, Bononiæ Archiepiſcopus, Andreas Joannettus multos argenteos numos romani typi, qui in eorum, quos Inſtitutum jam congregaverat, numero deſiderabantur, voluit liberaliſſime ſuppeditare. Sic caritas, qua patriam impenſe proſequitur, ad Inſtitutum etiam manavit.

Hujus eſſet capitis omnia, quæ Senatores Præfecti ad variarum diſciplinarum ſupellectilem amplificandam compararunt, narrare. Quo loco multa haberemus exponenda ad phyſicam pertinentia; quæ facultas ut hac ætate novis quotidie inventis locupletatur, ita novas ſemper machinas, novaque inſtrumenta requirit. Verum nobis præcipue eſt propoſitum, non indicem texere rerum omnium, quæ Inſtituto adjunctæ ſunt, ſed eorum, qui donis ſuis aliquid in illud contulerunt, mentionem facere. Hoc autem numero digni nobis ſtatim occurrunt Joannes Lambertinus, & Joſeph Angelellius, Senatores graviſſimi, iidemque, ut ſupra monuimus, Inſtituti Præfecti. Angelellio enim & bibliotheca libros non paucos, & phyſica ſupellex prolatam a celeberrimo Alexandro Volta pilam electricam acceptam refert. Lambertino vero & debet naturalis hiſtoria pelicanum, ſeu onocrotalum in ejus fundis captum, rariſſimam certe noſtris regionibus volucrem, & phyſica machinam electricam ingenti vi præditam, quam illa etiam commendant, quod vitreus diſcus minime eſt perforatus, nec ullo modo in centro impeditus, quod multa alia in ea cauta ſunt, quibus aptiſſima efficitur, quod denique eſt a Lambertino ipſo conſtructa.

Maximeque eodem in numero elucent & Venceslaus Princeps Licteſtenius, qui aſtronomicæ ſpeculæ dollondianum tubum argento ornatum; & Gulielmus Hamiltonus, Anglus cum genere, & titulis, tum doctrina clariſſimus, qui bibliothecæ ſuos nobiliſſimos illos Campos Phlegræos; & ampliſſimus Cardinalis Antonius Eugenius Vicecomes, qui eidem præter pulcherrimos libros alios etiam ſplendidiſſimos illos, quibus Vindobonenſis Muſei numiſmata, & numi deſcribuntur, perliberaliter donavit.

His denique addi debent Carolus Broſchius Eques Calatra-

tra-

travenſis, Fauſtina Pignatellia Colubranenſis Princeps, Jo: Benedictus Gamarra celebris in mexicana S. Michaelis Magni urbe Philoſophus, Coſmus Collinus Mannheimienſi naturalium rerum, in quarum ſtudio verſatiſſimus eſt, Muſeo præfectus; quorum muneribus naturalis hiſtoriæ in Inſtituto opes creverunt. Primus quippe quadrupedes rariores, in eiſque catulum leoninum natu perparvum, elegantiſſimum, tradidit, atque ad ſerpentes India advectos, quos olim Inſtituti auctor Marſilius copioſe collegerat, alios adjunxit & multos, nec vulgares: ceteri foſſilium ſupellectili nova ornamenta addidere. Pignatellia quidem fruſtum ſulphuris ſat magnum non longe a Puteolis eductum, & nitentibus lapillis, quaſi carbunculis totidem, pulchre reſperſum; Gamarra cryſtallum montanam fluctuante intus aqua diſtinctam, pluresque alias cryſtallos ex nitriformium genere, ſtelechites etiam, & pyrites in mexicana regione occurrentes; Collinus vero præſtantem de genere dendritum achatem, atque effoſſum in Silesia granatum probe dodecaedrum, & inſigni præditum magnitudine, cujus ſimilem invenire vix ſperes.

Numquam dicendi finem faciam, ſi eos etiam enumerare velim, qui libros a ſe editos Academiæ dono miſerunt. Incredibile enim eſt, quam multi Academiam ſibi hoc modo devinciant. Sed nec in more poſitum eſt, ut de iis etiam mentio fiat in his commentariis, & illos ſatis produnt libri ipſi, poſtquam de Academia in publicam Inſtituti bibliothecam ſunt traditi. Quare de iis, qui aut conſilio, & opera, aut re, & muneribus Inſtitutum juverunt, hactenus. Si qui forte ſint, quos inconſulto prætermiſerimus (idque facile evenire potuit in tanto numero, præſertim cum ſæpe non noſtra, ſed aliorum memoria utendum ſit) ii, cum ſe prodiderint, locum in tomo, qui hunc ſequetur, invenient.

De Scientiarum Academia.

AD ea veniens, quæ Academiam proxime attingunt, neminem fore arbitror, qui exſpectet, ut ejus formam deſcribam, legeſque, quibus ſe regit, proferam. Quis enim eſt, qui non intelligat, ex his quanti Academia ſit judicari

non

non poſſe, ſed omnino ab academicorum ſtudiis ejus gloriam eſſe repetendam? & poſſe cum præclaris legibus Academiam eſſe vix aliquam, ſi ſtudia langueſcant; contra eſſe florentiſſimam etiam cum legibus nullis, ſi academicorum ſtudia ferveant? Quod ita ſit oportet, ſi leges quidem, ut plerumque fit, ad Academiæ ſpeciem, & quamdam quaſi imaginem retinendam poſſint conferre aliquid, at ſtudia cogere non poſſint, quæ libertatem poſtulare videntur, & omnino academicorum otium, & ingenium, & induſtriam requirunt. Quo minus mirandum, ſi multos videmus, qui optimi ſunt academici, & tamen de Academiæ forma, & legibus minime ſunt ſolliciti. Cujuſmodi ſane poſſem non paucos nominare, quorum adhuc recreamur aſpectu: ſed unum honoris cauſa commemorabo, quem ſibi ereptum Academia luget, Vincentium Riccatum, cujus quanta in illam exſtiterint merita ſatis tomi declarant hi ipſi, qui tam multa ejus habent opuſcula, quam multa fortaſſe a nemine umquam ſumpſerunt. Is tamen ſic Academiam colebat, ut præter litterarios numquam, quibuſcumque de rebus eſſet agendum, in conventus veniret. Scilicet Academiam amabat ille propter ſtudia, aut ſi etiam propter formam, certe propter illam, quam a ſtudiis, non quam a legibus recipit; pluſque illi profuit ipſe domi ſcribendo, docendoque, quam profuiſſet ſe negotiis immiſcendo, id quod animos ſæpe removet a litteris, & tricas non raro parit. Itaque a curis ſemotus & libros compoſuit, quibus non minus, quam ejus frater Jordanus, nobiliſſimæ ſuæ familiæ partam a patre ingenii, ſapientiæque famam ſuſtinuit, vel potius auxit, & quos in diſciplinam ſuſceperat, eos ita ad ſublimiora mathematicorum myſteria erudivit, ut cum præſtantiſſimos gymnaſium magiſtros, tum optimos Inſtitutum academicos inde acceperit. Quorum in numero, quoniam longum eſſet velle recenſere omnes, ſi ſolum Alphonſum Bonſiolum memorem, & Hieronymum Saladinum, quibus nimium quantum Academia debet, ceteri, ſpero, non moleſte ferent, quibus ſocios dem tales. Sed de Riccato ſatis: neque enim noſtris indiget laudibus ejus celebritas. Ut igitur eo redeam, unde illata graviſſimi viri mentio paulum me deduxit, dicturus de iis, quæ in Academia acta ſunt, academicorum ſtudia tantum perſequar, ac eorum ſermones, qui alteram hujus tomi partem

efficiunt, exponam, breviter quidem ſimpliciterque, atque ita, ut nonnulla identidem interſeram a ſermonibus aliis deſumpta, qui quamquam in Academia habiti ſunt & ipſi, in opuſculis tamen minime prodeunt. Eum vero rerum ordinem tenebo, quem fere ſervatum ſuperioribus tomis videmus; ſicque ab naturali hiſtoria initium ducetur.

AD NATURÆ HISTORIAM SPECTANTIA.

De anguillarum ortu & propagatione.

VEtus, ac perdifficilis quæſtio eſt, qui anguillarum ſit procreationis modus, de qua cum ſæpe alias, tum etiam noviſſime in Academia eſt diſputatum. Cum enim Comacli anno ineunte milleſimo ſeptingenteſimo ſeptimo & ſeptuageſimo anguilla capta fuerit ventre prætumido, cujus inſuetam formam omnes mirarentur, Simon Aloyſius Bonafides, vir nobilis, & litterarum in primis diligens, certior ea de re factus anguillam ſtatim ferri ad ſe juſſit. Quam ut omnino ſimilem ejus comperit, quæ a Valliſnerio ſeptuaginta ante annos ſecta, illuſtrataque legitur, ita occaſionem cenſuit oblatam, quæ ad nondum ſatis exploratam quæſtionem rurſus tractandam aptiſſima eſſet. Itaque anguillam muria probe conditam ad Academiam perhumaniter miſit. Ea primum ad Cajetanum Montium, cum aliis nominibus pluribus, tum vero naturali eruditione longe clariſſimum, delata eſt; deinde Carolo Mundino, Academico, ſi quis alius, in anatomicis ſectionibus exercitatiſſimo, tradita, qui una cum Montio rem impenſius examinandam ſuſciperet. Quantam diligentiam, fidem quantam in hujuſmodi inveſtigatione uterque adhibuerit intelligi melius non poteſt, quam ex ipſis eorum ſermonibus, qui in Academia idibus Maii anno, quem ſupra poſui, recitati, in hujus denique tomi opuſculis ſunt editi. Hic illorum ſummam exponam.

Mundinus omnia primum anguillarum viſcera recognoſcere, eorumque non ſolum figuram, poſitum, atque conjunctionem probe notare, ſed intimam etiam texturam perſcrutari inſtituit. In his duo maxime pro re, quæ nunc agitur, ani-

animadverſione digna ſunt, veſicæ ſcilicet natatoriæ, & quædam e dorſo utrinque pendentes laciniæ.

Laciniæ hæ, ab aliquibus pro adipis receptaculis habitæ, in longum per totum protenduntur abdomen, in cujus medio latiores ſunt, in extremitate inferiori breviſſimæ, ſenſimque decreſcentes. Eaſdem non dubie ex innumerabilibus perexiguis globulis maculam in centro oſtendentibus conſtare vidit Mundinus, æqualibus illis quidem, & pellucidis, quos communis quædam tenuiſſima, ſed valida membrana obvolvit, ſanguineis vaſis referta, & non ſolum globulos illos nectens alios cum aliis, ſed etiam lacinias ipſas ad dorſum alligans. Hæc laciniarum ſtructura tum vel maxime conſpicua fit, ſi in atramento laciniæ pauliſper detineantur, poſtea limpida abluantur aqua. Atramento enim ita cellularis membrana, quæ globulis interjacet, infecta relinquitur, ut hi, præſertim lente adhibita, appareant manifeſtiſſime.

Natatoriæ veſicæ ad dorſum inter renum productiones, inteſtinum, & ſtomachum ſitæ ſunt; duæ quidem, ſi Needamium ſequimur, ſuperior una, altera inferior; ſed non plus una, ſi ſequimur Redium, qui ſuperiorem pro ſimplici habet canali. Inferior argenti, vel potius margaritarum nitorem præſefert; e tribus conſtat membranis, duabus propriis cellulari natura præditis, una communi a peritonæo ducta. Ad interiorem ejus ſuperficiem, quamvis attentum ſe præbuerit Mundinus, miliares glandulas, quas Redius memorat, nullas videre potuit, ſed bullulas ſolum aereas in mucoſo humore, quo ſuperficies illa ſcatet, deprehendit, quæ folliculorum ſpeciem æmulantur. Superior autem ſive canalis, ſive veſica ab œſophago deſcendens medium petit veſicæ inferioris, ibique in eam oblique aperitur. Membranas habet tenuiores, & pellucidas; qua vero in veſicam inferiorem hiat, duo occurrunt rubra ovatæ figuræ corpuſcula granum majoris tritici æquantia, intus pulpoſa, duriuſcula, & friabilia, quorum tendineæ extremitates una cum ſanguineis vaſis, quibus ſunt inſtructa, per veſicæ inferioris membranas diffunduntur. Neſcit Mundinus qua ratione corpuſcula hæc glandulas vocat Needamius. Redius nihil de eorum natura docet. Omnino difficile eſſe ait Mundinus, quem in finem data ſint, definire: addi etiam poteſt, ſi quid judico, ad id, quod hic quæritur, non neceſſarium.

Cognitis, perſpectiſque anguillarum viſceribus ad eam, quæ tradita ſibi fuerat, perluſtrandam ſe convertit Mundinus. Viſcera ſtatim recenſuit: invenit omnia, eaque rite conſtituta, ſi modo natatoriam veſicam excipias, quam fruſtra quæſivit. Hujus locum tenebat corpus plane inſolens, uncias fere quatuor in longitudinem, plus una in latitudinem patens, & paulo minus una in altitudinem. Quin hoc corpus eſſet veſica ipſa natatoria in ſcirrhum ampliata non ſinebant dubitare & locus, quem tenebat, & duo ei arcte adhærentia corpuſcula rubra, quæ modo indicavimus, & membrana, qua obvolvebatur, pulcherrime argenteum nitorem referens, denique interior ipſa corporis ſtructura minus ordinata, ſed e cellularibus, nitentibuſque intricatis fibris conflata.

Quod ſi corpus hoc cum eo comparetur, quod tamquam ovorum receptaculum in anguilla a ſe repertum Valliſnerius deſcripſit, atque figura repræſentavit, nihil ſane ad abſolutiſsimam inter utrumque ſimilitudinem deſiderabitur. Non locorum, quæ occupabant, convenientia, non colorum conſenſio, non magnitudinum æqualitas, non denique ſuperficiei conditio, quæ in utroque innumerabilibus inæqualibus, inæqualiterque ſparſis ſphæris, quaſi margaritis totidem ſcatebat. Unum dumtaxat videtur non convenire. Nam a Valliſnerio propoſita icon non ſolum in ſuperficie, ſed, ſectionem in longitudinem referens, ponit ſphæras illas etiam in parte corporis interiori, contra ac Mundini fert obſervatio. Verum diſcrimen hoc, quod facile iconis vitio verti poteſt, minime attendendum cenſet Mundinus, præſertim cum Valliſnerius figuram explicans, deque inſolito illo corpore diſſerens numquam internas ſphæras commemoret. Quid quod Valliſnerius idem cetera deſcribens anguillæ illius viſcera, nuſquam de natatoria veſica mentionem facit? Non dubitat ergo Mundinus, quin & corpus a Valliſnerio obſervatum morboſa fuerit, & tumore affecta ejuſdem anguillæ veſica natatoria. Quo poſito, ovorum ſedes in anguillis, nequidquam ante perquiſita, Valliſnerio denique inventa concedi nequit. Et ſane indicatas modo ſphæras, quas ille pro ovis habuit, tentavit Mundinus pluribus modis, viſurus an idipſum iis accideret, quod ovis accidiſſet. Verum nec igni traditæ crepitarunt, nec macerationi commiſſæ tumuerunt, nec ſciſſæ nucleum ullum prodidere.

At

At ſi animalia quæque, quod nemo hodie in dubium vocabit, ex ovis gignuntur, quæ tandem eſt in anguillis ovorum ſedes? Porro quacumque in parte lateant earum ova, ſunt ne oviparis annumerandæ anguillæ, an viviparis? Erant quidem hujuſmodi quæſtiones a Montii, atque Mundini propoſito ſejunctæ, quibus ſatis erat tumoris in ſibi creditæ anguillæ ventre occurrentis naturam aperuiſſe. Sed fecit eorum diligentia, atque a Mundino præſertim in anguillarum viſceribus expendendis poſita cura, ut has etiam complecti quæſtiones potuerint. Enimvero laciniarum, quas ſupra deſcripſi, ſitus, forma, atque ſtructura injecerat Mundino ſuſpicionem, iiſdem ovorum ſedem contineri. Sed ab hac eum ſententia duo maxime deterrebant, celeberrimi Malpighii auctoritas, & laciniarum ipſarum color: non ſunt enim Malpighio laciniæ illæ niſi ſtriæ quædam adipoſæ; & adipis erat indicium color earum ſubflavus. Res ergo erat experimentis dijudicanda.

Laciniæ primum in aqua detentæ ſunt; quæ cito intumuerunt, globulique, e quibus conſtabant, magis facti ſunt diaphani; id quod aliorum piſcium ovis evenire ſolet: maceratione vero ſeparatis membranis globuli fundum vaſis petiere. Deinde ebullienti aquæ traditæ: quo factum eſt, ut globuli & obduruerint ſtatim, & deſtructis membranis, quæ eos colligabant, facillime alii ab aliis ſejungerentur; quæ res ceterorum piſcium ovis ſimiliter accidunt. Denique in accenſos carbones conjectæ: ſtatim vero, quod Ariſtoteles ipſe docet eſſe ovorum piſcium proprium, globuli igne eliſi crepitarunt. His compertis potuit jam Mundinus Malpighii, hominis ceteroqui graviſsimi, auctoritate minus permoveri.

Reſtabat adhuc difficultas ab laciniarum colore ducta. Eaque ut quanti facienda eſſet appareret, oportebat adipoſæ cellularis ſtructuram diligentius inveſtigare, atque cum ſtructura laciniarum conferre. Se itaque retulit Mundinus ad ſtrias pinguedinoſas, quæ in anguillis a ſtomacho pendent, & inteſtinum, reneſque circumplectuntur. Has microſcopio armatus quam accuratiſsime luſtravit. Structuram in iis invenit ſimpliciſsimam ex cellulis æqualibus, & minimis, quæ, ſi vividiori lumine colluſtrentur, guttulas oleoſas manifeſte produnt. Eiſdem diuturna maceratione ſubactis, globulus nullus viſus eſt vaſis fundum petere: bene vero pinguedo du-

ra

ra facta eſt, albida, & friabilis; quod quidem eſt pinguedinis omnium animalium proprium. Ergo hiſce ſtriis & ſtructura eſt longe alia, & maceratione multo aliter evenit, ac laciniis. Sed, quod difficultatem omnem tollere videtur, cum Mundinus macerationi iterum lacinias commiſiſſet, animadvertit, disjectis, fundumque petentibus globulis, membranis, quibus illi nectebantur, pinguedinis nonnihil ineſſe. Id ſcilicet & flavum colorem laciniis, & fraudem Malpighio, aliiſque fecit, putantibus lacinias mera eſſe pinguedinis receptacula.

His cognitis nullus Mundino videtur relinqui dubitandi locus, quin ovorum ſedes ſint anguillarum laciniæ. Huic ſe ultro ſententiæ adſcribit Montius cum Mundini ductus diligentiſſimis obſervationibus, tum vel maxime permotus ſimilitudine non levi, quæ inter anguillæ lacinias, & delineatam a Redio ovorum ſedem in muræna, piſce tam anguillæ affini, quam qui maxime, intercedit. Quamquam plurimum valet apud Montium etiam conjectura, quam olim Rondeletius fecerat, in anguillam fortaſſe ea convenire, quæ Ariſtoteles de congri fœtura tradiderat, quæ cum in utero pingui, & obeſo minus pateat, tamen crepitatione in igne, & attritu ſub digitis manifeſta fit.

Quæ cum ita ſint, facile oviparam eſſe anguillam conficit Montius. Nam qui piſces ovorum ſedem ita habeant conformatam, quemadmodum anguillas habere Mundinus comperit, eos oviparos eſſe conſtat. Quod ſi anguilla vivipara eſſet, uterum, & omnino ſinum aliquem haberet, quo excipi ova, ali, & in vivum animal explicari poſſent: tale autem viſcus Mundino, quamvis diligenter inquirenti, nullum ſe ſe obtulit; nam folliculum inteſtino ſubjectum, proprioque meatu inſtructum, quem Leeuwenhoekius matricem appellat, demonſtravit Mundinus nihil eſſe aliud niſi urinariam anguillæ veſicam. His omnibus accedit, quod muræna, ſi vera refert Plinius, ova parit: ergo & anguilla, quæ adeo murænæ eſt ſimilis, ut Linnæus anguillam, congrumque uno eodem & genere, & nomine cum muræna comprehendat. Cum autem ſpinoſi piſces ceteri omnes ovipari ſint, quis, niſi certiſſimis convincatur argumentis, ſolam excipiendam concedet anguillam? præſertim ſi animadvertat, tam eſſe anguillarum ſobolem numeroſam, quam intelligi in viviparis vix poſſe videtur.

At

At vero Albertus Magnus, Elſnerus, Leeuwenhoekius, denique ſumma auctoritate vir Carolus Linnæus anguillam vivos partus edere non dubitanter affirmarunt. Ita ſane. Sed quæ res hominibus his imponere potuerint, eoſdemque, ut ita crederent, impellere, ingenioſe quidem, & enucleate explicat Montius; cujus ſermonem eruditione pleniſſimum quicumque legerit, plane intelliget, nullum ab eo quæſtionis conficiendæ locum fuiſſe prætermiſſum. Rem enim a prima origine repetens omnia nectit, quæcumque de anguillarum ortu ad hoc uſque tempus vel noſtri, vel exteri in ſcriptis reliquerunt; de eiſque docte, ut ſemper ſolet, & acute diſſerit.

Atque eorum quidem, quos modo diximus, opinionem quod attinet, ponentium anguillas eſſe viviparas, animadvertit Montius, varia lumbricorum genera in diſſectis anguillis non raro occurrere, quæ ab Redio, Valliſnerioque diligenter notata ſunt: eorum alios inteſtinorum cavum tenere, alios in veſica natatoria ſedem habere: quod vero apud nos majorem adhuc auctoritatem habet, nonnullos addit ſe ipſum ſuis oculis vidiſſe. Quo poſito parvulas anguillas, tum quas e matrum ventre egredientes conſpexiſſe ſe narrabant ii, quorum teſtimonio nititur Alberti Magni affirmatio, tum quas membranulis involutas in tumido quopiam quaſi utero ex anguilla extracto ſe inveniſſe ait Elsnerus, quis non facile credat nihil fuiſſe aliud, niſi lumbricos; primos quidem in alimentorum canali, alteros in natatoria veſica degentes? Idque eo magis credibile eſt, quod nihil afferunt auctores hi, quo ſatis appareat, non potuiſſe, quos pro anguillarum fœtibus habent, veros eſſe lumbricos. Neque minus lumbricos fuiſſe ſibi perſuadet Montius, quos fœtus vel ex inteſtino anguillæ ſecto prorepentes, vel in cuticula quadam prope umbilicum anguillæ alterius latentes deprehendiſſe ſe teſtatur Algotus Fahlbergius, cujus maxime auctoritate ductus in ſuam ivit ſententiam Linnæus. Quod ſi ementiti illi fœtus formam, ſimilitudinemque anguillarum præſeferebant, id quominus ementiti eſſent non impedit; niſi ſi forte ex alburnis, ex clupeis, ex percis, aliiſque piſcibus vivas naſci anguillas concedere velimus, quod eorum ex corpore vermiculi aliquando viſi ſunt egredi anguillarum perſimiles.

Sed ad aliud vermium genus illi referendi ſunt, quos capil-

capillo quinquagies tenuiores in denſo quodam humore e veſicula, quam anguillæ matricem ipſe vocat, expreſſo detexit adjutus microſcopiis ſuis Leeuwenhoekius. Eos proclive eſt credere eſſe de illis, quibus humores plerique, præſertim qui ad animale corpus pertinent, ſcatere ſolent: certe pro minimis anguillis, ſint quamvis iis ſimiles, falſo fuiſſe a Leeuwenhoekio habitos & oſtendit alias Valliſnerius, ad quem nos allegat Montius, & abunde declarat ipſa ſacculi, e quo una cum humore exprimebantur, natura, quem, ut ſupra diximus, Mundinus veſicam eſſe urinariam comperit.

Jam vero in oviparis anguillis idipſum valere, quod in ceteris ſpinoſis piſcibus obtinet, perſuaſum habet Montius; id ſcilicet, quod ab Harveo deſcriptum legimus, qui ponit in utroque ſexu folliculos ineſſe duos, eoſque procreationis tempore adauctos repleri in mare quidem materia ſimilari, ſpermatica, lacteaque, quo fit, ut lactes dicantur, in femina vero granis innumerabilibus viſum fugientibus, quæ perexigua grana, in principio conceptionis arcte compacta, corpus ſimilare, & non aliter, ac maris lactes videmus, coagulatum exhibent, poſtea tamquam minimæ arenulæ cohærent. Quo poſito cum anguillarum laciniæ ſemper obſervatæ ſint ovis immaturis, mirum Montio non videtur, quod pro adipe fuerint a Malpighio habitæ. Inde illud etiam intelligi poſſet, quare in anguillis amplius triginta, quas ſecuit, nullum Mundinus ſexuum diſcrimen deprehenderit. Sed ſi omnium laciniæ iis, quos ſupra memoravimus, modis tentatæ eadem Mundino præbuerunt, illas omnes anguillas feminas fuiſſe dicendum erit. Quæ profecto res concedi vix poſſet, niſi alii eſſent piſces, in quibus nullum fama eſt detectum hactenus eſſe, quem feminam non eſſe affirmari queat. Quare ſi quid adhuc obſcuri habet anguillarum phyſiologia, non deſunt piſces alii, quibus illud idem commune ſit.

Verum quorſum illæ ſpectant anniverſariæ anguillarum migrationes, quibus per autumnum dulcibus aquis relictis in maris ſalſas ſe proripiunt? quid vero eſt, quod in vivariis detentæ, aditu ad ſalſas maris aquas intercluſo, nullam umquam viſæ ſunt fundere prolem? An mares ſolum incolunt ſalum? atque in turmis illis innumerabilium mirabili parvitate anguillarum, quæ adventante vere matres in priſtina dulcium aquarum loca remeantes ſequuntur, mas prorſus nullus? Atqui hæc fi-

dem

dem vix habent; ut propterea facile appareat, non pauca adhuc ſupereſſe ad anguillarum propagationem pertinentia, quæ diligentem, acremque indagatorem requirant. Spem affert Montius, fore ut ad hujuſmodi etiam inveſtigationes animum ipſe aliquando adjungat ſuum; quod ſi faciet, non dubitamus, quin ille, qua eſt in rebus omnibus prudentia, & ſagacitate, maximum lumen obſcuriſſimis quæſtionibus ſit allaturus. Interea tamen non parum profeciſſe videmur, ſi quidem illa affirmare poſſumus, nec corpus a Vallisnerio obſervatum ovorum ſedem eſſe, & hanc in laciniis eſſe ponendam, anguillas denique in oviparis eſſe numerandas.

Ceterum optandum eſſet, ut capere anguillas liceret, cum procreationis inſtat tempus. Tum enim non modo viſcera, quibus ſexus uterque continetur, maturitatem adepta, lateque diffuſa ſuam non obſcure ſtructuram proderent, ſed via etiam conſpici fortaſſe poſſet, qua vel mas ſemen, vel femina ova fundit: quam viam in tot anguillis, quas obſervavit, Mundino ſe conſpiciendam præbuiſſe non conſtat; idque, ut credi poteſt, non alia de cauſa, niſi quod erant tunc hujuſmodi partes valde collapſæ, ac quaſi obliteratæ. Sed nos monet Montius, extra dubium poſitum eſſe, anguillas totum procreationis tempus occultiſſimis latibulis abſconditas tranſigere.

De plantis tribus ad ſua genera revocatis.

TRes plantas ad Academiam circa annum milleſimum ſeptingenteſimum ſeptuageſimum attulit Ferdinandus Baſſius, quæ propriam in vegetabilis regni deſcriptione ſedem requirere videbantur, quod una nullam haberet, ceteræ haberent non ſuam. Earum erat una europæa; eaque Baſſio florentem ſe ſe obtulit in bononienſibus Apenninis loco ſurgentibus aquis paludoſo. Ut perpaucis animadverſa ante fuerat Botanicis, ita mirum non eſt, quod in eorum tabulis nec ſatis apte ſculpta occurreret, nec ſuo, ſed ranunculorum generi annumerata. Placuit Baſſio eam Aliſmam (*parnaſſifoliam*) foliis cordato-acutis, petiolis nodoſo-articulatis nomi-

nare: atque cum ſeptem Linnæus Aliſmarum ſpecies enumeret, his Aliſmam ſuam addit Baſſius, eamdemque poſt ſpeciem quartam reponit.

Planta altera Aſiam incolit, ejuſque ſemina accepit Baſſius ab amico Palæſtinam peragrante, quæ in publico exoticarum plantarum, cui præerat, horto ſtatim ſolo commiſit. Planta mirifice floruit, egregieque noſtram hiemem vel ſub dio ſuſtinuit. Quam cum a nullo ante lectam fuiſſe Botanico Baſſius animadverterit, nomen illico, quod eſſet ad ejus formam maxime accommodatum, ei impoſuit Pſoraleam (*Palæſtinam*), quam inter Linnæi Pſoraleas duas (*ciſtioidem*), & (*pentaphyllam*) collocavit.

Tertia erat Africana. Ea præclare Baſſii, atque Brunellii, qui Baſſii tum adjutor erat, diligentiæ reſpondit: nam perbelle in horti, quem modo dixi, hibernaculis floruit. Qua de re eo lætior fuit Baſſius, quod antea hujus plantæ flores nemini botanico datum fuerat videre: id quod fecerat, ut quamquam notiſſima eſſet, & ab antiquis etiam deſcripta, tamen ad genus, ad quod minime pertinet, fuerit relata. Eſt enim ex Baſſii ſententia planta, de qua agitur, *Felſel-Tavil* Proſperi Alpini, quæ numquam aut pro tithymalo, aut pro euphorbia aliqua non eſt habita. Contra Baſſius illam aut Turnefortii apocynis, aut, linnæanum ſequens ſyſtema, pentandriis digyniis adſcribendam cenſuit. Itaque cynanchum unum fecit, vel potius genus quoddam quaſi medium cynancha inter, & apocyna. Quo facto lac plantæ deguſtare non dubitavit; neque enim veritus eſt, ne euphorbiarum more cauſtica, & veſicatoria virtute polleret. Re vera invenit illud amarum quidem, & nonnihil auſterum, at minime urens. Sic Baſſii induſtria plantæ duæ, europæa una, altera africana, quæ extra ſuas familias vagabantur, ad ſuam quæque familiam revocatæ ſunt; tertia aſiatica, quæ obſcura erat, & ignota, ſe, & genus ſuum patefecit.

CHY-

CHYMICA.

De porectanarum aquarum ſalibus.

POrectanas aquas pluribus medicis virtutibus pollere jam ſexcentos ante annos cognitum erat, uſuque comprobatum. Eaſdem ob eam cauſam magno deinceps in honore tota Italia fuiſſe cum ſcriptores multi memoriæ prodiderunt, tum declarant balnea ipſa, & ædes elapſis ſeculis eorum commodo exſtructæ, qui illuc, ut aquis uterentur, confluebant. At chymica earum principia non ante Marci Antonii Laurenti obſervationes & experimenta, de quibus in primo horum commentariorum tomo relatum legimus, fuiſſe comperta jure affirmare poſſe videmur. Anno autem milleſimo ſeptingenteſimo ſecundo & ſexageſimo, cum Ranutiorum, qui ea loca poſſident, gens nobiliſſima balneis, thermiſque illis nova commoda curaret, eſſentque forte ea occaſione thermæ aliæ detectæ, quæ vicini torrentis colluvionibus olim obrutæ diuturna oblivione jacebant, ſtudium excitatum eſt Ferdinandi Baſſii, hominis, ſi quis alius, ad majora quæque ſuſcipienda paratiſſimi, qui ſcaturigines illas omnes diligenter perluſtrare, earumque aquarum naturas, & affectiones chymico labore expendere inſtituit. In cujus quidem ſtudii fructibus eum librum habendum eſſe non dubitamus, qui nitore, & diligentia plenus anno milleſimo ſeptingenteſimo ſexageſimo octavo Romæ prodiit, in quo naturalis hiſtoria porectani montis primum exhibetur; tum thermis deſcriptis analyſis aquarum explicatur; deinde medicis earum virtutibus expoſitis ratio traditur, qua ſunt ægris adminiſtrandæ; denique de earumdem thermarum priſca origine, & conſtanti celebritate agitur. Sed nos illa tantum perſequemur, de quibus Baſſius in Academia diſſeruit, quæ ad aquarum chymicam analyſim maxime pertinent.

Ac primo ſcire convenit, ſeptem nunc eſſe porectanas medicatarum aquarum ſcaturigines. Celſiore loco juxta parvum, ſed præcipitem torrentem ſtat illa, quæ fons leonis dicitur; paulo infra ad eamdem torrentis partem duæ occurrunt, quarum alteram fontem puellarum, ſeu *delle tre bocche*, al-

alteram balenum bovis vocant: harum e regione trans torrentem eumdem ſcatent aliæ duæ, quibus nomen balneum martis, & balneum regale: denique quadringentos fere ab hinc paſſus meridiem verſus jacent humiliori loco, & juxta torrentem alium longe primo majorem ſcaturigines reliquæ duæ inter ſe haud magno intervallo diſſitæ, quæ fontes dicuntur alter puzzolæ, porectæ veteris alter. Habent hæ aquæ ſuum quæque caloris gradum, quem in loco, ubi ſcatent, conſtanter quavis ſive diei hora, ſive anni tempeſtate retinent. Maximus inventus eſt calor earum, quæ in balneum bovis influunt. In his mercurius ad nonageſimum octavum fahrenheitiani thermometri gradum aſcendit. Proximus huic eſt calor aquarum in balneum martis influentium, qui duos tantum gradus ab illo diſtat. Duos adhuc gradus deſcendit mercurius, ſi thermometrum idem in aquis detineatur, quæ balenum regale alunt: tum duos alios, ſi thermometrum in aquas immittatur porectæ veteris. Minus calent fons leonis, & fons puellarum; hic enim thermometri mercurium non ultra octogeſimum ſeptimum, ille non ultra octogeſimum octavum gradum propellere valet. Denique calor minimus in aquis puzzolæ eſt, qui vix octogeſimum primum gradum attingit.

Sunt aquis hiſce omnibus elementa pleraque communia. Tale eſt ferrum, quod habent ad granum unum in libras ſingulas. Ferrum hoc maxime ſe prodit, ſi ſedimentum, quod aquæ evaporationis ope coactæ philtratione relinquunt, adjuncta pinguedine aliqua calcinationi committatur, donec pinguedo abſumpta ſit: tum enim ſublato igne, & frigeſcente materia, ſi hæc magnetica verſetur acu, ſtatim acui ſpicula perexigua adjunguntur quamplurima, eique arcte adhærent: nimirum martiale principium, quod ante in ſedimento latebat ſpoliatum phlogiſto, in calcinatione phlogiſtum a pinguedine haruit, verique ferri formam induit.

Calcariæ quoque terræ granum circiter unum habent libræ ſingulæ aquarum illarum, excepto puellarum fonte, cujus libra una aquæ habet ejuſdem terræ grana duo. Terra hac, & ferro modo dicto totum continetur ſedimentum, de quo paulo ante mentionem fecimus, quod quidem tenuiſſimum eſt leviſſimumque, colore cineraceo, ſapore, ac odore nullo: candenti vero metallo impoſitum nec fumum edit,

nec

nec ſcintillas, eique ſi actuoſioris acidi guttæ aliquot affundantur, illico ingens oboritur effervefcentia, terreſtris materia ſolvitur, acidique ipſius vis non parum debilitatur.

Communes ſunt aquis eiſdem etiam ſales quidam fontani, quorum deſcriptionem complexus eſt Baſſius ſermone ſingulari, quem in opuſcula contulimus. De his mox agemus paulo fuſius. Sed ante juvat cetera aquarum principia attingere, quod ad earum naturam, quam adumbrare cœpimus, illuſtrandam maxime pertinet. Quamquam elementa de eorum quidem genere, quæ fixa dicuntur, præter hæc, quæ hactenus recenſuimus, nulla alia in fontibus porectæ veteris, puzzolæ, & puellarum inventa ſunt. Non ſic tamen in aquis, quæ ad leonis fontem, atque ad tria balnea decurrunt, in quibus præterea detexit Baſſius aliquantulum bituminis mineralis liquidi, & paululum ſalis ammoniaci.

Elementa volatilia quod attinet, fluidum quoddam deprehendit Baſſius, quod ſpiritus æthereo-elaſtici nomine ipſe notat; idque in aquis illis omnibus: ſed quantum illud in ſingulis inſit, & quale, definire non potuit: neque enim cum hæc tractaret, ea pervulgata erant, quæ de aere, quem fixum vocant, vel colligendo, vel explorando a phyſicis recentioribus traduntur. Hinc multo minus potuit aut vitrioli martialis, & ſulphuris, quæ in fontibus porectæ veteris, puzzolæ, & puellarum volatilia invenit, aut naphthæ, quam pariter volatilem invenit in fonte leonis, atque in tribus balneis, modum cognoſcere. Itaque ſola reſtabant fixa elementa, in quibus ſuam poſſet Baſſius experiri induſtriam. Revera eorum nulli pepercit: ſed ante alia ſales longiſſime perſequutus eſt, vel quod his de medica virtute plus tribueret, quam ceteris, vel quod intelligeret, ab aquis eductos, concretoſque eoſdem non minus quam ipſas aquas morbis quibuſdam depellendis aptos eſſe poſſe. Utcumque ſit, quæ in porectano ſale experimenta, quas obſervationes inſtituerit Baſſius, quantum de eodem in fontibus ſingulis invenerit, quæ denique ejus natura, & vis ſit, paucis expediam.

Uniuſcujuſque ſcaturiginis aquam ad libras ſex vitreo vaſe exceptam arenæ balneo commiſit, ut leni calore evaporaretur. Aqua primum turbari, & corpuſculis, quaſi furfure, conſpergi; tum pellicula albida tenuique ſenſim obduci. His, calore minuto, paulatim ſubſidentibus, demum evapora-

ra-

ratione abſoluta, obtinuit Baſſius ſalinam concretionem, quam deinde, ut heterogeneas partes, ſi quæ eſſent admixtæ, removeret, aqua nivis ſtillatitia diſſolutam trajecit per emporeticam chartam, trajectamque ſolis calori evaporandam, exſiccandamque expoſuit. Sic denique concreti ſalis purioris grana quadraginta octo ſupra drachmam unam ex aquis porectæ veteris, ſupra drachmas tres ex aquis puellarum conſequutus eſt; grana vero ſexaginta ſupra duas drachmas ex aquis puzzolæ; drachmas omnino quatuor ex aquis tum balnei martis, tum balnei regalis; drachmas quatuor & grana duodecim ex aquis balnei bovis; drachmas quinque cum dimidia ex aquis leonis.

Sales hos ſeorſum aqua ſtillatitia iterum ſolvit, ſolutioneſque ſolis calori evaporandas tradidit. Cum primum pellicula ad ſuperficiem apparuit, ſolutionis cujuſque partem planæ laminæ vitreæ ſuperfudit, partem in vaſculum immiſit, ſervavitque partes utraſque in frigido conclavi, ut cryſtallis concreſcentibus poſſet earum figuram quam commodiſſime rimari. Hujus diligentiæ is fuit exitus. Duo potiſſimum ſalium genera, ſi figuram ſpectes, in concretione quaque apparuere: nam in laminis vitreis peripheriam, in vaſculis ſuperiora latera tenebat ſpongioſa quædam, laminoſaque candidiſſima cruſta; centrum vero in laminis, in vaſculis fundum occupabant cryſtalli pariter candidiſſimæ, quarum pleræque cubicam perbelle referebant figuram, reliquæ baſi quadrata in truncatam pyramidem lineis quatuor pellucidis oppoſitos angulos jungentibus aſſurgebant.

Sed ad ſolutiones, quas ante diximus, rediens Baſſius, earum evaporatione abſoluta, invenit cubicos, & pyramidales ſales tres fere eſſe partes quartas totius ſalinæ concretionis, quam porectanæ aquæ ſingulæ ſuppeditant. Pyramidales autem ejuſdem eſſe naturæ ac cubicos omnia, quotquot in utriſque ſeorſum ſumpſit, experimenta Baſſium docuere: eodem enim conſtanter redibant, ſive in cubicis ſumerentur, ſive in pyramidalibus. Sed præſtat experimenta ipſa indicare; neque enim melius, quam per experimentorum exitum propria horum ſalium natura videtur poſſe explicari. Erant igitur experimenta hujuſmodi.

Salibus ſive cubicis, ſive pyramidalibus aqua nivis ſtillatitia denuo ſolutis modo ſolutio argenti in ſpiritu nitri affun-

ſundebatur, modo mercurii ſolutio, modo plumbi. Numquam vero non inalbeſcere primum liquor viſus eſt, poſtea candidiſſimam præbere, & ſat denſam præcipitationem. Quod ſi ſalium eorumdem ſolutio aut violarum ſyrupo, aut heliotropii tincturæ admiſceretur, neque in ſyrupo, neque in tinctura mutatio coloris ulla, quæ ſenſu ſatis poſſet percipi. At injectis ſalibus iiſdem in ſublimatum mercurium aqua ſtillatitia ſolutum, qui ex alcali fixi adjunctione roſeus factus fuerit, & ſpiſſam, ut ſolet, rubicundamque præcipitationem dederit, confeſtim & præcipitatio evaneſcere conſpiciebatur, & rubeus color tolli, & omnino redire liquor ad priſtinam pelluciditatem.

His non contentus Baſſius ſales eoſdem bene exſiccatos decrepitavit, iiſque in pulverem redactis par hydrargyri pondus addidit. Mixturam hanc in phialam anguſto collo indidit, arenæque tradidit balneo: tum aucto per gradus calore ſublimationem uſque produxit, donec ad phialæ collum multæ limpidæ particulæ, lucidiſſimæque micæ, totidem quaſi minimæ cryſtalli, concreverint. His obtentis, ac refrigerata phiala, quidquid ad hujus collum hæſerat ſedulo collegit, collectumque ante omnia lingua deguſtavit, cujus ſane ſaporem auſterum invenit, valdeque ingratum; tum de more aqua nivis ſtillatitia ſolvit; atque ſolutionis duas fecit æquas partes, ut in unam ſpiritum ſalis ammoniaci inſtillaret, oleum tartari per deliquium in alteram. Quo facto pars prima ſtatim turbata eſt, poſtea cœpit inalbeſcere: altera vero ruborem traxit, præcipitationemque præbuit pariter rubeam. Huic denique rubeo liquori ſalem muriaticum puriſſimum ſuperaddidit Baſſius: nec mora; evanuit cum colore præcipitatio, limpiduſque factus eſt liquor.

Poſt hæc non dubitavit Baſſius affirmare, ſalem, de quo agitur, ad muriatici ſalis, quo tamen remiſsius crepitat, naturam accedere. Itaque Wallerium ſequutus, qui ſalem fontium plurimorum, quamvis cubicum, & crepitantem, a gemmeo, marinoque diſtinguit, & propriam ſpeciem facit, porectanum ſive cubicum, ſive pyramidalem ſalem ad fontanum majoribus cubis Wallerii, aut ad nudam muriam vel fontanam, vel thermalem Caroli Linnæi referendum cenſuit; quam quidem ſalis rationem idem Wallerius auctor eſt, muriaticis ſalibus puriorem eſſe, tenuioremque.

His

His de cubico ac pyramidali ſale cognitis ad ſpongioſam, laminoſamque materiam, quæ in ſingulis ſalinis concretionibus ſuperiora tenebat, ſe convertit Baſſius. Ea ſaporis ſalſi erat, amari, urinoſi; humorum vero, quicumque eſſent aeri admixti, ſumme bibax; proniſſima idcirco ad ſolutionem. Ardentibus carbonibus impoſita minime crepitabat, ſed tumebat, & liqueſcere videbatur. Acido autem vitriolico tentata continuo efferbuit; ab efferveſcentia vero reliquus fuit ſal quidam mirabilem Glauberi ſalem apprime æmulans. Denique ſoluta, & violarum ſyrupo affuſa hunc in pulchre viridem mutavit.

Quibus ex rebus colligebat Baſſius, materiam hanc ſpongioſam, laminoſamque toto genere a muriatico ſale differre; eamdem propterea a cubici, ac pyramidalis ſalis, de quo ante diximus, natura longiſſime abeſſe: deinde ejus indolem alcalinam potius eſſe, quam acidam, ſicque ad genus illud ſalis alcali materiam hanc facile pertinere, quod Wallerius monet in acidulis, thermiſque hoſpitari; quod quidem genus animadvertit Baſſius non pro genuino ſale alcali habendum eſſe, ſed ad ſalem neutrum accedere, in quo, quia fortaſſe genuini ſalis fontani baſis non ſatis acido ſaturari potuit, ideo alcalinum principium acido antecellit.

Salibus adhuc recenſitis multas e medicis ſuis virtutibus porectanas aquas debere nemo in dubium vocabit, in primis vero facultatem, qua pollent, ventris blande ſolvendi. Et ſane hæc major aquis leonis inſidet, quas ceteris ſalium copia antecedere ſupra vidimus. Ægrotantium ergo commodo, ut olim aquas ipſas non Bononiam ſolum, ſed ad alia etiam vel extra Italiam loca aſportari ſolitas legimus, ita nunc, id quod facilius fit, ſales aſportantur, qui aquarum leonis evaporatione non multos ante annos parari cœperunt. Iidem vero quibus potiſſimum morbis conveniant, quatenus, & quomodo pro morbo quoque miniſtrandi ſint, docet uſu comprobatum monitum, quod una cum ſalibus mitti poſcentibus conſuevit. Eo fit, ut porectanarum aquarum utilitas, quam natura uni regioni largita eſt, in gentes redundet plures.

De poreƈtano quodam vapore flammam concipiente.

HActenus de poreƈtanis ſalibus. Venio nunc ad vaporem quemdam, qui aquis leonis, nec non trium balneorum, de quibus ſupra diximus, adjungitur, quique admota face flammam facillime concipit. Is ex ore leonini fontis tenuiſſimus, ſummeque fugax una proſilit cum aquis, ſine ſtrepitu, & ſine odore, ut niſi ſi ſuccendatur, ſub ſenſum non cadat. Sed balneorum ab infimis rimis erumpentes aquæ ſecum bullas rapiunt cum murmure; quæ bullæ ſummam ſuperficiem illico petentes aeris attactu repente, magnoque cum impetu diſrumpuntur, vapore, quo turgebant, ſenſum omnem effugiente. Quamquam vidit Baſſius, ſed id per raro, earum bullarum aliquam, quæ antequam diſrumperetur, aliquandiu integra ſupernataret. Ex quo collegit, bullas illas non ſolum e ſubtiliſſimo, maximeque elaſtico vapore conſtare, ſed e pinguiori etiam, denſiorique aliqua materia, quæ ſi quando bullarum lamellas confertius invaderet, fugacem vaporem cohibere poſſet. Quam opinionem confirmare id videbatur, quod in leonis fonte obſervavit. Hujus enim fontis aquæ, antequam ad leonis os, unde exeunt, ferantur in occultam quamdam cavernulam, in quam manant, ſe recipiunt. Cavernulam hanc patefecit Baſſius; atque non bullas ſolum in ejus, ſimiliter ac in balneorum, aquis erumpentes vidit, ſed pinguem etiam materiam, quæ cavernulæ fornicem obſidebat, in quem non niſi a diſſilientibus bullis impingi poſſe videretur. Quo comperto ſimul illud intelligitur, quid cauſæ ſit, cur e leonis ore cum aquis vapor, de quo loquimur, & ſine bullis effluat, & ſine ſtrepitu.

Omnium maxime abundant vapore hoc quæ aquæ in balneum bovis fluunt. Itaque ignem in hoc balneo concipit vapor, ſi bullis, dum diſrumpuntur, fax objiciatur etiam in diſtantia pedis unius. Simul vero ignem concepit vapor, ſtatim flamma per univerſam prorumpit aquarum ſuperficiem, ut incendi aqua ipſa videatur. Eſt autem flammæ color cæ-

ruleus inſtar ſulphuris ardentis, ſi tamen pars ſuperior excipiatur, quæ rutila eſt. Ejus e centro vividæ identidem ſcintillæ micant, quibus perexiguæ flammulæ admiſcentur non raro impenſe rubræ. Quæ omnia per noctis tenebras fiunt oculis, ſi quando alias, maxime conſpicua.

Cupidus ut erat Baſſius hujus vaporis naturam cognoſcendi, non dubitavit exhalationes, quas ille deflagrans emittebat, ſemel, atque iterum, ac ſæpius inſpirare; id quod ſemper potuit impune facere; nullum enim umquam ſequutum eſt vel in faucibus, vel in membrana pituitaria irritamentum: odorem tantummodo perſenſit, eumque leviſſimum, ſimilem ejus, qui ab alcohol, dum ardet, afflatur. Latam etiam argenteam laminam bullis, quas ante deſcripſimus, objecit, ut his diſploſis emiſſi vapores, in eam recta irruerent: quam cum tandem variis coloribus ſuffectam invenerit, fulvo, purpureo, ſubnigro, intellexit utique, illos vapores aliquid cum volatili genuino ſulphure commune habere. Id autem, qualecumque ſit, vaporum illorum proprium eſſe, non item aquarum, ex eo cognovit Baſſius, quod ſimilis argentea lamina in balneorum aquis, qua parte nullæ inſurgerent plenæ vapore bullæ, diu demerſa nihil de ſuo nitore amiſerat.

Adhuc quæ eſſet porectani vaporis natura ſatis definiri nequibat. Alia ad id requirebantur experimenta: eaque opportuniſſima fuiſſent, quæ in vaporis ipſius ſublimatione inſtituta eſſent. Neque enim ſatis huic inveſtigationi aptus erat limpidus ille liquor, quem, vitreo capitello flammæ leonini fontis impoſito, diſtillaverat olim Laurentus, quemque eodem modo obtinuit etiam Baſſius, odore præditum empyreumatico, & quaſi fuliginoſo, eumdemque adjunctis ſive acidis, ſive alcalicis haud mutabilem: vapor quippe flamma attenuatus vix aliud, quam purum phlegma, præbere poſſe videbatur. Sed ſublimationis arte obtinendæ ſpes omnis in temporis longinquitate erat poſita. Baſſio itaque, ut homo erat tam moræ impatiens quam qui maxime, in mentem venit, ſublimationi, quam ab arte exſpectaret, aliam, ſi fieri poſſet, ſubſtituere, quam jamdiu natura ipſa paraſſet. Quid Baſſius cogitarit explicare non poſſum, niſi ante de porectano jugo, quod thermis imminet, aliquid dixerim, cujus ſane ſtructura a montibus circumpoſitis differt non parum.

Stra-

Stratis totum exſurgit fere verticalibus, plerumque fractis, quorum plurima efficit duriſſimus ille lapis, qui ab Aldrovando petra ſerena dicitur, in apennino frequentiſſimus, quædam lapis calcarius niger, aliqua etiam, ſed pauciora, ardeſia tegularis. In his ſtratis foſſilia vel ad animale, vel ad vegetabile regnum pertinentia occurrunt nulla, ſed tantum micæ, heterogeneæ glareæ, ſpathoſæ lineæ, quarzoſæque; aliquæ etiam montanæ cryſtalli in rimis petræ ſerenæ, elegantiſſimæ illæ quidem, nitidiſsimæque. Sed non longe a ſummo vertice ſpiraculum aperitur pedem pariſienſem in longitudinem, digitum in latitudinem patens, juxta quod non dubia antiquæ flammæ veſtigia cernuntur. Spiraculum hoc ſuſpicionem jam injecerat Baſsio ſublimationis, quam natura in montis viſceribus exſequatur, tamquam in ampliſsimo elaboratorio, cujus capitella ſpecus ſint, & cavernæ in ſpiraculum, quaſi in ſublimatorium porectani vaporis ductum deſinentes.

Juſsit ergo Baſsius ingentibus ligneis malleis valide circa ſpiraculum percuti montem. Singulos ictus ſonitus ſequebatur obtuſus, interior, longeque remiſſus, qui ſane de antris caverniſque profundis monere videbatur, quamquam ob ſinuoſos anfractus intromiſſum in ſpiraculum bacillum non ultra pedes tres promovere liceret. Sed, quod Baſsii conjecturam mirifice commendavit, admota ſpiraculo face illico flamma exarſit perſimilis ejus, quam vaporem concipere ſupra docuimus, ſimulque murmur intima montis pervadens exauditum.

Extemplo ferreis malleis, ſcalpriſque, & cuneis, & vectibus, quin & pyrio pulvere tentari cœptæ quæ ſpiraculo circumjacebant lapideæ moles. Jam fervet opus. Ad patefacti ſpiraculi ſuperiora latera combuſtorum vegetabilium indicia apparent; ſubſequitur luteola materia, uliginoſa, ſimillima ejus, quæ ad leonium fontem cavernulæ fornicem tenet. Interea gravis circum perſentiri odor; & ſi quo ex ictu ſcintilla excitetur, ſtatim incendi late vapor. Opus urget Baſsius. Ecce vero caverna in conſpectum venit, terra quadam nigra ſcatens, pingui, tenacique, atque odorem nauſeoſum exhalante. Terram hanc colligenti rimæ ſe Baſsio produnt aliæ atque aliæ vaporem levi cum ſibilo emittentes; quarum uni cum facem ipſe objecerit, repente inflammari

undique omnia viſa ſunt, totuſque intus exauditus miſceri mons; nec niſi tribus poſt minutis extinctæ flammæ, internique ſedati tumultus. Perterritis operariis animos addit *Baſſius*. Improbus denique labor latera rimarum, quas modo dixi, ſuperat. Horum internis parietibus deprehendit Baſſius ſuperinductam tenuem, albidamque cruſtam fulvis exiguis granis refertam. Cruſtam colligit, & grana. Cum vero effodiendi laborem ad multos dies fruſtra produxerit, nam præter vapores ignis avidiſſimos nihil amplius dignum animadverſione ſe offerebat, tandem porectano monti parcendum duxit, ſeque ad chymicam rerum collectarum analyſim contulit.

Uni alembico luteolam commiſit materiam, quam in ſuperioribus patefacti ſpiraculi lateribus offenderat: alembico alteri ſimilem ei materiam in fornice cavernulæ pone leoninum fontem jacentis inhærentem, de qua illud monet Baſſius, quod argenteo cochleari collecta argenti nitorem nota infecit nulla. Fuit autem materiæ utriuſque ratio eadem. Nimirum igne ſuppoſito primum ſe ſe evolvit purum phlegma, copia haud mediocri, odore fuliginoſo, quale ab inflammato leonini fontis vapore per diſtillationem obtineri diximus; tum aucto igne paulum nigricantis olei, cujus odor bituminoſus, & nonnihil empyreumaticus. Fumi apparuere nulli: bene vero pauculæ concretæ materiæ ad retorti vaſis collum applicatæ, ſiccæ, ſubalbidæ, in quibus poſtea ſalis ammoniaci notæ deprehenſæ ſunt plane omnes. Vaſis denique refrigeratis jacebat in fundo terra in nigras maſſulas, leves, ſpongioſas, friabiles coalita. Neque multum diſpar fuit ratio materiæ illius nigræ, unguinoſæque, qua ſcatebat caverna ultra ſpiraculum fodiendo detecta. Eodem enim tractata modo elementa exhibuit eadem, ſed proportione alia; ſiquidem in ea fuit nigricans oleum phlegmate longe copioſius. Quibus ex rebus concludit Baſſius, priorem illam materiam ex tenuiori conſtare naphtha, cui particulæ aqueæ admiſceantur multæ, hanc vero alteram ex denſiori bitumine minerali. Ejuſdemque hujus bituminis craſſioribus particulis impetu vaporis abreptis conjicit ipſe vividas ſcintillas, flammulaſque effici, quas identidem e flammæ centro, ſi vapor in bovis balneo incendatur, erumpere diximus.

Quæ ultimo loco collegit, aggreditur jam Baſſius explorare, abidam cruſtam, & fulva grana. Erant grana ſaporis ſti-

ſtiptici, facileque aqua ſolvebantur. Eorum ergo partem ſolvit, ſolutionique decoctum gallarum admiſcuit; atque nigruit continuo liquor. Partem alteram in vaſe fuſorio accenſis carbonibus impoſuit, obtinuitque puriſſimum colcothar, quod refrigeratum, ac magnetica acu tentatum ferri indicium dedit nullum; idem ablutum, exſiccatumque, atque cum adjuncta adipe igni iterum commiſſum, tandemque refrigeratum plura ferrea ſpicula prodidit, quæ magneticæ acui pertinaciter adhærebant. E puro igitur martis vitriolo grana illa conſtare concluſit.

Cruſtam, ut quæ minime erat aqua ſolubilis, candenti ferreæ laminæ injecit, ex qua ſtatim flammula exſtitit cærulea, halituſque reſpirationis organa nonnihil vellicans. Sed ne ullus de genuino ſulphure dubitandi locus relinqueretur, in vitream phialam ejus cruſtæ partem, & tartari oleum indidit, phialamque arenæ balneo commiſit. Ut primum ebullire oleum cœpit, ſoluta eſt cruſta. In ſolutionem hanc primum immerſit Baſſius argenteam laminam, quæ cito nigra facta eſt: deinde guttatim affudit acidum vegetabile; cumque præter effervefcentiam nihil aliud ſequeretur, iterum ac tertio acidum addidit: quo facto tandem, effervefcentia quieſcente, inalbeſcere liquores cœperunt, & odorem fundere hepar ſulphuris apprime referentem; aliquanto poſt luteola præcipitatio ſequuta eſt, tenuiſſima, quæ ſulphuris erat butyrum.

Adhuc hæc erant porectani vaporis a Baſſio facta pericula; quorum alia quidem ſimpliciſſimæ naphthæ indolem indicare ei videntur, alia genuini ſulphuris. Summæ flammæ color rutilans, odor aquarum ab eo, quem fontes volatili genuino ſulphure præditi emittunt, longe diſtans, in primis vero flammæ exhalationes, quæ neque tuſſim excitant, neque ſternutamentum, de naphtha eum monent: contra de ſulphure tum flammæ pars reliqua cærulea, tum argenti nitor ab appellente vapore ſublatus, tum vero maxime albidæ cruſtæ, de qua noviſſime diximus, natura. Putat itaque Baſſius, vaporem a craſsiori bullarum, unde erumpit, bitumine expeditum maxime ad naphtham eſſe referendum ſubterraneo igne ſummopere attenuatam, quam ſpiritus æthereo-elaſticus una cum phlogiſto e montis cavernis elabens ſecum vehat; eidem nonnihil acidi catholici, in ſubterraneis potiſsimum lo-

locis degentis, adjungi; quod tamen acidum & ſuapte natura, & ſpiritus modo dicti impetu ita percitum ſit, ut cum phlogiſto coire, illudque complecti nequeat; inde fieri, ut in vapore ſulphuris quidem elementa inſint, ſed ipſe tamen verum non ſit volatile ſulphur.

Quibus poſitis multa explicat; in his, quare nec leonis, balneorumque aquæ ſulphur oleant, nec emiſſus e vaporis flamma halitus nares, faucesve irritet; non enim compoſitum in his rebus ſulphur contineri. Quod ſi argenti nitorem vapor tandem inquinat, id acido tribuendum eſſe, quod licet mediocri ſit copia, tamen tractu temporis effectum edere debet, qui ſub ſenſum veniat. Similiterque longo annorum decurſu ex acido, cum primum liberum aerem attingeret, ibique nonnullas phlogiſti, & martis minimas particulas aggrederetur, coaluiſſe ponit albidam cruſtam cum interſperſis fulvis granis, quam ſupra deſcripſimus, nec non tenuia quædam candidiſſima ſulphuris fila, quæ ad leonis fontem in ſubjecta pelvi cernuntur.

Videtur ergo e Baſsii opinione ſequi, ut porectanus, de quo hactenus egimus, vapor facultatem, quam habet, ut admota face incendatur, non a genuino ſulphure, quod fortaſſe non continet ullum, ſed omnino a naphtha accipiat. Id quod ex eo etiam veriſimile fit, quod Baſſius animadvertit, fontes ſcilicet, qui volatilis ſulphuris ditiſſimi ſint, nec tamen ullo flammam concipiente vapore utantur, frequentes valde eſſe, inter quos fons porectæ veteris, quem ſupra commemoravimus, præcipue recenſeri debet; contra qui vaporem præſeferant ſimilem ejus, qui leonis, ac trium balneorum aquas comitatur, eſſe toto terrarum orbe paucisſimos. Atque hoc etiam nomine erat vapor is dignus in primis, in quo tantum operæ ac laboris Baſsius conſumeret.

De olivarum oleo.

NIhil eſt rerum omnium, quæ nos circumſtant, cujus tam noſtra interſit naturam, conditionemque cognoviſſe, quam eorum, quæ non ſolum in quotidiano uſu verſantur, ſed cibis etiam, quibus veſcimur, parandis perſæpe adhibentur. In his eſt olivarum oleum, cujus principia explora-

raturus Putius ab olivis ipſis exorſus eſt, quas chymicæ analyſi, & cum nondum maturæ plane eſſent, ſubjecit, & poſtquam maturuerant.

Ingentem inſipidi phlegmatis vim ſuppeditarunt immaturæ, parum olei, multum capitis mortui. Oleum ita veniebat, ut ſpeciem albicantium vaporum haberet; nihil vero præſeferebat, quod non commune ſit vegetabilibus omnibus, ſi diſtillationi committantur. At a maturis phlegma primum prodiit ſeptimam olivarum partem pondere æquans, inſipidum illud quidem initio, ſed deinceps magis magiſque acidum. Phlegma excepit oleoſa materia ad quintam ponderis olivarum partem, quæ tamen ſibi adjunctum tantum aquæ habebat, ut e ſeptem ejus libris una dumtaxat & dimidia olei ſecerni potuerit. Oleum hoc, cum deinde rectificaretur, adhuc phlegmate non pauco inquinatum ſe oſtendit; nam bullæ aqueæ permultæ ſurſum ferri, & non ſine ſibilo erumpere viſæ ſunt. Quæ tamen cum non ante apparuerint, quam vapores aſcendere cœperint aciduli, confirmabatur Putius in ea ſententia, acido contineri principium illud, quod disjunctiſsimas res, oleum, & aquam, conſociat, inque mutuum quaſi complexum adigit. Ceterum rectificatum oleum ita ſibi conſtans fuit, ut diſcrimen percipi nullum potuerit primum inter & ultimum. Denique caput mortuum ſalem præbuit acrem, & naturæ prorſus alcalinæ.

Hæc cum in olivis comperiſſet, olea expreſſa aggreſſus eſt Putius. Tria elegit, quorum experimentum caperet; olei florem, cujuſmodi ſponte, & ſolo ſuo pondere preſſæ ſtillant e tela, cui impoſitæ ſunt, olivæ maturæ; venale oleum optimum; oleum deterius. Singula diſtillatione tractata primo phlegma exhibuere, quod ſenſim acidius fiebat; deinde oleum butyri inſtar; poſtea oleum ſubtile, unaque vapores acidos permultos; porro vaporibus his ceſſantibus oleum coloratum, exindeque oleorum nigrorum gradus alios atque alios, quorum ultimus omnium maxime empyreumaticus: denique ſub diſtillationis finem rurſum vapores, pauculos illos quidem, ſed acidiſsimos. Hæc tamen non eadem fuerunt proportione in oleis omnibus. Fuit enim phlegma in oleo optimo perpaucum, plurimum in deteriore; modicum in puriſsimo: aciditatem vero præſetulit eo promptius, impenſiuſque, quo eſſet olei conditio deterior. Similiterque quo lon-

longius oleum diſtillationi commiſſum a purisſimi conditione diſtaret, eo plus butyracei olei ſuppeditavit, eo etiam majorem acidorum vaporum vim; contra eo minus olei ſubtilis.

In acidi naturam diligentius inquirens Putius, illud multis tentavit modis; ferro, cupro, violarum ſyrupo, nitro, tartari oleo. Numquam non vitriolicam maxime indolem viſum eſt promere. Sed rem tum denique ſe plane exploratam habere Putius putavit, cum volens excipulum mutare, jubenſque propterea retorti vaſis collum erigi, ſtrepitus repente, exploſioneſque exaudivit. Intellexit enim, vapores pure acidos, qui tum forte copioſi aſcendebant, in guttas coactos, atque in ſubjectum calens oleum recidentes idipſum efficere, quod vitriolicum acidum ſolet, ſi quando in calens oleum infundatur.

Pari diligentia caput mortuum examinavit, quod obtinuit eo largius ab oleis, quo eſſent minus pura. Illud multo igne aperto calcinatum conſtanter ſalem præbuit lamellis compoſitum, & omnino neutrum, quem credibile videtur Putio ex ſalibus ipſis, quos planta ad fructus adducit, coaleſcere.

Animadverſione autem dignum in primis eſt, quod comperit Putius, cum olea duo, quæ ſupra commemoravimus, butyraceum, & ſubtile rectificaret. Nam cum in expreſſorum ab olivis oleorum diſtillatione, omni phlegmate exhauſto, ſe offerret, uti diximus, primo oleum butyraceum, deinde ſubtile, contra in utriuſque horum rectificatione primo ſubtile ſe ſe obtulit, butyraceum deinde. Cujus rei cauſam repetit ille a duplici acido, quod in oleis expreſſis ſibi videtur deprehendiſſe, quorum alterum laxe ipſis adhæret, alterum eſt iis intime conjunctum. Subtilis ſane, & ingenioſa eſt explicatio, & pluribus obſervationibus confirmata, de qua lectoribus auctores ſumus, ut Putii ſermonem ipſum conſulant, quem anno jam ineunte milleſimo ſeptingenteſimo ſeptuageſimo tertio in Academia recitatum tandem in opuſculis edimus. Nos ad ea properamus, quæ uſum maxime reſpiciunt, quorum aliqua opportuniſſima ſint, ſi quando de expreſſorum oleorum conditione ex tempore judicium ferre oporteat.

Sed antequam ad hæc veniamus, unum adhuc de rectificatis oleis notandum habemus, quod eorum efficacitatem maxime declarat. Nimirum ſi idem oleum iterum ac ſæpius re-

rectificetur, fit ipſum non modo magis deinceps magiſque ſubtile, ſed etiam ita diaphanum tandem evadit, ut aquæ colorem, limpitudinemque æmuletur: eo autem tenuitatis adductum cum fuerit, adeo penetrans eſt, ut ad dippeliani olei naturam proxime accedat; id quod ex eo etiam comperit Putius, quod cum affectum torpore carpum hujuſmodi oleo fricaſſet, torpor brevi evanuit.

Nunc illa, quæ modo propoſui, expedio, exordiorque ab iis, quæ ſi caveantur, ſit expreſſi ex olivis, quas apto, riteque ſubacto ſolo natas ponimus, olei conditio laudabilis. Ac primo quidem colligantur olivæ, cum maturitatem adeptæ arboribus pendent; neque vero excutiantur, ſed manu legantur. Fiant ex iis acervi, eædemque ſic acervatæ ſerventur uſque donec cutem ſuam corrugare cœperint. Tum vero premantur; ſed non ita avide, ut mucilaginoſa etiam earum pars exprimatur: inſidet enim in hac auſterus olivarum ſapor, qui propterea in oleum etiam derivaretur. Denique oleum, quod ſub expreſſionis finem obtinetur, cum primo ne miſceatur; minus enim eſt purum, ideoque illud vitiaret. Neque credendum, non poſſe oleo efficere, quod olivæ diutius, quam par eſſe diximus, acervatæ conſidant. Cito namque fervefcunt; ex quo fit, ut oleo acredinem quamdam impertiant, quæ aliquo præſertim elapſo tempore ſe prodit. Hujus autem proprium eſt fauces quodam ardoris ſenſu afficere. Quod ſi olea etiam, quæ ab immaturis olivis exprimuntur, acriora eſſe ſolent, non eamdem tamen eſſe utriuſque acredinis cauſam, & rationem oſtendit Putius.

Sed quis ſperet, oleis, quæ in commercium veniunt, omnes, quas diximus, diligentias fuiſſe adhibitas? Igitur ut de eorum conditione facile quiſque judicet (neque enim chymicam inſtituere analyſim omnibus datum eſt) ad colorem, ad ſaporem, ad ardendi modum ſe attentum præbeat. Meliora olea pulchre vel flaveſcunt, vel vireſcunt; numquam non pellucent. Saporem habent dulcem, nequaquam auſterum, aut acrem; nullum in palato, faucibuſve ardorem relinquunt, ſtipticum ſenſum nullum. Sine ſtridore ardent, celeriterque ardendo conſumuntur; id quod ex eo repetit Putius, quod minus acido ſcatent; putat autem, immixtum oleis minus puris acidum impedire, ne phlogiſtum celeri deflagratione abſumatur. Adhuc hæc erant, quæ curſim de olivarum oleis di-

dicenda habebamus, quorum analyſim etſi Putius temporis brevitate preſſus tam longe, quam voluiſſet, provehere non potuit, eam tamen ita perſecutus eſt, ut & experientiſſimum ſe chymicum oſtenderit, & humanorum commodorum ſtudioſiſſimum.

ANATOMICA.

BRutorum animalium ſectio cum pulchram per ſe affert cognitionem, tum vero habet quo ſe iis etiam commendet, qui utilitate omnia metiuntur. Facta enim cum humano corpore comparatione, ut multas ante hujus phyſiologia acceſſiones inde accepit, ita non pauca eorum, quæ habet etiamnum obſcura, credibile videtur fore, ut illuſtrentur aliquando, in apertoque ponantur. Quam ſane ſpem habere poſſumus eo firmiorem, quo majori ſtudio & apud exteros & apud noſtros a viris phyſicarum rerum peritiſſimis anatomiam, quam comparatam vocant, coli videmus. Cujus laudis ut noſtra etiam particeps ſit Academia fecerunt cum alii alias, tum vel maxime ſuperioribus annis medici, iidemque anatomici præclariſſimi tres, Joſeph Ballantus, Cajetanus Caſpar Uttinus, & Aloyſius Galvanus, quorum ſtudia paucis perſtringere aggredior.

De quorumdam animalium organo vocis.

NOtum eſt phyſico cuique quanto ſtudio Heriſſantius, Anatomicus in Gallis longe nobiliſſimus, vocis vias in animalibus pluribus perluſtraverit, eo ſcilicet conſilio ut graviſſimam de natura inſtrumenti, cui effecta humana vox attribuenda eſt, quæſtionem illuſtraret. Tanti viri induſtriam ſibi ad imitandum propoſuit Ballantus, nihil tam cupiens, quam ut poſſet ſuis & ipſe inveſtigationibus celeberrimæ quæſtioni lumen afferre aliquod. Itaque anno milleſimo ſeptingenteſimo ſexto & ſexageſimo in felibus, in canibus, in vitulis obſervationes inſtituit: anno proximo ad volatilia ſe contulit.

Tra-

Trachea in felibus ex anulis conſtat non integris, quippe cum poſticum ejus parietem efficiat plana membrana ciborum canali contigua. Anuli illi, cum magis ſint quam in homine diſtincti, ſinunt, ut liberius œſophagus dilatare ſe poſſit, & aſperiora, quæ feles deglutire ſolent, ſine tracheæ offenſione admittere. Laryngis cartilagines, præſertim arytænoideæ, textura ſunt compactiori, quam in homine. Thyroidea in anteriore parte vix prominet, ejuſque circumferentiæ os hyoide arctiſſime adhæret, cujus cornua, quod ſingulare Ballanto videbatur, cum cornibus cartilaginis ejuſdem conjunguntur, brevibus illis quidem, & obtuſis. Arytænoideæ poſteriori in parte œſophagum verſus elevantur, formantque circuli quaſi ſegmentum; quo fit, ut circumſcripta iis rima non uniformis ſit, ſed elegantem in modum interciſa. Cricoidea ne vix quidem ab humanæ figura diſtat: itemque epiglottis, cui ſane ſui ſunt elevatores muſculi ſatis manifeſti, quos Morgagnus in brutis conceſſit, in homine negavit.

In laryngis internas partes inquirens Ballantus quatuor offendit ligamenta, quorum duo inferiora, robuſtioraque ſic jacent, ut mediam relinquant rimam cum humana glottide comparandam; duo vero ſuperiora & ſunt minus craſſa, & recedunt ita a ſe mutuo, ut rimam non forment, ſaltem glottidis nomine dignam. Superiora inter atque inferiora ventriculi occurrunt duo, utrinque unus; duo alii inter ſuperiora ligamenta modo dicta, & ligamenta epiglottidis poſteriora, quibus nempe ligamentis epiglottis arytænoideis cartilaginibus annectitur. Hæc in felibus.

In cane tracheæ anuli ita ſunt, ut in homine, niſi quod ſpatium membranaceum juxta œſophagum relinquunt paulo minus latum. Cartilagines, ſive texturam cujuſque ſpectes, ſive figuram, ita prorſus ſe habent, ut in fele, præter arytænoideas, quæ ad poſteriorem partem in circuli ſegmentum non tam altum elevantur, neque tam læves ſunt, elegantesque, quam in fele. Ligamenta etiam in canis larynge adſunt quatuor; ſed ſuperiora, quamvis diducta minus ſint, quam in fele, tenuiora tamen ſunt, & breviora, ut multo magis in cane videatur glottis ab inferioribus effici ligamentis, quæ & pergrandia, & validiſſima ſunt, & alte admodum aſcendunt verſus ſuperiora. Eo etiam fit, ut ven-

triculi ſuperiora inter & inferiora ligamenta locati, qui profundi valde ſunt, & lati, fere undique clauſi formam quaſi tympani habeant: inferiora enim ligamenta alte aſſurgentia ita ad ſuperiora accedunt, ut inter utraque vix ſuperſit tenuis rima ingreſſum aeri in ventriculos concedens.

Vituli anulos tracheæ & integros habent, & nonnihil ellipticos: textura vero cartilaginum laryngis eſt ipſis cum cane, & fele communis. Cricoidea humanæ, thyroidea felinæ ſimilis eſt; arytænoideæ ad humanas proxime accedunt; epiglottis ab humana muſculis non parum, at figura nihil differt. Nulla conſpiciuntur in vitulis ligamenta ſuperiora; inferiora autem, e quibus glottis conſtat, craſſa valde ſunt, eademque robuſtiſſima. Tubus denique ad laryngis uſque oſtium æquabilis porrigitur, ventriculis interruptus nullis.

His deſcriptis conjecturas de vocis cauſa proponebat Ballantus, quarum ſumma huc redit. Ut laryngis ſtructura, ita & vocis ratio alia eſt in animalium ſpeciebus aliis. Felium vox in multos flectitur vel acutiei, vel gravitatis modos, & aliquando hominis, puerorum præſertim, ejulatum imitatur; id quod tum maxime apparet, cum feles in venerem aguntur. Canes tonos habent pauciores, eorumque vox modo rugitu continetur, modo latratu. Unus tantummodo videtur tonus poſſe vitulis concedi, iſque valde gravis, qui mugitu ſemper exprimitur. Hinc ſtatim apparet, tonos edi plures ab animalibus, in quibus ligamenta laryngis ſuperiora ſunt aliqua, ab hiſque tanto plures, quanto ſunt ligamenta inſigniora. Ex quo inferebat Ballantus, in ligamentis vocem formari; quod ſi in ligamentis formatur, non niſi ab eorum tremoribus, concuſſionibuſque eamdem effici poſſe: tremores enim hi crebriores eſſe poſſunt, rarioreſve pro varia ligamentorum (ſi cetera ſint paria) tenſione, ſicque efficere illam tonorum varietatem, quæ videbatur ipſi fruſtra ab exiguæ rimæ dilatatione conſtrictioneve exſpectanda. Ceterum vocis edendæ munere excipiebat epiglottidis ligamenta, quamquam in felibus ea invenerit fere omnino libera: excipiebat quoque ventriculos, quos, etiam ubi inſignes ſunt, ut in canibus, non ad ſonum proprie edendum datos autumabat, ſed potius ad reſonandum.

Ergo canum tam rugitum, quam latratum præcipue ab inferioribus ligamentis in tremores actis repetebat, ſimulque conji-

conjiciebat, aerem in ventriculos ingreſſum, ibique repercuſſum, atque colliſum vocis magnitudinem adaugere. Cum vero vituli, qui ſolis utuntur inferioribus ligamentis, ſonum tantum emittant gravem, veri valde ſimilem Rungei opinionem eſſe colligebat, qui tonos graves inferioribus ligamentis effectos tribuit. Denique ex his omnibus concludebat, vocis organum cum Fereinio ad lyrica inſtrumenta multo probabilius, quam ad pneumatica eſſe referendum: ſed rem omnino affirmare ante non audebat, quam in aliis animalium ſpeciebus ſuas inſtituiſſet obſervationes.

Itaque ad volatilia ſe convertit, diſſeruitque anno milleſimo ſeptingenteſimo ſeptimo & ſexageſimo de pica, & ſturno. In his ſimiliter, atque in avibus pleriſque Heriſſantius, invenerat ipſe vocis organum non ad tracheæ caput, ſed ad bronchiorum diviſionem locatum; de quo tamen antequam diceret, voluit quædam a ſe in glottide animadverſa cum Academia communicare. Nimirum cum pica, & ſturnus id habeant cum avibus fortaſſe omnibus commune, ut epiglottide careant, cupido eum inceſſerat cognoſcendi ecquid id ſit, quod vicem epiglottidis ſupplens, ne ingeſta in laryngem illabantur, impedit. Et quamquam ſuſpicionem jam feciſſent aliquam villi plurimi, quibus laryngis oſtium interno in limbo refertum viderat, nihil tamen villis his tribuere voluerat, quod obſervatio, & experientia non docuiſſet.

Quocirca vivam picam cultro per quam diligenter diſſecuerat, ut totus larynx in conſpectum veniret: quo facto, pica ſponte laryngis oſculum modo relaxante, modo conſtringente, apertiſſime intellexerat, villorum complexu in conſtrictione illud plane occludi. Cum vero attentiorem ſe præbuiſſet, deprehenderat etiam oſculi ejuſdem conſtrictionem cum arytænoideorum muſculorum contractione ita conſpirantem, ut illam ab hac effici dubitare non poſſet, præſertim poſtquam eam motuum conſpirationem, quoties illis muſculis ſtimulum admoveret, inſtaurare ſe poſſe vidiſſet, ita quidem ut arctior oſculi conſtrictio ſtimulum conſequeretur acriorem. His expoſitis, quorum poſtremum Halleri ſententiam, ſtatuentis arytænoideis muſculis non relaxari, ut quidam poſuerant, ſed conſtringi glottidem, mirifice commendat, laryngem, & tracheam picæ, ſturnique deſcribere aggreſſus eſt.

La-

Larynx iiſdem conflatur cartilaginibus, quibus humanus; quæ tamen in his animalibus molliſſimæ ſunt. Interna ejus ſuperficies lævis eſt, & æquabilis, nulliſque ſive ligamentis, ſive ventriculis ſcatet. Trachea vero longiſſima eſt, & anulos habet amplius octoginta, qui ad ellipticam figuram accedunt, atque in totum cartilaginei ſunt. Prope bronchiorum diviſionem incipiunt anuli paululum intra tubi cavum prominere; eoque prominent magis, quo propius ab eadem diviſione abſunt. Hinc, fortaſſe ob continuitatis quam appellant legem, prominent etiam, quamquam minus deinceps minuſque, anuli primi bronchiorum, qui tamen non ellipticam figuram habent, ſed eam, quæ circuli ſegmentum referre videatur. In ipſa autem bronchiorum diviſione chordæ exſtant duæ longiuſculæ, albicantes, rotundæ, & naturæ omnino ligamentoſæ; quæ quidem in anteriore parte anguli, quem bronchia faciunt, ortæ ad oppoſitum parietem, in quem infixæ ſunt, feruntur ita liberæ, & ſolutæ in toto tractu, ut nuſquam vicinis partibus adhæreant. Ipſis etiam prominentibus, quos ante diximus, anulis ligamentoſi aliquid ſuperſtructum invenit Ballantus.

Sed ligamentum nullum inſignius illo, quod juxta bronchiorum diviſionem exilibus ſuis capitibus tubi ſuperficiei alligatum, tum in medio craſſeſcens, & nonnihil convexum, tubi ejuſdem axem trajicit, liberrimeque intra cavum fluitat. Hujus autem ligamenti tenſioni moderandæ præeſt, e Ballanti quidem ſententia, muſculus de bicipitum genere, qui ab octavo ſupra bronchia anulo profectus in duo ſtatim ſcinditur crura, quorum unum ad ligamenti caput unum, alterum ad alterum excurrit, arcteque ei annectitur. Quare non dubitabat Ballantus hunc cum thyroarytænoideo muſculo comparare, quem in homine pro varia ſuorum crurum contractione ad varios tenſionis gradus ligamenta glottidis adducere Rungeus arbitratur.

Cum hæc omnia in picæ, ſturnique larynge, atque trachea animadvertiſſet, vix continere ſe poterat Ballantus, quin palmam Fereinio deferret. Quorſum enim tam artificioſus prominentium anulorum, & chordarum apparatus, ſi vox, ejuſque toni aliter, ac ipſe ponit, creentur? Attamen alias duxit exſpectandas eſſe obſervationes, maluitque timidus videri, quam non ſatis opinandi temperans: idque eo vel maxime,

me, quod in uſum thyroideæ glandulæ ſibi diligentius inquirendum putabat, quam vocis organo in primis ſervire ſuſpicabatur. Comperemt enim, aves glandulam hanc non in cartilagine habere, a qua nomen ducit, ſed in bronchiorum diviſione, ubi vocis organum locatum eſſe diximus.

Ac ne cui forte dubium ſit, poſse hanc avium glandulam cum thyroidea hominis comparari, monebat Ballantus, duos illi, non ſecus ac humanæ, eſſe lobos, quamquam eos non manifeſte inter ſe communicantes, præterea eamdem fere figuram, habitum eumdem, eamdem, ſi unum non attendas locum, quem tenet, conditionem. Quod autem vocis organo famuletur glandula hujuſmodi in animantibus omnibus, id videtur ſatis comprobare ejus ſedes, quæ numquam non eſt cum eo organo conjuncta: nam in homine, & quadrupedibus laryngem, in avibus bronchiorum diviſionem complectitur. Quid quod ibi, e Ballanti obſervationibus, incipit glandula, ubi vocis incipit organum, iiſdemque cum ipſo finibus terminatur; ut ſi quod ſit animal, in quo vocis chordæ altius in trachea aſcendant, altius etiam ſedeat glandula; & ſi quod ſit, in quo chordarum ſeries per bronchia ipſa producatur, glandulam etiam videas, duabus quaſi appendicibus editis, in bronchia ſe immittentem? Sed quidnam id eſt, quod glandula hæc vocis præſtat organo? Idipſum ſibi ad perſcrutandum proponebat Ballantus; quaque erat & diligentia, & fide, feciſſet ſine dubio quod ſibi ſumpſerat, niſi paulo poſt quam hæc diſſeruit, febris, quæ anno milleſimo ſeptingenteſimo ſexageſimo ſeptimo multos cum de nobilium, tum de civium ordine ſuſtulit, eum etiam invaſiſſet, atque Academiæ, totique civitati, cui carus in primis erat, in ipſo ætatis, fortunæque flore eripuiſſet.

Relictam a Ballanto provinciam ſuſcepit Cajetanus Uttinus, medicus & gratia non minus, quam Ballantus, valens, & phyſicarum, anatomicarumque rerum ſolertiſſimus. Is anno ſexageſimo octavo ſupra milleſimum ſeptingenteſimum ſuas ad Academiam attulit obſervationes, quas in avibus quinque inierat, ardea, fulica, noctua, pica glandaria, merula: hiſque non multo poſt alias addidit, quas in pſittaco, in carduele, atque in ſolitario paſſere inſtituerat.

Ut a primis exordiar, ardea tracheam habet, ut colli proceritas monet, longiſſimam, eamque anulis cartilagineis in-

integris, valdeque robuſtis inſtructam. Ubi trachea in bronchia dividitur, incipiunt anuli ſegmentum circuli referre, tenui, pellucidaque membrana eorum extremitates nectente. Primi a diviſione anuli numero quinque, aut ſex nonnihil intra tubi cavum porriguntur, & parvulis inſtructos ſe præbent ligamentis, ad quorum moderandam tenſionem datus eſſe videtur muſculus, cujus crura in anuli inferioris capita inſeruntur. In fulica ſunt anuli hi pauciores, & majus circuli ſegmentum referunt, quam in ardea; reliqui vero ad pulmones uſque vix ab integro circulo diſtant: ſed muſculus, qualem modo in ardea notavimus, nullus omnino apparet. In avibus ceteris eadem obtinent, quæ in ardea, niſi quod hæ, ut ſunt corpore minores, ita exiliores habent tum bronchiorum anulos, tum muſculum ligamentorum moderatorem; glandaria vero pica confertioribus bronchiorum anulis utitur, ideoque numeroſioribus, qui quia laxiori inter ſe vinculo juncti ſunt, propterea juxta membranoſum oppoſitum parietem non parum concidunt: idemque valet in merula.

Hic illud notabat Uttinus, nullum ſe muſculum in avibus his invenire potuiſſe, qui tubi longitudinem ita immutare queat, quemadmodum diverſa tonorum ratio in pneumatico inſtrumento poſtularet; nonnullos quidem ſe vidiſſe muſculos, qui motibus oſſis hyoidis ſerviant, ſed eos, dum agunt, efficere aliud non poſſe, quam ſuperius tubi oſtium ſecundum horizontalis plani directionem paululum aut admovere ad roſtrum, aut ab eo removere; quo ſane a motu tonorum varietas peti nequit: propterea videri naturam in anulorum, ligamentorumque cum a ſe, tum a Ballanto ante deſcriptorum ſtructura artificium omne poſuiſſe, voluiſſeque ut vocis organum lyrico inſtrumento contineretur.

Quare Uttinus ſic avium, quas ſecuerat, vocem explicabat, ut unicam, quam ardea edit, ingenti cuidam quaſi afflatui ſimilem, a cartilagineorum anulorum craſſitie, rigiditateque repeteret, nec non a ligamentorum parvitate, quibus omnibus minus aptæ illæ partes tremoribus concipiendis reddantur: eo addebat etiam, quod ſonus in tanto tracheæ tractu non parum obtundi debet. Quod vero in fulica anuli ligamentis inſtructi pauci ſunt, ac muſculus ligamenta tendens deſideratur, id in cauſa eſſe putabat, quare unicus ſit hujus avis tonus, iſque brevis, quem tamen anulorum robur,

bur, perfectioque ita intenſum efficiat, ut vel in maxima diſtantia exaudiatur. Cumque noctua non unam emittat vocem, plures glandaria pica, & adhuc plures merula, id & multitudini anulorum, & laxiori eorum nexui, & variæ denique ligamentoſi apparatus tenſioni tribuebat.

Thyroideam glandulam quod attinet, quam & ipſe in ſuis avibus, ſi fulicam excipias, & noctuam, juxta bronchiorum diviſionem locatam vidit, eam ad vocales chordas in animalibus omnibus, in quibus adeſt, opportune emolliendas, humectandaſque datam eſſe conjectabat: idque eo probabilius, ſi illud conſtans ſit, glandulam hanc aut ibi eſſe, ubi vocis organum ſitum eſt, aut nuſquam eſſe; nuſquam vero non eſſe niſi iis in animalibus, quæ tonos edunt perpaucos, cujuſmodi fulica eſt, & noctua, quæ propterea chordarum apparatum requirunt haud magnum, a quo facile ariditatem prohibere natura potuerit vel ſine glandula.

Venio jam ad reliquarum, quas ſupra commemoravi, avium vias vocis indicandas; qua in re poſt ea, quæ hactenus explicata ſunt, mihi licebit eſſe brevi. Larynx, ut in volatilibus ceteris, de quibus ante dictum eſt, ita in carduele, & ſolitario paſſere figura elliptica donatus eſt, & e duabus compoſitus cartilaginibus mediam rimam intercipientibus, quæ aptorum muſculorum ope pro opportunitate probe clauditur. Id ſingulare habet pſittacus, ut ejus larynx e cartilaginibus conſtet tribus, quarum duæ ſemilunari figura præditæ, & e regione poſitæ rimam efficiunt, tertia parvi cylindri formam primum habens, tum in acutas productiones duas deſinens ſubjecto tracheæ tubo reſpondet. Ceterum ne in his quidem volatilibus ligamenta ad laryngem occurrunt ulla, ventriculi ulli; ſed totus tracheæ tubus æquabilis eſt, nec ejus anuli, qui confertiſſimi ſunt, niſi prope bronchiorum diviſionem intra cavum prominent. Ibi præter ligamentoſas fibras, quibus prominentes anuli ſcatent, notavit Uttinus ligamenta duo præ ceteris conſpicua, & maxime libera, nec non & tertium adhuc inſignius una cum muſculo hujus tenſionem moderante, forma, ſtructuraque prorſus iis ſimilia, quæ in pica, & ſturno notata fuiſſe diximus a Ballanto. Duo denique de horum animalium pulmonibus monebat Uttinus, alterum ad eorum texturam pertinens, alterum ad molem. Illa flacida eſt, & ſpongioſa; hæc minor,

nor, quam laryngis, & tracheæ magnitudo ad totum avis corpus comparata polliceri videtur.

Atque huc quidem poſtremæ redibant Uttini obſervationes: quæ ſane hoc ipſo, quod nihil fere adjungebant novi ad ea, quæ ſuperiores ſive ejus, ſive Ballanti obſervationes jam prodiderant, aptæ in primis videbantur ad naturæ conſtantiam oſtendendam. Tanti autem naturæ conſtantiam faciunt phyſici, ut quibuſcumque in rebus aſſequi eam potuerint, longiſſime progreſſos ſe eſſe arbitrentur, & facile naturæ leges cognoſcere ſe poſſe confidant. Quare etiamſi id unum ſuis obſervationibus conſecuti eſſent Ballantus, atque Uttinus, ut quamdam naturæ conſtantiam, perpetuitatemque in apertum poſuerint, jam ſatis amplum ſuorum laborum fructum eos tuliſſe nemo negabit.

De volatilium aure.

NOn ſemel accidit, ut quam ſibi rem ſuarum inveſtigationum materiam quis propoſuit, eamdem alter ſimul propoſuerit ſibi neſcius alterius. Quod ſi utile eſt phyſicis præſertim diſciplinis, ut res eadem & a pluribus tractetur, & ab iis, qui nullarum ſint ſtudioſi partium, nihil videtur eo caſu optabilius: ſic enim nec alter a cœpto deterretur diligentia alterius, nec quiſquam partium ſtudio in id rapitur, quod verum ſincerumque non ſit. Evenit autem caſus hic memoria adhuc recenti, cum vir clariſſimus, Antonius Scarpa, in multorum volatilium aurem Mutinæ inquireret. Nam eodem tempore in eamdem inquiſitionem incumbebat Bononiæ Aloyſius Galvanus, & ſuas ad Accademiam deferebat obſervationes. Videbatur enim Galvano volatilium auris opportuniſſima ad uſum earum partium declarandum, quæ in aure humana nondum ſatis conſtat quid ad perficiendam auditionem conferant. Ac cœperat jam anno milleſimo ſeptingenteſimo ſecundo & ſeptuageſimo quæ in Academia ſuperioribus annis ea de re diſſeruerat, omnia in unum volumen colligere, atque ad editionem adornare, cum Scarpæ liber prodiit, in quo pleraque ea, quæ ipſe obſervaverat, deſcripta invenit. Ergo ab opere ſtatim deſtitit, conſtituitque ea dumtaxat in unum libellum redigere,

quæ

quæ aut fuiſſent a Scarpa prætermiſſa, aut aliter ac a ſe explicata. Sed cum alia ex aliis ſupervenerint, quibus ab ejus confectione libelli impediretur, coactus eſt omnia in perbreve opuſculum contrahere, in quo præcipua tantum, & ſumma capita attingeret, quod nobis deinde tradidit in hoc tomo edendum. Edidimus illud quidem eo libentius, quod de nobiliſſima comparatæ Anatomiæ parte agitur, quam Anatomici duo longe præſtantiſſimi nulla præconcepta opinione, ſed uno veri inveniendi deſiderio ducti, ac ſingulari diligentia uſi tractarunt: ut propterea quæ inter utrumque conveniunt, non poſſint magis eſſe extra dubium poſita; ſiqua vero non plane conveniant, ea maxime digna ſint, quæ phyſicorum etiam aliorum induſtriam excitent. Ceterum Galvani opuſculum in hoc commentario non referimus, cum ſit ipſum commentarius quidam, referrique non poſſit, niſi exſcribatur.

De obſervationibus ad uteri conſtructionem pertinentibus.

HUjus eſſent loci ea, quæ anno milleſimo ſeptingenteſimo ſexageſimo ſeptimo Germanus Azzoguidius, præſtanti vir ingenio, eloquentia mirabili in Academia de uteri conſtructione diſſeruit. Ut enim erat jam tum anatomicæ ſcientiæ, in qua inter omnes excellit, deditiſſimus, ita evenerat, ut obſervando multa comperta habuerit, quæ diverſarum ejus viſceris partium ſtructuram, & uſum mirifice illuſtrarent. Sed cum his alia deinde atque alia addidiſſet, quæ non intermiſſa obſervandi ſolertia ipſi obtulerat, factum denique eſt, ut librum componere potuerit omnibus ſuis & obſervationibus, & acutiſſimis animadverſionibus refertum, eumdemque incredibili eruditione plenum, quem anno milleſimo ſeptingenteſimo tertio & ſeptuageſimo edidit, & nobiliſſimo, litteratiſſimo, ac litteratorum mecœnati ampliſſimo, Carolo Firmiano, inſcripſit. Nunc autem de iis, quæ ad Academiam detulerat, dicere nobis vix liceret, quin de toto etiam libro diceremus: quæ res præterquam quod cum ea, quam quærimus, brevitate conſtare non poſſet, cum a noſtro etiam inſtituto abhorreat; neque enim in com-

mentariis illa referimus, quæ extra hos tomos edita ſunt; idcirco præſtantiſſimi Academici ſtudia, & labores indicaſſe contenti, anatomicis dimiſſis, ad medica ſtatim feſtinabimus.

MEDICA.

De morbo quodam ſudoribus, uriniſque nigerrimis inſigni.

VIrgo temperamento ſanguineo bilioſo, quam nullus ante morbus præter colicos dolores afflixerat, cum eum vitæ ſtatum elegerit, in quo ex aliena ſæpius, quam ex ſua voluntate ageret, cœpit ſenſim tuſſi vexari, & langueſcentibus menſtruis dolorem perſentire ad præcordia, ſanguinemque identidem exſcreare. Lactis uſus, opportunæ phlebotomiæ, vulneraria remedia nihil interea proficiebant. Tertio a morbi ortu vertente anno cum ſanguinis exſcreationes frequentiores eſſent, Galeatius, inciſa primum vena, exhibitiſque ſanguinem ſupprimentibus remediis, ut ægram impoſterum defenderet, ad Brandulæ aquam confugit, cujus uſum ad ſanguinis profluvia avertenda plurimum valere alias cognoverat. Eventus voto plus fortaſſe, quam par erat, reſpondit: ægra enim per aliquod tempus non ſolum tuſsis, ſanguinearumque exſcreationum fuit expers, ſed etiam menſium, qui ante illius aquæ uſum, quamquam parci eſſent, numquam tamen ſuis temporibus non fluxerant. Fecit hæc menſium ſuppreſsio, & ipſa forte non ſatis cauta vivendi ratio, ut ſanguis rurſum exſcrearetur. Hic ſenſit Galeatius, non a pectore provenire ſanguinem, ſed a ſtomacho: veniebat enim cum vomitu. Dolebat præterea ægræ ſtomachus, totuſque venter, qui valde erat durus, & tumens. Clyſteribus alvi, urinarumque tarditas devicta eſt: non item regionis epigaſtricæ tumor, qui nec exterius adhibitis ceſsit medicamentis: per os autem miniſtrare nihil audebat Galeatius; nam ingeſta quæque ſtatim vomitu egerebantur vivo cruore mixta.

Tam afflictis rebus caſus intervenit, ut quidem videtur, fortunatus. Nam cum clyſteribus ſubinde utendum eſſet, quo-

quodam die factum eſt, ut clyſtere vix dum admiſſo perſenſerit ægra ad uteri regionem quemdam quaſi crepitum, quem ſanguinis ex utero effluvium ſecutum eſt ad dies fere duos. Exinde minuta ad vomendum proclivitate cibum, blandum tamen, & tenuem, tolerare ægra cœpit: verum dolor, tumorque epigaſtrii quidquam non remittebat. Non paucos dies fuerat ægra in hoc ſtatu, cum, dolore omni atque tumore repente ſublato, præter exſpectationem e lecto ſurgere potuit, cibumque omne genus impune ſumere, ac retinere. Menſes aliquot bene habuit, menſtruis etiam rite reſpondentibus. Sed cum nimis liberaliter bona valetudine ſua uteretur, ecce iterum venis uteri occluſis inſtauratus ſanguinem extundens vomitus. Paulo poſt in ſoporem incidit, a quo ſi quando ſtimulis admotis expergiſcatur, ſitim, & capitis dolorem conqueritur, convulſionibuſque corripitur. Miſſus ſtatim ſanguis ex pede, miſſus ex brachio: ſed incaſſum. Imponuntur coxis ſiccæ cucurbitulæ, & per affrictum divelluntur; exhibentur clyſteres carminativi: nihilque proficitur. Vix denique aliquem ſenſum viſi ſunt procreare ſinapiſmi.

Inter hæc nigror in palpebris apparere incipit; mox faciem invadere. Si linteolo fricetur cutis, nigrorem contrahit linteolum, cutis ad naturalem redit ſtatum. Nigrorem porro eumdem ad totum pertinere corpus docuit, cum primum detracta fuit, ſubucula; eo enim infectam ſe præbuit; quem cum ibi impenſiorem oſtenderet, ubi ſudore magis madebat, facile fuit intelligere in ſudore eum inſidere.

Duravit ater hic ſudor ad dies decem. Interea ſopore oppreſſa ægra raro, & ad breve tempus excitabatur. Tum aquam ſimplicem ſumebat, nec quidquam aliud ferre poterat. Ceterum durante ſopore & paucos admodum vomendi conatus paſſa eſt, & perpaululum ſanguinis exſpuit. Neque eſt prætereundum, cum oculi fere ſemper clauſi fuerint, ſi quis palpebras per vim attolleret (quod, ut primum nigror in iis apparere cœpit, non ſemel factum eſt) ægram ſtatim expergiſci ſolitam fuiſſe, & doloris in ea parte indicia dare.

Jam vero cum neque remedia ſupra recenſita, neque alia, quæcumque expertus erat Galeatius, excutere ſoporem potuiſſent, venit huic denique in mentem cucurbitulam inter oc-

occipitium, & collum admovere. Mirabile dictu! vix elevata cute, nec dum etiam ſcalpello conciſa, oculi aperti ſunt, reſtituta eſt loquela: ſanguine autem per repetitam cucurbitulæ impoſitionem ad tres, quatuorve uncias extracto, ſopore omnino liberata eſt ægra, quæ tenuioribus primum cibis, poſtea etiam ſolidioribus ſine ulla ſtomachi offenſione uti potuit. Quare ſeptem, octove poſt dies refectis viribus, quæ proſtratæ maxime fuerant, ſurgere e lecto cœpit, ſeque plane reſtitutam exiſtimare.

Sed erat illa aut non vera valetudo, aut certe non ſatis confirmata. Nam brevi tentari cœpta eſt, & convelli. Interea vero accidit, ut qui nigror ſudores ante turpabat, turparet identidem urinas; quæ etiam non ſine aliquo ardoris, atque doloris ſenſu reddebantur. Quibus autem temporibus urinas obſidebat nigror, iis ægra melius ſe habebat; ut propterea eo nigrore quædam morbi criſis contineri videretur. Verum ut ſtomachi dolor cum febre, & ſanguinea aliqua exſcreatione conjunctus præſto ſubinde erat, ita ſanguinem ex pede mittere opus fuit. Paulo poſt præter nigras urinas aliqua nigri ſudoris veſtigia ſupra palpebras, & ſub oculis apparuere: quibus ad duos, treſve dies durantibus, ſublata eſt febris, lectumque linquere ægra potuit. Sed epigaſtrii tumor, & dolor non decedebat. Dum vero de his ipſis Galeatius Academiam monebat, adhuc ſanguineis ſputis obnoxia erat ægra, præſertim poſt ſolidiorem aliquem cibum, aut vehementiorem motum: nonnumquam difficilem habebat ſomnum; ſæpe mœrore, cibique ſatietate tenebatur: alvus quidem obediens erat, urinæque naturales, ſed menſtrua minime reſpondentia.

Quidquid illud eſſet, quod ſudorem, urinaſque nigrore inficiebat, digna ea res Galeatio viſa eſt, quæ diligenter, ut factum ab ipſo fuit, notaretur; eo maxime, quod tale aliquid de paucis legitur. Ceterum materiam nigram, quæ, cum primum ſe in ægræ facie prodidit, linteolo colligebatur, exquiſitiſſime microſcopio luſtravit Benedictus Donellius, qui Galeatio erat ſocius, medicus in primis nobilis, phyſicæ diligentiſsimus. Erat illa nihil aliud, niſi pulvis quidam, quaſi fuligo: ejus particulæ e minutiſsimis globulis conſtabant; eidemque ſalium inſtar aculeatæ micæ adjunctæ conſpiciebantur. Nigris autem urinis per chartam bibulam

bulam tranſmiſſis naturalis, vel potius aqueus color redditus eſt, inhæſitque chartæ materia illi, quæ modo deſcripta eſt, quam ſimillima.

Materiæ ejuſdem hæc erat indoles. Ignito metallo ſuperfuſa nec flammam concipiebat, nec crepitabat, ſed ſplendentibus adhuc, quibus ante, ſpiculis referta partim in album cinerem abibat, partim ſuum retinebat nigrorem. Inſperſa flammæ lucidas, ut fuligo ſolet, ſcintillulas edebat. Ex ejus additione neque in acidis, neque in alcalinis ſatis manifeſta effervefcentia oriebatur. In ſpiritu vitrioli, in oleo tartari per deliquium parato, in ſpiritu ſalis ammoniaci, in ſpiritu vini rectificatiſſimo, in ipſa denique aqua quamquam ſolvi primum viſa ſit, tamen brevi fundum petens liquores omni nigrore liberabat. Quid quod idem etiam eveniebat, ſi urinæ e ſano corpore eductæ materia illa immiſceretur? Ex quo inferebat Galeatius oportere, ut ægræ urina principium aliquod adjunctum haberet, ſanis urinis minime commune, quod cum ea terram illam nigram conglutinaret, in eademque ſuſpenſam teneret. Terram enim magna ex parte eſſe nigram illam materiam ex eo conjiciebat Galeatius, quod diverſis infuſa liquoribus nec vere ſolvebatur, & facile ſuperfluente ſua gravitate ad fundum dejiciebatur. Nec vero terram eamdem partibus ſulphureis carere putabat, quoniam flammæ, aut candenti laminæ commiſſa accendebatur. Quin autem eidem admixti eſſent etiam ſales, dubitare eum non ſinebant lucidi, quibus referta erat, aculei: quos quidem ſales ammoniacalis naturæ eſſe a pelluciditate, a figura, a ſapore denique concludebat.

De his Academiam monuit Galeatius anno ſupra milleſimum ſeptingenteſimum quinto & ſexageſimo. Decem & amplius poſt annos a Donellio accepimus, Virginem, de qua agebatur, quamquam malo corporis habitu eſſet, tamen vitam adhuc ducere, neque poſt illa nigrum ullum ſudorem, aut nigram urinam vidiſſe.

De

De morbo, qui lapſum ab excelſo loco, & inde ortum terrorem conſecutus eſt.

PUella annos circiter quindecim nata in locum non longe a Cajetani Tacconi domo ventitare cœpit, ubi ſub porticu tota fere die ſedens victum a prætereuntibus mendicabat. Quædam autem præſeferebat, quibus non potuit non cito medici, chirurgique ſolertiſſimi oculos ferire. Nam greſſum habebat tardiſſimum, adeoque difficilem, ut tertio quoque paſſu conſiſtere pauliſper cogeretur. Ejus præterea manus, ungues potiſſimum; brachia etiam, & facies; quin & labia, & ipſum oculorum album mirum in modum livida erant. His ſuper, ut cauſam morbi cognoſceret, &, ſi fieri poſſet, opem ferret, rogitare puellam Taconus non omiſit; quæ ſtatim multa attulit, propter quæ male admodum ſe habere diceret: fortem in primis, nec umquam intermittentem in ſiniſtra pectoris parte pulſationem; incredibilem inſuper artuum, membrorumque omnium imbecillitatem. Addebat, ſe victu uti non poſſe, niſi tenui, & fere liquido; ægre enim glutire: alvo autem eſſe plerumque adſtrictiori: flante vero borea, & ſæviente hieme tam male eſſe ſolere, ut non raro opprimi, & pene mori ſibi ipſa videretur. Interea animadvertebat Tacconus, vocem dicentis parvam valde eſſe, & fractam; pulſum languidum, ſed frequentem. Alia porro atque alia quæritans intellexit, puellam & adhuc carere menſibus, & habitu ſemper fuiſſe gracili, & bilioſo; eamdem vero in morbum hunc, qui deinceps gravior in dies evaſerat, tum primum incidiſſe, cum annum ſuæ ætatis quintum agens ingenti ab altitudine lapſa vehementiſſimo terrore oppreſſa fuit. Ad tres ferme annos in eo ſtatu, in quo eam primum invenit Tacconus, duravit ægra: numquam ſpes ulla ſalutis affulgebat; quin etiam res in pejus ruere ſubinde videbantur. Sed, quod majorem viſum eſt habere admirationem, cum toto hoc tempore eam & quotidie videre conſueverit Tacconus, & perſæpe alloqui, nullum tamen notabile reſpirationis ſignum in illa deprehendere umquam potuit: quamvis enim oculi aciem intenderet, alterni vel in naribus, vel in pectore, vel in ventre motus ne umbram quidem ei datum eſt detegere.

De-

Denique per hiemem, ſudo cœlo, tempeſtate frigidiſſima, dolorem in ſiniſtro latere conqueri, tum nigrum, viſcoſumque ſanguinem per os, conatu ceteroqui nullo, nullaque tuſſi, emittere cœpit. Non deſtitit tamen victum de more quæritare in via. Vox interea abrupta erat, & ſolito debilior; vires ſupra quam dici poteſt fractæ. Vitam ſic ad decimam uſque & quartam diem toleraverat, cum e loco, ubi ſedere in via ſolebat, domum, quæ non valde diſtabat, rediens exſtincta eſt.

Proxima die voluit Tacconus cadaveris ſectionem inſtituere. Ac primo quidem livorem faciei, colli, & manuum toti corpori communem invenit. Deinde aperto abdomine molem notavit ventriculi, hepatis, & omenti ſolito majorem: diaphragma valde enervatum, atque una cum tenuium inteſtinorum parte in ſuperius thoracis cavum adactum: venas vero omnes nigricantes, & ita pandas, diſtentaſque, ut earum propagines, etiam minimæ, ultro ſe proderent. Ventum eſt ad thoracem. Pulmones contracti, pene exſucci, tactui renitentes: ſiniſter vero lobus livido, atroque colore tinctus, idemque in loco, quo lateris dolor extremis vitæ diebus inhæſerat, pleuræ validiſſime conjunctus. Tres circiter inventæ ſunt viſcoſi, nigrique ſanguinis unciæ ſupra diaphragma ſparſæ, qui ſanguis depluiſſe videbatur a mediaſtino, & pleura, quoniam hæc viſcera eodem rorabant: pars aliqua etiam reperta eſt intra tracheam. Verum res ante alias maxime mirabilis viſa eſt cordis fabrica. Ejuſdem fere amplitudinis ad mucronem ac ad baſim cor non conicæ, ut ſolet, ſed quaſi cubicæ erat figuræ. Siniſter ventriculus latior formam habebat, quæ eſſe conſuevit dexteri; dexter vero columnis, lacertiſque robuſtis ornatus eam, quæ ſiniſtri. Qui his ventriculis recondebatur ſanguis, viſcoſus pariter erat, aterque, ut ille, quem deſcripſimus ante. Pulmonalis arteria, valvulis ſigmoideis ſecum invicem conglutinatis, ita clauſa erat, ut injecta aqua non niſi per anguſtiſſimum foramen, quod fortaſſe ſubtile ante immiſſum ſpecillum fecerat, manaret: vena autem rugoſa reperta eſt, ſumme contracta, & ſanguine omnino vacua. His viſis ſtatim oculos ſuos convertit Tacconus ad foramen ovale, atque ad canalem arterioſum. Hic, quantum judicare ipſe potuit, clauſus erat: non item illud; nam latius, quam in fœtu cernitur, pate-

bat, præſertim qua parte dexterum ventriculum reſpiceret. Cetera aut nihil, aut vix a conſueta conformatione recedebant.

Hic videbatur Tacconus non dubitare, quin foramen ovale tum apertum fuerit, cum in lapſu puella maximo terrore, uti diximus, correpta fuit. Conſtat enim & ſanguinem per terrorem in cor magno impetu congeri, & facile in pueris fortes, longaſque inſpirationes, quales habuiſſe puellam ſub eum caſum credibile eſt, foramen ovale jam occluſum iterum patefacere. Eo autem patefacto, minor ſtatim ſanguinis copia ad pulmonalem arteriam dirigi debuit: ex quo non difficile factu fuit, ut ſenſim ſigmoideæ valvulæ ſimul coirent. Sic ſanguis a pulmonibus denique prohibitus nec reſpirationem fovere amplius potuit, nec ipſe apte ſubigi. Ergo & illam pene deleri, & ipſum denſum, atrumque eſſe oportuit. Ut autem cum reſpiratione vox ſimul infringi debuit, ita cum nova ſanguinei circuitus ratione nova cordis forma convenire. Igitur minime mirum, ſi huic muſculo paulatim natura illam, quam ſupra diximus, ſtructuram conciliavit. Quod ſi ventriculus ſiniſter ſe ſe dilatare debuit, cur non potuit, aneuryſmatis inſtar, pulſationem progignere, qua ægra conſtanter in ſiniſtro latere vexabatur? Relaxatis denique propter ſanguinis tarditatem muſculis, facile & virium infractio ſecuta eſt, & diaphragma ſe intra thoracis cavum incurvavit, locum abdominis viſceribus concedens, quæ ex humorum craſſitudine turgidiora fiebant. Reſes vero propter eamdem tarditatem in minimis vaſis ſanguis & livorem in exterioribus corporis partibus procreare debebat, & efficere, ut eadem minora vaſa ſæviente frigore tandem diſrumperentur, ſanguinemque funderent, qui vel ex ore mittebatur paulo ante quam ægra occumberet, vel poſt ejus obitum in thoracis cavo repertus eſt. Hactenus Tacconus.

De febre quadam epidemica.

LAurentius Canutus, vir omni virtutis genere excellens, quem ſatis laudaſſe videbimur, ſi dixerimus, in eum patriam oculos defixiſſe, quaſi unus ſplendorem, quem ipſa mor-

mortuo Beccario amiſiſſet, poſſet renovare, cum Comaclum ad febrim, quæ ibi invaleſcebat, continendam, ſubigendamque miſſus, omnia diligenter notaſſet, quæcumque ad eam pertinerent, remque, cujus cauſa miſſus fuerat, confeciſſet, Bononiam reverſus ſtatim Academiam de iis, quæ obſervaverat, quæque præſtiterat, nitidiſſimo ſermone monuit. Hic ne iis deſcribendis, quæ in opuſculis legi poſſunt, tempus teramus, rerum capita tantum attingemus.

Primo ſymptomata omnia, omneſque affectiones, quibus febris ſive in principio, & progreſſu, ſive in ſtatu, & inclinatione ſtipata erat, accuratiſſime recenſet Canutus; ex eiſdemque eam definire aggreſſus, non dubitat febrim, ſi magnus illorum numerus ſpectetur, quos una adoriebatur, epidemicam; ſi typus ejus, & indoles, continuam bilioſam mali moris; ſi ſedes, gaſtricam; ſi præcipuum ſymptoma, verminoſam appellare. Poſtea cauſas morbi perquirens aquas commemorat, quæ proximo anno & nulla fere intermiſſione pluerant, & diutiſſime humilioribus in locis ſtagnarunt; annonæ inde ortam caritatem, deterioremque conditionem; victus pravitatem præſertim apud Comaclenſes, qui facile piſces etiam inferioris notæ carnibus ſubſtituunt. Animadvertit præterea, humidæ pluvioſæque per æſtatem cœli conſtitutioni autumnum ſucceſſiſſe calidiorem, & intermittentibus febribus frequentiſſimum, quem hiems excepit rigidiſſima, deinde ver paulo temperatius, ſic tamen ut noctu aer humidus eſſet, & frigidiuſculus. Quare ita conficit; ſuccos imi ventris Comaclenſium vitiatos eſſe oportuiſſe vel a febrium intermittentium reliquiis, vel a victus perverſitate; ob caloris, frigoriſque viciſſitudines æquabili, rectæque perſpirationi infenſas malos humores partim ſanguine retentos fuiſſe, partim glandulas, atque imi ventris viſcera invaſiſſe; facile inde & putridam febrim extitiſſe, & ſuccos, bilioſum præſertim, magis magiſque contaminatos cum cetera febris ſymptomata procreaſſe, tum vero etiam vermes in tubo inteſtinorum fovere atque alere potuiſſe.

His deſcriptis curationis rationem perſequitur, quam ad octo, quas notaverat, indicationes accommodavit. Scilicet ante omnia erant primæ viæ repurgandæ; id quod ſal catharticus in robuſtioribus, in delicatioribus oleum amygdalarum dulcium cum admixto nitro ſtibiato præſtitit. Impedien-

diendum deinde ne ſiſterent ullo in viſcere humores; qui propterea fluxiores erant efficiendi: eamque ad rem ſatis fuit ſemel, ad ſummum iterum, ante quartam morbi diem ſanguinem mittere. Tertio vim febrilis principii retundere oportebat; hucque magno fuit uſui aut ſerum depuratum, aut ſimplex aqua nitro medicata, copioſeque epota. Quarto ejuſdem principii maligna indoles erat corrigenda: quem in finem præbuit Canutus blanda ſubacida, circa vero morbi ſtatum alexipharmaca attemperantibus mixta. Sed, quæ erat ſingulare hujus febris ſymptoma, verminatio in primis medici induſtriam requirebat, eoque magis quod eos, paucos illos quidem, qui ab hac febre interierant, vermes nullos ejeciſſe conſtabat. Itaque anthelminticis remediis non erat parcendum: ſed voluit Canutus primum, quid poſſent, quæ mercurialia non eſſent, experiri. Quorum in numero cum utilia non pauca fuere, tum vero nihil præſtantius inventum eſt vel clyſteribus oleoſis, vel oleo ipſo amygdalarum dulcium, cui eſſet nitrum ſtibiatum admixtum. His ergo juvantibus, non fuit cur ad mercurialia ſe converteret. Sexta erat indicatio, a ſupremo ventre, quo tendere videbatur, febrile principium avertere: aptæque ad eam rem habitæ ſunt cucurbitulæ dorſo, & cervici impoſitæ, &, ſi opus eſſet, venæ jugularis inciſio; veſicatoria etiam, ubi ea aut fibrarum atonia, aut humorum lentor, aut gravis ſopor poſtularet. Septima, idem principium, coctum cum eſſet, extra corpus per eas vias eliminare, in quas proclivior natura videretur. Itaque ad diaphoreſim decocto præſertim uſus eſt Canutus ex radice ſcorzoneræ, & ex cornu cervi, aut hujus gelatina ſtibio diaphoretico confecta; ad diureſim nitratis; ad catharſim lenientibus, quibus uſus jam in aliis, quas ſupra diximus, indicationibus fuerat, ac potiſſimum clyſteribus paulo acrioribus. Denique ſublata febre, erant corroboranda ſolida, ac nutritius humor reſtituendus; idque victus effecit uberior, ſolidiorque, qui per febrim tenuis fuerat, atque humidus.

Hæc de curatione; quibus jam ſatis perſpicitur quam eſſet Canutus ſimul acutus medicus, & ſimplicitatis diligens. Neque id minus apparet in iis, quæ præſcripſit, ut illis caveret, quos nondum febris adorta eſſet. Itaque Comaclum cum ipſe reliquit, jam minus multos febris aggrediebatur, quoſque

quoſque petebat, minus ſe male habebant: neque ita multo poſt exſtincta plane eſt. Utinam qui tam bene ceteris cavere didicerat, cavere ipſe ſibi potuiſſet. Sed valetudinem ejus, licet bona adhuc eſſet ætate, attenuarant ſuſcepti jam ante ſtudiorum cauſa labores: multum vero negotii ei attulerunt febrium, quæ Bononiæ anno milleſimo ſeptingenteſimo ſeptimo & ſexageſimo ſævierunt, curationes. Quare cum febris illum etiam eodem exeunte anno corripuerit, brevi omnem civitatis in eo poſitam ſpem una cum ejus vita præcidit.

De mercurii ſublimati corroſivi uſu.

HActenus morborum quorumdam notatione, qua unum continetur medicæ artis officium, fuimus detenti: mox de remediis nonnullis erit agendum, in quo ejuſdem artis ſitum eſt officium alterum, illudque multo præſtantiſſimum. Atque, ut a mercurio exordiar, qui efficaciſſimus haberi ſolet ad plures, etiam a lue celtica ſejunctos, morbos profligandos, ſatis conſtat ſublimati corroſivi vel intus aſſumpti uſus quam eſſet ſummæ auctoritatis viro, Gerardo Swietenio, probatus; neminemque latent quæ præclariſſimus ſodalis noſter, Joſephus Benvenutus, Lucenſis medicus longe nobiliſſimus de mercurii vi edidit. Sed ne a ſublimato diſcedam, cujus venefica indoles medicos non paucos ab ejus per os adminiſtratione deterrebat, breviter illa indicabo, quæ experiri voluit Joannes Antonius Gallus, quem paulo audaciorem fecit cum Swietenii auctoritas, & Benvenuti exemplum, tum ea cogitatio, venenum nullum eſſe, ut ut teterrimum, quod tamen, ſi via, ac ratione apparetur, optimum fieri non poſſit medicamentum; ejuſque rei multa eſſe in medicina exempla. De his autem narravit Gallus in Academia jam inde ab anno ſexto & quinquageſimo ſupra milleſimum ſeptingenteſimum; quo tempore aliquot etiam a Joanne Baptiſta Burſerio, magni ſane nominis medico, facta ejuſdem remedii pericula exponere potuit: moverant enim Burſerium adjuncta ad Swietenii auctoritatem Galli ipſius experimenta. Conſtat vero totus Galli ſermo partibus ex duabus, quarum altera curationes profert, quæ ſublimati uſum com-

men-

mendant, altera omnia, quæ in ejus apparatione, exhibitioneque cavenda ſunt, recenſet.

Curationes ſunt omnino duodecim; quarum duas a Benvenuto, tres a Burſerio accepit; ſeptem, quas fuſius deſcribit, inſtituerat Gallus ipſe. Feliciſſime ceſſerant omnes, ſi duæ excipiantur, in quibus cum ad ſublimatum diſſolvendum uſus eſſet Burſerius ſpiritu vini rectificatiſſimo, tantis ægri vexati ſunt gutturis, ſtomachi, atque adeo inteſtinorum ardoribus, ut intra paucos dies deſiſtere a remedio oportuerit. Potuiſſet quidem Gallus curationes afferre multo plures: ſed e multis, quas & Benvenutus ſuſceperat, & Burſerius, ille duas tantum, hic tres cum eo communicavit; Gallus vero ipſe ſeptem illas ſuas, cum in iis ægri ſtatu plerumque eſſent deſperatiori, ad remedii efficacitatem declarandam ſufficere arbitratus eſt.

Remedium ſic componebat Gallus. Granum unum ſublimati quam puriſſimi, atque in tenuiſſimum pulverem redacti ſumebat; &, quoniam ſpiritu tritici, quo Swietenius utebatur, ipſe carebat, illud duabus liquoris unciis diſſolvebat, quarum una ex aqua ſtillatitia eſſet, altera ex vini ſpiritu ſumme rectificato: his vero, ne quid ad gratiam deeſſet, duas ſyrupi de toto, ut ajunt, citro drachmas addebat. Remedium ſic confectum ad unciam uſque dimidiam in dies ſingulos impune ferebant adulti, ad drachmas duas juniores. Omnibus vero auctor eſt Gallus, ut ne adhibeatur remedium hoc ad morbos alios, ſed illi ſolum eo utantur, qui celtica lue inficiuntur, neque hi omnes; atque illos in primis excipit, quibus minus conveniret hydrargyroſis. Et curationes quidem, quotquot ante deſcripſerat, erant eorum, qui illam labem aut comparaverant ſibi ipſi, aut a parentibus, nutricibuſve traxerant. Porro cum remedio utentibus opus ſit copioſe, frequenterque bibere, quod potionis genus ſit præferendum, definiri non poteſt. Nam aliis non nocet aqua, etiamſi ſimplex ſit, aliis, ſi illa fuerint incocta aut malvæ folia, aut violarum, aut alia hujuſmodi: melius cadunt aliis diluta jura, præſertim a poto medicamento proxima; aliis aut vaccinum, aut aſininum lac aqua temperatum. Quare ægrotantium commodo, ingenioque ea in re obtemperet medicus: quod ſi lacte utendum ſit, jure illud miſceri mavult Gallus, quam

aqua.

aqua. Denique anni tempeſtas huic remedio aptiſſima cenſetur æſtas, quippe ſudores ciet, potationibuſque favet: per hiemem ab eo abſtinendum; quod ſi premat neceſſitas, lecto decumbat æger plerumque, nec loco ſit niſi clauſo, tepidoque, & calide bibat. Hæc fere ſunt, quæ de remedio, quo poteſt pars hominum non minima frui, experientia, & ratione ductus monebat Gallus. Quod ſane remedium eo tutius uſurpare impoſterum medici poterunt, quo longiori ab ejus uſu intervallo eos, qui illo ſanati olim ſunt, bona, integraque valetudine eſſe intelligent.

De febriſugo quodam noſtrate.

NÆ ille optime de nobis mereri cenſendus eſt, qui remedium e rebus, quæ paſſim apud nos oriantur, compoſitum invehat, quod vicem peruviani corticis poſſit, ſi minus in omnibus, at certe in pleriſque ſupplere. Hanc ad laudem incubuit in primis medicus inter neapolitanos longe præſtans, Joſeph Moſca; qui cum denique poſt plura tentamina ſyrupum ex herbis noſtratibus modo quodam ſuo confectum mirifice reſpondere comperiſſet, ſui inventi participem facere voluit Academiam, in quam non minus merito ſuo, quam Morgagni, cui erat cariſſimus, rogatu fuerat cooptatus. Quæ ſane hominis diligentiſſimi voluntas cum Academiæ perjucunda fuit, tum etiam effecit, ut quidam bononienſes medici periculum propoſiti remedii facere inſtituerint. Itaque & in publicis noſocomiis, & in privatis ædibus ad intermittentes febres expugnandas antifebrilis Moſcæ ſyrupus adhiberi cœptus. Qui cum excitatam ab auctore exſpectationem ſatis feliciter ſuſtinuerit, dignus propterea eſt habitus, qui in bononienſem medicamentarium codicem, cujus forte novam per id tempus editionem Medicorum Collegium curabat, reciperetur. Academici autem, Galeatio præſertim ſuadente, omnia, quæcumque ad remedii confectionem, uſum, ac præſtantiam pertinerent, ut hujus tomi opuſculis mandarentur, decreverunt. Cujus conſilii cum certior factus eſſet Moſca, unaque bononienſium medicorum teſtimonia accepiſſet, opuſculum ſtatim lucubravit, quod Canterzano

zano inſcribere voluit, ei, credo, ut gratum ſe præberet, quod is diligenter & de Moſcæ voluntate retulerat ad Academiam, & de voluntate Academiæ reſcripſerat ad Moſcam. Opuſculum ergo ipſum licebit in altera tomi parte legere, ex quo omnia, quæ ad antifebrilem Moſcæ ſyrupum attinent, poterit quiſque commode cognoſcere. Nos aliud properamus medicamenti genus exponere, cujus nulla facta eſt mentio in opuſculis.

De æthiope ex laudano.

DOminicus Sgargius in medicina, atque anatomia, quas ſumma cum laude publice profitetur, apprime verſatus, cum Pauli Parentii, hominis inter noſtros pharmaceutices peritiſſimi, librum de medicamentorum, ut ajunt, doſibus volveret, aliud ſpectans in eum locum incidit, ubi laudani liquidi magma ſiccatum, & in pulverem redactum ad dyſenteriam remedium proponitur. Venit illi ſtatim in mentem de hæmoptyſi, ceteriſque ſanguineis eruptionibus, de alvi, uterique profluviis; quibus omnibus ſi creditur poſſe vulgaris æthiops vegetabilis occurrere, cur non Parentii quoque pulvis, in quo præter opium alia reconduntur, quorum adjectione plus etiam valeat? Ergo cum primum occaſiones datæ ſunt, periculum fecit; eventuſque opinionem præclare confirmavit.

Primum ſe ſe juvenis obtulit, annos natus viginti quinque, ſanguineo-phlegmaticus, habitu corporis mediocri, qui cum nimium horæis indulſiſſet, diarrhœa correptus fuit, quæ cito in dyſenteriam eſt verſa adeo pertinacem, ut duos menſes ſtipticis validiſſimis obſtiterit. Præbuit ſub hæc Sgargius parentianum pulverem. Hujus octo vix grana ſumpſerat æger, cum in ſoporem incidit, quem poſtridie parvum delirium ſubſecutum eſt. Sed miteſcebat interea dyſenteria, nec ſopor ille aliunde, niſi a non ſatis torrefacto opio, profectus eſt. Cujus rei cum ratio impoſterum habita fuerit, & ſopor ſublatus, & dyſenteria in priſtinam mutata eſt diarrhœam, quam brevi ſimarubæ cortex omnino vicit.

Non multo poſt Sgargii opem imploravit virgo, quæ poſt longam ſaltationem cum adhuc ſudore madens frigidum

dum imbibiſſet aerem, poſteraque die ſanguinem ab utero intempeſtive fluere ſenſiſſet, ſex dies profluvium hoc neglexerat, quod propterea in dies ingraveſcebat. Vigeſimum annum agebat virgo, eratque temperamento ſanguineo, habitu corporis pleno. Avertendum primo ſanguinem cenſuit Sgargius; ſicque brachii vena inciſa fuit. Tum alia juſſit opportune uſurpanda. Quæ cum nihil profecerint, ad ſtiptica, ne vires interea conciderent, confugit, neque urticæ ſucco, corallis, cornu cervi uſto, fungo melitenſi pepercit: ſed incaſſum. Vulgarem æthiopem vegetabilem non tentavit, quem alias ineptum cognoverat. Itaque ad parentianum pulverem ſe convertit, cujus grana duodecim quotidie ſumpta ſanguinis profluvium intra quatriduum plane ſuſtulerunt.

Mulier alia annos nata quadraginta tres, ſanguineo-phlegmatica, habituque pleno, biduo ab exactis menſtruis longum iter æſtuoſa via confecit. Paulo poſt ſanguis illi manare ab utero, primum leniter, poſtea aliqua cum moleſtia. Febris deinde acceſſit, ardens, cumque vehementioribus uteri doloribus conjuncta. Viginti dies ſic tranſegit ægra, ante quam medicum quæreret. Tandem arceſſitus eſt Sgargius. Is ſanguinem ſtatim mittendum duxit, id quod deinceps fieri iterum, ac tertio oportuit; tum ſtiptica præſcripſit alia atque alia; in his urticæ ſuccum, & bolos ex cancrorum oculis, corallo rubro, rhabarbaro uſtulato, & fungo melitenſi. Sed ne octo quidem poſt dies ex harum rerum uſu aut ſanguinis repreſſum profluvium, aut uteri dolores leniti. Ultra igitur non prætermiſit Sgargius, quin ægrotæ ſuæ parentianum pulverem exhiberet. Grana decem juſſit in dies ſingulos. Nec longum: quarta die & fluere deſiit uterus, & dolere: poſt vero biduum etiam febris abiit; nihil ut jam mulieri deeſſe ad bonam valetudinem videretur.

Ut clientes ſemper multos habuit, ita facile potuit Sgargius remedium ſuum etiam in hæmoptyſi experiri. Mulier quædam vigeſimum quintum agens annum, temperamento phlegmatico, habituque corporis ſicciori, cum improbos labores ſuſtinuiſſet, tres quatuorve puri, ſpumoſique ſanguinis uncias exſpuit. Accedebat tuſſis, pectoris dolor aliquis, febriſque remittens. Quamobrem vena pluries inciſa fuit, exhibitique ſatis liberaliter urticæ ſuccus re-

recens, & boli ex uſtulato rhabarbaro, nuce moſchata torrefacta, fungoque melitenſi. Verum cum exactis jam ſeptem diebus hæc nihil juverint, grana decem vulgaris æthiopis vegetabilis quotidie ſumenda imperavit Sgargius, viſurus an remedium, quod ad ſanguinea alvi, uterique profluvia continenda parum admodum valere noverat, poſſet aliquid ad hæmoptyſim. Ad decimum uſque diem æthiopis uſum produxit, neque tamen ſanguinea exſpuitio compreſſa. Decem ergo illis, quæ diximus, æthiopis grana parentiani pulveris octo ſubſtituit. Ecce autem, quod, niſi Sgargius affirmaret, vix crederetur, intra quatuor dies femina convaluit.

Quatriduum jam diceres eſſe huic medicamento ſanctum. Fere enim nemo fuit ægrorum, de quibus in Academia meminit Sgargius, quem non intra illud ſpatium ſanaverit. Nam præter quatuor, de quibus modo diximus, narravit etiam de homine, cui ſanguis ad octo ferme uncias ſingulis diebus e faucibus levi cum tuſſi fluebat. Quem cum ipſe tertio die viſerit, continuo ſanguinem detraxit, idque deinde iterum, iterumque fecit, urticæ ſuccum recentem interea, aliaque conſueta ſtiptica remedia exhibens. His autem minime juvantibus in parentiano pulvere ſpem poſuit: neque fruſtra; nam cum ejus intra biduum grana triginta ſex æger ſumpſiſſet, ſanguinem multo rarius, quam ante, cœpit exſpuere; plane deſtitit intra biduum alterum.

Hæc olim Sgargius in Academia de parentiani pulveris facultate expoſuit. Quibus nonnulla addidit de optima ejuſdem parandi ratione, deque nomine huic medicamento imponendo. Ea huc redeunt. Fæx laudani liquidi Sydenhamii, quæ ab extractione, ac philtratione reliqua eſt, primum leviter torrefiat, ut in pulverem redigi poſſit: tum moderato igne torrefiat pulvis uſque dum quidquid narcotici in opio inſidet, abierit, idque ſolum remanſerit, quod adſtringendi facultate pollet; quam ad rem ſatis eſt, ſi tertia pars ponderis fuerit amiſſa: denique pulvis cum aceto peracri ſubigatur, & ad ignem leniter ſiccetur. Medicamentum ſic paratum æthiops vegetabilis ex laudano appellari poſſe videtur.

Non eſt prætereundum, quod meo judicio novum æthiopem vegetabilem plurimum commendat, eum ſcilicet aliis

etiam

etiam medicis, qui Sgargii ſermone excitati eo uſi ſunt, ita reſpondiſſe, ut paulo poſt in medicamentarium codicem fuerit & ipſe relatus.

CHIRURGICA.

De veſicæ punctione in iſchuria.

REſtat, ut illa expediam, quæ ad eam medicinæ partem pertinent, quæ manu medetur. Non pauca enim ad Academiam allata ſunt, quæ hanc quoque partem illuſtrare videantur. Inter cetera commemoratu digna ſunt, quæ Cajetanus Tacconus anno milleſimo ſeptingenteſimo ſexageſimo ſeptimo diſputavit. Eſt enim apud chirurgos quæſtio haud ignobilis, ſi in iſchuria veſicam pungere neceſſe ſit, qua in parte id tutius fiat. Quidam autem in perinæo malunt, alii ad latus, alii denique ſupra os, quod pubi ſubeſt. Quam ſane quæſtionem declarare quodammodo ſe poſſe confidit Tacconus. Nam cum veſicam multorum, qui iſchuria interierant, incidiſſet, illud animadvertit conſtans, perpetuumque fuiſſe, ut tumores, exulcerationes, ceteræque hujuſmodi labes ejus cervicem, & poſteriorem partem tenerent, ad anteriorem, quæ a cervice longius abeſt, vix, aut omnino non propagarentur. Neque ſolum ſuas, quas fuſius perſequebatur, ſed etiam aliorum obſervationes afferebat, quibus eamdem rem confirmaret. Quo poſito, ſic argumentabatur. Dubitari vix poteſt, ſi veſicæ pungendæ urgeat neceſſitas, utrum utilius ſit, cuivis parti vulnus infligere, an ei, quæ cum minus ceteris labefactata ſit, facilius etiam ſanari poſſit. Quare cum in iſchuria, quæ ex veſicæ vitio oriatur, valde probabile ſit, minus a ſua integritate abeſſe veſicam in illa parte, quæ ſuperne pubem reſpicit, conſequens eſt, ut ſit potius in illa parte punctio facienda. Multa porro in eamdem ſententiam addebat; veluti illa, minus huic parti, quam ceteris, poſſe a deſtillante ab ureteribus urina injuriam fieri; eadem parte eſſe veſicam ſtatu ſatis firmo, quippe cum non ſolum pubis oſsibus, ſed etiam per urachum umbilico alligetur. Sed hæc notiſsima ſunt ex anato-

mia. Itaque cum Tacconi obſervationes, præcipuamque rationem jam attigerimus, his dimiſsis animum ad illa ſtatim convertimus, quæ Academicus noſter longe celeberrimus Joannes Alexander Brambilla ſuperioribus annis per litteras cum Academia communicavit. Ea autem ita deſcribemus, ut qui hæc noſtra leget, exiſtimare poſsit, ſe brambilliana ipſa legere; quæ quidem ita cum nitore, tum brevitate commendantur, ut nec demi ex iis quidquam, nec aliter dici poſſe videatur. Ut enim alia multa Brambillam nobilitant, in quibus nemo non maximi faciet, quod eſt Cæſaris chirurgus, ita id etiam, quod eſt ſcriptor non minus elegans, quam doctus: quod ſane & in iis, quæ ſæpe alias in vulgus emiſit, & in his maxime, quæ Academiæ tradidit, apparet. Sed ad rem veniamus.

De meſocolo mirabilem in modum proſciſſo.

SIc igitur exordium ſumit Brambilla, ut probare non videatur illos, qui nihil hodie evenire in omni morborum genere putant, quod non multo ante noſtram memoriam obſervatum ſit. Quin imo pro certo habet, paucisſimos fore cum medicos, tum chirurgos, qui quidem multiplicem rerum uſum habeant, quibus non ſæpius aut morbus occurrat numquam ante auditus, aut certe adjuncta morbi ſingularia, quæ morbum quoque ſingularem reddant. Cujus ſane rei exemplo eſſe poſſe videtur caſus, quem ſtatim narrat, quique eſt hujuſmodi.

Anno milleſimo ſeptingenteſimo ſecundo & ſexageſimo cum verſaretur Brambilla in caſtris Sileſiæ cum legione Laſcii, in qua Protochirurgi munere fungebatur, XVII. cal. octob. accidit, ut miles quidam e centuria Tribuni, annos natus viginti duos, corpore procero, eleganti, ac robuſto, cum circa horam ſeptimam matutinam e tentorio ſuo, temere pendente ex humeris veſte, in communem locum ventris exonerandi cauſa ſeceſsiſſet, vehementiuſque ob adſtrictam alvum eniteretur, repente dolore in abdomine fuerit perculſus. Redux in tentorium ſtravit ſe humi ſuper paleas, & uſquequaque texit: cum enim crederet, eos ſibi dolores a concepto frigore allatos, ſperabat ſe, corpus diligenter

genter fovendo, hac moleſtia liberatum iri. Poſt horæ ſpatium pejus habuit: quare centuriæ chirurgum accivit; qui ratus & ipſe dolores ab accepto frigore ortos, bolum ei ex theriaca dedit; at nullo cum fructu. Itaque hora decima antemeridiana rem ad Brambillam retulit, qui cum e veſtigio ad ægrum ſe contuliſſet, rebus omnibus perpenſis ſtatim ſenſit, eum magno in diſcrimine verſari. Pallida erat facies, vires fractæ, pulſus debilis adeo, ut vix perciperetur: in regione autem umbilicari dextera tumor exſtabat, colore quidem naturali, ſed valde prominens, & durus, quique ſummam humani capitis partem magnitudine æquaret. Interea tamen dolor nihilo major erat, quam initio eſſet. Sed cogebatur æger ſupino corpore jacere; neque ullam in partem vertere, nec omnino movere ſe poterat. Quæ omnia ſuſpicionem Brambillæ injecerant, ruptum eſſe intus aliquid, nec tamen quale id eſſet aut quibat ipſe, aut audebat conjectura aſſequi.

Itaque tumori ſtatim unctionem ex amygdalarum oleo, & unguento althææ confectam adhibuit: tum fomentum addidit ex herbis emollientibus, & farina ſeminis lini in lacte coctis; quod quidem in ſemihoras renovabatur. Simul clyſterem emollientem addito amygdalarum oleo adminiſtrari juſsit; qui excrementa elicuit aliqua: ſubinde etiam quinque, aut ſex alii clyſteres ægro adhibiti fuere: quibus tamen omnibus minime levatus eſt. Poſt hæc duo femoribus applicanda veſicatoria imperavit, eo ſcilicet conſilio, ut ſanguinis motus fieret hac ratione concitatior; intus autem aſſumendas uncias tres olei amygdalarum recentis. Cumque nihil, vel quatuor poſt horas, hæc prodeſſe viderit, quamvis juſculi tenuis potionem parvam ægro parandam curaſſet, decoctum præſcripſit emolliens e malva, althæa, modica manna, & tamarindorum pulpa poſt prandium ſumendum. Quæ omnia fruſtra fuere: miles enim in momenta pejus habuit, atque hora quinta matutina proximæ diei exſtinctus eſt.

Dici non poteſt, quam Brambilla, homo maxime humanus, graviter tulerit, eum ſibi hominem ignoto morbo eripi, quem ſuſpicari poſſet, morbi cauſa cognita, conſervari potuiſſe. Sed quoniam, quod maxime ſtuduerat, opem ei ferre non potuit, operam dedit, ut, ſi fieri poſſet,

unius caſus eſſet impoſterum præſidio multis. Itaque conſtituit certiorem rei notitiam ex cadaveris inciſione haurire; quam coram pluribus ejus legionis Præfectis militum, Chirurgiſque ſibi ſubjectis exſecutus eſt. Aperto autem abdomine ſtatim comperit, deſcriptum ante tumorem ortum eſſe a quodam inteſtinorum cumulo, quæ tumida admodum erant, & ſphacelo jam affecta. Cumque ulterius inveſtigaret, quo hujus cauſam mali detegeret, invenit colon dextera parte e ſuo ſitu detruſum, & per ligamen longitudinale anterius juxta totam ſuam longitudinem adhæreſcens peritonæo ſecundum directionem lineæ albæ, idque ope membranæ cujuſdam ſingularis, fibroſæ, & admodum fortis.

Inquirens porro in rei originem, vidit meſocolon dexterum prope inteſtinum tractu pollicis unius & dimidii ruptum eſſe, per eamque aperturam ilei partem tranſiiſſe unum circiter cubitum longam, totamque ſphacelo corruptam; reliquum vero ileum, quod in ſiniſtra remanſerat parte, ad tres uſque pollices a modo dicta apertura nigrum, cetera colore naturali apparere. Verum, niſi ſi corrupta inteſtina vi premerentur, apertura conſpici nequibat, quæ eadem ſtipaverat; nec vero ea retrahi inde poterant, quo intraverant. Quibus omnibus obſervatis ſic exiſtimavit, militem cum alvum exoneraret, comprimendo vehementius inteſtinum ileum rupiſſe meſocolon, id quod vix evenire potuiſſet, niſi ante deſcripta membrana, quæ colon elevatum, ac ſubjectum tenebat, tamquam cauſa, ut ajunt, prædiſponens multum ad id contuliſſet.

Hic animadverſionem addit Brambilla, ſimulque opuſculo ſuo finem imponit. Si ejuſmodi caſus ſæpius evenirent; ſi deinde modus inveniretur exſequendi dextere id, quod Swietenius meditabatur, aperiendi ſcilicet abdominis, quo involuta inteſtina evolvi poſſent, quæ ſæpe cauſa ſunt colicarum maxime pernicioſarum; ſi denique ruptiones tales frequentius deprehenderentur, tum forte via detegi poſſet reponendorum rite inteſtinorum.

De

De bubonocele cum ſphacelo.

AD aliud venio Brambillæ opuſculum non minus quam id, quod modo attulimus, vel propter morbos, quos deſcribit, vel propter eorum adjuncta ſingulare. Mulier, annos nata ſeptem & viginti, innupta, levem tumorem, quique nucis juglandis magnitudinem haud ſuperaret, in ſiniſtro inguine ſenſerat, ex quo exiguam ſane moleſtiam percipiebat. Illum putabat non aliunde, quam ab indurata inguinis glandula ortum; ſicque domeſtica ſolum remedia ei adhibens malum aliquot annos neque lenivit, neque exaſperavit. Accidit interea, ut cum forte vires nitendo imprudens intenderet, repente vehementioribus colicis doloribus correpta fuerit, quibus urgentibus lectum petere coacta eſt. Accitus medicus iis remediis ægram tractavit, quæ colicis doloribus maxime convenirent: nempe clyſteres emollientes imperavit; unguenta etiam, & lacte incocta cataplaſmata, quæ ventrem foverent. Præterea ad ſolvendam alvum ſæpius intra quatriduum potio exhibita fuit ex manna, ſemel etiam pilulæ anethinæ ad drachmas uſque tres. Sed ex his omnibus nihil emolumenti ægra capiebat; quin etiam cœpit, quæ medicamenta ore ſumebat, ea ſtatim evomere. Quo factum eſt, ut colicus dolor, & febris in dies creſcerent, cumque his etiam inguinis tumor. Hunc propterea celare illa ultra non potuit; quæ cum magnum ſe in diſcrimen adductam animadverteret, chirurgum quæſivit. Is eadem unguenta, eademque cataplaſmata, quæ ante ventri adhibebantur, voluit ut tumori admoverentur: ter quoque intra biduum ſanguinem miſit; opioque non pepercit, ut aliqua cum quiete ſaltem nox duci poſſet.

Dum hæc ullo ſine fructu aguntur, rogatur Brambilla a viro, qui magna erat cum auctoritate, ut ſuam de morbo ſententiam aperiat, ſimulque ejus curationem ſuſcipiat. Qui cum ægram adierit, inguinis tumorem invenit durum, eminentem, & uno pollice latum, eumdemque in duo quaſi hemiſphæria diſtinctum, quorum unum majus ab omento, alterum minus ab inteſtino colo fieri judicavit. Et quamvis undique cutis tumeret, tamen perſpicere potuit, omentum pariter atque inteſtinum a ligamento irritari quod Fallopii,

non

non Poupertii nomine, ut vulgo ſolet, diſtinguendum ipſe credit.

Cum febris interea, ceteraque ſymptomata pergerent, ut ante, urgēre, quartam venæ inciſionem, & binos ex decocto emollienti oleo ſeminis lini, & electuario lenitivo clyſteres juſſit. In primis vero ægræ phialam aquæ amaræ præbuit, quam medicati Bohemiæ fontes abunde ſuppeditant, cujus quidem aquæ ſal catharticus alvum adſtrictam præ reliquis purgantibus medicamentis blande, ac ſine ullo ſtomachi incommodo ſubducit. Hanc cum per bene tulerit ægra, alii quatuor ejuſdem aquæ cyathi eadem die ei exhibiti ſunt, quos citra omnem ſive vomitus, ſive nauſeæ moleſtiam ſumpſit: ex quo ter alvus ſatis copioſe exonerata eſt. Ergo ad hæc medicamenta confugit deinceps Brambilla, quotieſcumque ægræ ſtatus poſtulavit.

Intra biduum ventris tenſio, & dolores una cum febri non parum remiſerant. Quare tentare voluit Brambilla, poſſet ne, ſi minus omentum, ſaltem inteſtinum, digitis leniter premendo, in ventrem repellere. Sed fruſtra. Inciſioni autem locus eſſe non poterat, quod ægra ejus ne mentionem quidem ſuſtinebat.

Decem interjectis diebus cum cetera ſatis bene haberent, ſoluſque inguinis tumor eodem eſſet, quo antea, loco, viſum eſt, omnibus aliis relictis medicamentis, ſola unctione, atque conſueta diæta uti. Sed brevi, adſtricta rurſus alvo, tumere venter, indureſcere, flatibuſque diſtendi. Cui malo ut occurreret ægra, mannam, inſcio Brambilla, hauſit, quæ vomitum vehementiſſimum movit, ventris excitavit dolores, atque inguinis tumorem exacerbavit non parum. Itaque ad aquam amaram, atque ad clyſteres, quorum ſupra meminimus, reditum eſt, quibus alvus iterum, ſed non ſine multo labore ducitur. Adhibentur interea ventri unctiones, & emollientia cataplaſmata, emolumento tamen nullo.

Duobus, tribuſve exactis diebus deprehendit Brambilla tumoris ſuperficiem aliquantulum inflammatam: unde in ſpem venit fore, ut facta ſuppuratione natura ſibi ipſa ſuccurreret. Illi propterea unguentum baſilicon imponitur, quod ut firmius adhæreſcat, emplaſtrum diachylon adjungitur. Intra tridui ſpatium abſceſſus obortus eſt, ſuppuratioque quatuor

tuor jam ſe locis prodidit. Puri, quo loco coctius videbatur, via aperta eſt ſcalpello, illudque magna ſtatim copia erupit. Vulnus vero placuit Brambillæ unguento ſtyracis nutrire, ac ſpongia fovere vino imbuta, in quo peruvianus cortex, ſcordion, & ruta ebulliverant. Poſtero die reliqua tria tubercula gangræna affici, & ſponte aperiri viſa. Vulnus autem, quod ferrum ante expertum erat (ita dilatabat ſeſe) duos jam tranſverſos digitos patens & omentum, & colon, utrumque gangræna tentatum, ac lividum in conſpectum dabat. Cumque multi undique ſinus apparerent, ut plagam, quantum fieri poterat, a multiplici, fœdaque ſanie, quæ in iis deliteſcebat, purgaret, ſimulque a majori corruptione tueretur, vinum illi injecit Brambilla ſupra memoratum, cui addidit præterea mellis roſati nonnihil; una vero per os exhibuit peruvianum corticem, cujus drachmas duas ſumpſit ægra ad multos dies. Ecce autem poſtridie, quam tria modo dicta tubercula aperta ſunt, ſub veſperam magna excrementorum copia plagam replere deprehenditur; tum multo major diebus ſubſequentibus, quibus quidem eorum nihil per conſuetam viam emittebatur. Ac incipiebant jam omentum, inteſtinum, & proxima integumenta, quæ livida, corruptaque erant, etiam mobilia fieri. Itaque non multo poſt plane exciderunt, ſinumque reliquerunt, qui digitos ſeptem in longitudinem, quatuor in altitudinem patebat. Tum vero plaga, ſtyracis unguento rejecto, cœpta eſt melle roſato ter, quaterve ſingulis diebus tingi, ac filis ſiccis obduci.

Interea flatus quotidie, & fæces e plaga ſponte exibant, modo majori, modo minori copia, eæque ſatis fluidæ; denſiores enim in inferiora inteſtina tranſmittebantur. Ac ſi corpus ſupra plagam digitis premeretur, flatus tum inde erumpebant etiam aliquo cum crepitu. Quibus vero diebus ægra aquam amaram, quam ſupra diximus, ad ſolvendam alvum bibebat, erant fæces copioſiores, minuſque coloratæ; id quod indicio erat, aquam una cum illis per plagam emitti. Quoniam autem fæces hæ, quamcumque corporis partem attingerent, eam exedebant, propterea ſæpius oportuit curationis, quæ vulneri adhibebatur, apparatum mutare; amaræ aquæ uſum omnino deſerere, ejuſque loco, quando alvus ducenda eſſet, ſolis clyſteribus uti; denique vici-

nas vulneri ſanas partes oculis cancrorum præparatorum linteolo illigatis ſæpe abſtergere. Præter hæc ægram juſſit Brambilla ſemper in dexterum decumbere latus: eum enim & ratio, & experientia docuerat, ſi in hoc latus illa decumberet, fæcum per plagam exire aut nihil prorſus, aut certe longe minus, quam ſi vel in ſiniſtrum latus, vel ſupina cubaret.

His proviſis vulnus melle roſato fotum in dies melius habebat, eique ad nonum uſque diem fæculentæ materiæ pepercerant: ſed cum hac die ægra tenere ſe non potuerit, quin cibo indulgeret, rurſus intumuit venter, paucæque fæces per vulnus effluxere. Quamobrem ad clyſteres oportuit, & parumper ad amaram etiam aquam redire. Poſt hæc fomentorum apparatum ita firmavit Brambilla, ut plaga nec fæces emittere poſſet amplius, & coaleſcere quodammodo cogeretur: id quod non multis poſt diebus parum aberat, quin aſſecutus eſſet. Sed cum ipſe per id tempus Joſephum II. Auguſtum in Galliam proficiſcentem ſequi debuerit, negotium dedit Antonio fratri ſuo, Aulæ Cæſareæ chirurgo, ut ægram obſervaret, ſeque, ſi quid novi accideret, per litteras edoceret. Rei ſumma ſic fuit. Cum ægra identidem plus ſibi permitteret cibi, quam par eſſet, nonnumquam e plaga fæculenti aliquid deſtillavit; ſed id minus deinceps, minuſque: ut tandem hoc etiam incommodo liberata femina plane convaluerit, & adhuc Brambilla hæc ad Academiam ſcribente, optima valetudine uteretur.

Huic, quem hactenus deſcripſimus, perſimilis eſt caſus, cujus hiſtoriam protulit Mundinus, cum Brambilliana audierit. Recens evenerat, ejuſque deſcriptio placuit Mundino ut propter ſimilitudinem cum Brambilliana conjungeretur. Eam itaque, quam breviſſime potero, ſtatim expediam. Menſis erat decimus nonus, ex quo mulier lecto tenebatur ob morbum chronicum, qui irrepſit, poſtquam e tribus, quatuorve gradibus delapſa ceciderat, cum dolere ei cœpit in dextero inguine tumor quidam, quem etſi ſenſiſſet jampridem, tamen hoc ipſo, quod nihil dolebat, numquam curarat. Temperamento erat ſanguineo, innupta, annumque tum agebat ſeptuageſimum quartum. Cum vero dolores, punctioneſque ad inguen fierent in dies moleſtiores, arceſſitus eſt Cajetanus Pedrettus, chirurgus probatus, qui tumorem invenit durum, colore quidem naturali, ſed ſuperficie

præ-

præditum inæquali, varicoſis vaſis circumfuſum, baſi ſatis ampla, profundaque inſtructum, infra quem femur œdemate tentabatur. Scirrhum ratus, eum curari juſſit panniculis aut aqua cum ranarum ſpermate madentibus, aut aqua, in qua avena pura decocta fuiſſet; quæ præſidia, quo ſimpliciora erant, ſpem illi afferebant eo majorem. Quindecim dies hujuſmodi remedio uſa ægra Pedrettum iterum accivit, qui tumorem vidit non modo ſuppuratum, ſed etiam apertum eſſe, atque vulnus materiam emittere, quæ ſtercus redoleret. Demiſſo autem in illud ſpecillo corpus deprehendit ingens, fluctuans, prementi ſpecillo obediens. Itaque non ſolum ut fluidæ materiæ exitum faciliorem haberent, verum etiam ut corpus illud extraheretur, vulnus, quod anguſtum valde erat, ſtrenue patefecit, tum forcipe corpus comminuit in fruſta, quæ educta verum ſtercus referebant diuturna mora admodum concretum. Quare de bubonocele, deque rupto inteſtino dubitare non potuit. Sinus autem cernebatur ſuperiora verſus porrectus, in quem cum proximis diebus ſpecillum cereum immiſiſſet, cavum longe lateque productum agnovit, quod tamen utrum ad abdomen, an ad inteſtinum aliquod pertineret non audet definire. Interea vulnus curabat; quo autem curationis genere non declarat. Sed hoc conſtat, intra novem, aut decem dies vulnus fæculentam materiam manare deſtitiſſe, idemque paulo poſt coaluiſſe omnino, nec ægram poſtea ab inguine quidquam doluiſſe.

Redeo jam ad Brambilliana, quorum extrema reſtat pars, brevis illa quidem, ſed animadverſione, ſi qua alia, digniſſima. Puer annos natus duodecim, egens, cui tumor circa umbilicum ſuccreverat, Brambillam adiit, ejuſque imploravit opem: tumor enim viginti dierum ſpatio magnitudinem mali majoris adeptus erat; cum tumore autem & ſævi dolores, & febris vehemens invaleſcebant. Certiſſima agnovit Brambilla inflammationis, & proximæ ſuppurationis ſigna. Re vera intra paucos dies ſponte tumor exulceratus eſt. Cum pure multa alvi excrementa per vulnus fluebant: tertia autem die cum his vermis etiam erupit pollices quatuordecim longus. Fæces porro liquidæ, cinereique coloris ad plagam tam conſtanter tendebant, ut quavis adhibita opera duci cicatrix non poſſet: quin etiam alvus ſenſim conſueta relicta via excedebat hac. Veritus ergo Brambilla,

ne, ſi faſciis, aliiſque artis præſidiis vulnus cohiberet, alia inde mala enaſcerentur, præſertim cum qua eſſet conditione cæcum inteſtinum non appareret, omni alio abjecto conſilio fecit, ut alvus artificialis conſtrueretur, bracteata ſcilicet pyxis, in quam ventris fæces reciperentur, qua quidem umbilicari regioni alligata miſerum puerum dimiſit.

PHYSICA.

De mutationibus, quas lac ſubit in ventriculo, atque inteſtinis.

MEdicorum non minus, quam Phyſicorum ſtudiis accommodata videntur, quæ olim Verattus in Academia de lacte protulit; quorum deſcriptionem in ipſo hujus capitis initio exſequar: ſic enim pronior erit a medicis ad phyſica tranſitus. Cupiebat nempe Verattus cognoſcere, quid cauſæ ſit, cur lac diſſimiles adeo pariat effectus, ut aliquibus ſalubre ſit, aut certe non incommodum, aliis vero noxam, peſtemque afferat. Quod non melius intelligere ſe poſſe ſentiebat, quam ſi qua lege illud in animalium ventriculo digeratur comperiret; multa enim ſuſpicionem faciebant, aliam eſſe lactis, ac aliorum alimentorum rationem. Quare experimentum capere inſtituit in brutis aliis atque aliis, e quibus haud alienum a recta ratione erat etiam de homine conjicere.

Itaque quadrupedes multos, feles, catulos, agnos, hædos, vitulos, ſolo lacte paſtos modo longiori, modo breviori poſt aſſumptum lac intervallo incidit. Sic autem poſt longam obſervationum ſeriem comperit. Lac e ventriculo ad inteſtina numquam ante delabitur, quam coactum fuerit, ita quidem ut cum tractabilitate, tum odore, & ſapore caſeum ſecundarium æmuletur. Idque diſcriminis inter ruminantia, & animalia cetera intercedit, quod in his lac ſero ſecedente cogitur in maſſam omnino unam, contra ex eo fiunt maſſulæ diverſæ, quaſi totidem ſero innatantes grumi, in illis; cumque hæc ventriculos habeant plures, lac coa-

ctum

ctum numquam in alio niſi in ultimo ventriculo occurrit. Neque vero quominus cogatur lac, impedit quod antea ebulliverit, aut quod fuerit ipſi admixtum aut ſaccharum, aut mel, aut ſal: quæ propterea ſi eos, qui lac ſumunt, torminibus, flatibus, atque aliis incommodis prohibent, non ideo id faciunt, quod lac ſic præparatum in ventriculo non cogatur, ut a quibuſdam creditum eſt, ſed alia de cauſa. Porro coactum poſt quam fuit lac, ventriculi motus illud ſenſim, ſero interim ad inteſtina deſcendente, ſubigit, vertitque in pulticulam caſeo recenti liquato ſimilem, ſapore acri, quæ facile per pylori anguſtias penetrare poteſt. Eadem ad inteſtina tenuia devoluta ſolet multum de ſua craſſitudine ac lentore paulatim amittere. Numquam tamen, e quocumque inteſtino colligatur, ſpoliata invenitur facultate, quam habet collecta e ventriculo, ut ſcilicet aliud lac, ſi illi adjungatur, cogat: quæ quidem facultas etſi minuatur in colo, & cæco, tamen eſt illi in duodeno major, quam in ventriculo ipſo; id quod Verattus ſucco pancreatico, qui ipſi admiſcetur, tribuit: ne autem tribuat etiam bili, facit cum natura ipſa bilis, quæ potius videtur attenuare, ac reſolvere, quam figere debere, tum experimentum in lacte ceptum, cui cum bilem data opera affudiſſet, denſatio nulla ſecuta eſt.

Hæc cum in animalibus omnibus, quæ ſupra diximus, fere ſine ullo diſcrimine evenire animadvertiſſet, rei perpetuitatem admiratus ſibi perſuaſit Verattus, e naturæ legibus eſſe, ut concoqui lac aliter non poſſit, niſi ante cogatur: eos propterea, quibus ventriculi vitio accidit, ut lac ſatis cogi non poſſit, malis pluribus obnoxios eſſe oportere: parum enim a naturali ſtatu mutatum in horum inteſtina deſcendens lac facile putreſcit, corrumpiturque, ſicque dolores, tormina, diarrhœam, atque alia incommoda excitat. Quamquam non dubitat, quin contraria etiam de cauſa nocere lac poſſit. Si enim accidat, ut nimium denſetur, jure vereri poſſumus, ne craſſitudine ſua lacteorum vaſorum minima oſcula obſtruat. Quam rem confirmant ægrotationes aliquot, quas a ſe, aut ab aliis curatas Verattus commemorat. Opportunum autem ducit, cum hujuſmodi timor ſubeſt, ante lactis uſum blandis lenientibus alvum ciere.

Sed quid id eſſe dixerimus, quod lac in ventriculo cogit? Non

Non certe calorem: nam lac objecit Verattus per ſeptem, & amplius horas calori, quo majorem ventriculus habere non ſolet; quod cum nec denſum factum fuerit, nec acidum, iterum ac ſæpius in eodem calore fuit expoſitum, neque tamen niſi leviſſimum acorem cum ſpiſſitate vix aliqua traxit, ut propterea minime eſſet cum coacto in ventriculo lacte comparandum. Et ſane in aliud lac infuſum cogendi facultate caruit. An vero acidum occultum, quod in lacte inſideat, accedente calore lac cogere in ventriculo putemus? Atqui idipſum negat allatum modo experimentum. Nam lacti, quo uſus eſt Verattus, nec occultum acidum, ſi quod vere in lacte inſidet, defuit, nec calor. In ventriculi igitur ſuccis cauſa lac cogens videtur quærenda. Cumque ſalivam experimentis pluribus aptiſſimam ad lac cogendum invenerit, concludit Verattus, vel in ſaliva ipſa, quæ cum cibis in ſtomachum demittitur, vel in ſuccis ventriculi, qui valde ſalivæ affines ſunt, quæſitam cauſam eſſe ponendam.

Denique non pauca de lactis natura, quam partim animalem eſſe, partim vegetabilem ponit, conjecturis proſequitur Verattus, quæ ejus opuſculum legenti multis in locis, ac præſertim in extremo ſubtiliter cogitata occurrent. Ab iis referendis, quoniam præcipua quæ erant attigimus, brevitatis ſtudio compulſi abſtinemus.

De magnetica ferri virtute.

FErrum, etiamſi magnetem non tetigerit, pluribus modis poſſe magneticæ virtutis compos fieri, erat jamdudum phyſicis omnibus notum, qui ferrum vel percutiendo, vel fricando, vel diu in verticali poſitu conſervando in magnetem vertebant. Quid cauſæ ſit, quare his modis ferro magnetica vis concilietur, ſemper habitum eſt explicatu difficillimum. Verattus difficultatem videtur magna ex parte ſuſtuliſſe: experimentis enim pluribus compertum habet, iis modis ferro non vim indi, quam nullam ante haberet, ſed eam excitari, & prodi, quæ in illo ſopita ante eſſet, & latens. Et ſane ferramentum nullum fuit, ex iis quidem, quæ expertus eſt, quæ fuerunt quamplurima, juxta quod ſi acum nauticam in modica diſtantia duceret, modo unius,

modo

modo alterius poli certiſſima indicia non conſpiceret. Ac ne quis putare poſſet, id illi accidiſſe, propterea quod ferramenta illa uſurpaſſet, quæ cum ſæpius contrectata antea fuiſſent, magneticam forte vim aut affrictu, aut percuſſione, aut alio modo traxiſſent, mineras ferreas tentare voluit, non ſolum perfectas, cujuſmodi ſunt quæ e pyramidibus conſtant, ſed imperfectas etiam, quas rubiginoſas vocant, atque adeo ochras ipſas. Nec eum ſpes fefellit. Nam quamvis ochras, & mineras imperfectas, ut erat exſpectandum, plane inertes invenerit, perfectas tamen, quotquot tentavit, ita vi, quam quærebat, ornatas reperit, ut ſingulæ non duos tantum, ſed plures paſſim jacentes polos prodiderint. Quamquam non eſt reticendum, hanc polorum multitudinem, etſi non tantam, in pleriſque etiam ferramentis, de quibus ante meminimus, apparuiſſe; quin etiam non abfuiſſe a filis compluribus ferreis, in quibus ſua ceperat Verattus experimenta, antequam ad majora ferramenta ſe converteret. De quibus quidem filis hoc notatu dignum maxime eſt, quod de pluribus, quos habebant, duos tantum retinuerunt polos, poſtquam ea aut validior electrica ſcintilla pervaſit, aut magnes tetigit. His autem omnibus facile in ea opinione confirmabatur Verattus, verum ferrum natura ſua vi magnetica donatum eſſe, quæ ei forte ab illo principio ingeneretur, qualecumque illud eſt, quod ipſi additur, cum vel in terræ viſceribus perficitur, vel in igne funditur.

Naturales hi poli (ſic enim appellari poſſe videntur) quos in majoribus ſubſcudibus invenerat, periclitari voluit Verattus, ſi mutari poſſent, quemadmodum in ferris mutantur, quæ magnetica facimus de induſtria. Itaque ſubſcudes ſingulas validiſſimo magnete pluries fricavit ab earum polo boreali verſus auſtralem progrediens, ita quidem ut magnetis polus auſtralis præiret. Nulla fuit ſubſcus, in qua polorum mutationes non ſequerentur, ſive frictio ab uno ejus extremo ad alterum uſque fuiſſet producta, ſive intra borealis poli confinia coercita; quod mirum videtur: mutabantur enim poli in ea etiam ſubſcundis parte, quam magnes non attigerat. Quamquam ſi ſubſcus plures, quam duos, polos haberet, interdum mutatis ceteris unus non mutabatur; & ſi duos tantum habebat, non raro ex frictione acquirebat tertium. Neque vero in eo ſolum mutabantur poli, quod

fieret

fieret repellens, qui ante attrahens erat, & contra, ſed in eo etiam quod magis, minuſve late pateret mutatus, quam ante, vique polleret majori, minorive. Atque huc fortaſſe pertinebat, quam ſæpe ſubſcus fricata fuiſſet, & quam valide. Ibi autem viſus ſibi eſt Verattus hanc legem animadvertere, ut quantum uni polo illa frictione vis adimeretur, tantumdem adderetur alteri.

Sed cupidus videndi, an mutati jam poli poſſent in priſtinum locum vel ſine magnetis interventu reſtitui, cœpit malleo ſubſcudes modo dictas in extremitate utraque iterum & ſæpius percutere. Contremiſcebat ea percuſſione ſubſcus tota, interimque poli in priſtinas ſe ſe recipiebant ſedes, ut ſubſcus nulla fuerit, quæ poſt percuſſionem ſuos non habuerit reſtitutos polos, aliqua etiam præter hos acquiſiverit alios, quos antea non habuerat. Quibus ex rebus apparet, in hoc etiam naturales ferri polos iis, qui arte in eo excitantur, ſimiles eſſe, quod mutati cum fuerint, poſſunt non ſecus atque illi reſtitui.

Hæc omnia cum in eum ſermonem conferret Verattus, quem in opuſculis edimus, occaſionem nactus non pauca addidit, quæ multo ante experimentis proſecutus erat, cum ſibi propoſuiſſet & ea, quæ de magnetica vi acubus per electricam ſcintillam concilianda phyſicus longe nobiliſſimus, Benjamin Franklinius, protulerat, confirmare, quod quemquam in Italia ante feciſſe non conſtabat, & quid inter magneticam vim, quam electricitas in ferrum inducit, vimque, quam inducit magnes, intereſſet videre. Ea autem legenti palam fiet, & itali phyſici experimenta ad americani promiſſa præclare reſpondiſſe, & nihil prorſus eſſe, in quo magnetica vis, quam acubus tribuit electricitas, ab illa differat, quam tribuit magnes.

De thermometri vitiis duobus corrigendis.

IN thermometri vitia illud referri ſolet, quod ſi calores duo ſint inter ſe comparandi, quorum alter ſolum globum invadat, alter globum ſimul & tubum, altitudines, ad quas aſcendit liquor in tubo, ex quibus quidem æſtimari calores ſolent, primum calorem minorem exhibent, quam vere

ce eſt, ſi ad alterum comparetur. Primus enim calor, cum liquoris partem tantum pervaſerit, hanc ſolum partem dilatavit; alter, cum pervaſerit liquorem totum, etiam dilatavit totum. Quare liquoris in tubo aſcenſus a primo calore is fuerit oportet, quem illius partis dilatatio afferre poteſt, ab altero vero is, quem dilatatio afferat liquoris totius. Clarum autem per ſe eſt, minorem aſcenſum fieri debere, ceteris paribus, ab unius partis, quam a totius liquoris dilatatione.

Sed ne a thermometri uſu, ſi duo ſint hujuſmodi calores comparandi, deterreamur, ſumma efficere debet erroris, qui ab eo vitio oritur, corrigendi facilitas. Cum enim ejuſdem liquoris ab eodem calore dilatationes ſint maſſis, quæ dilatantur, proportionales, definiatur, antequam thermometrum ei calori mandetur, qui ſolum globum invadit, definiatur, inquam, proportio, quam habet maſſa liquoris, quæ globum replet, ad maſſam liquoris totam, quæ partim globum replet, partim tubum etiam tenet. Hac inventa proportione committatur globus calori, & quantum ab eo calore liquor in tubo aſcendit, diligenter notetur. Tum inſtituatur analogia hæc: uti liquoris maſſa, quæ tubum ante replebat, ad maſſam liquoris totam, ita notatus aſcenſus ad quartum terminum proportionalem. Atque deſignabit quidem quartus hic terminus aſcenſum, qui ſecutus fuiſſet, ſi calor non globum ſolum, ſed globum pariter atque tubum invaſiſſet. Hoc autem aſcenſu cognito nihil amplius impedit, quominus calor is, qui ſolum globum affecit, cum alio calore comparari queat, qui & globum una affecerit, & tubum.

Neque vero hac in re quidquam aliud videtur negotium faceſſere poſſe, niſi illa proportio, quam definiendam eſſe diximus inter maſſam liquoris totam, & eam partem, quæ globum tenet. Sed quamquam ad hanc inveniendam proportionem difficile fortaſſe ſit menſuras in thermometro conſtructo jam, atque abſoluto capere, idem tamen difficultatis nihil propemodum habiturum fuiſſe crediderim in thermometro, dum conſtrueretur. Tum enim promptiſſimum cuique fuiſſet, idem liquor, qui certam tubi partem replet, quantam globi partem occupet perſpicere. Quæ ſane diligentia numquam in thermometris condendis eſſet omittenda. Eo enim perſpecto jam inter quamlibet tubi partem, & globum

quæ ſit capacitatum proportio latere amplius non poteſt.

Moleſtius videtur vitium thermometri alterum omnibus notiſſimum, quod in eo poſitum eſt, ut nequeat invadens thermometrum calor dilatare liquorem, quin vitreos quoque parietes, quibus liquor continetur, dilatet. Fit autem hac dilatatione, ut totius cavi capacitate aucta liquoris aſcenſus non ſequatur tantus, quantum ille tuliſſet calor. Quæ differentia cum major ſit in calore majore, quam in minore; magis enim creſcit cavi capacitas a calore majori, quam a minori; efficere debet, ut calores duo inter ſe comparati, quoniam ex liquoris aſcenſibus æſtimantur, minus diſtare alter ab altero videantur, quam vere diſtant, ſiquidem parietum dilatatio plus ab aſcenſu majori detraxit, quam a minori.

Hoc vitii genus ut a thermometro amoverent, ſibi finxerunt nonnulli in globi vicem vaſculum aliud parietibus duobus contentum, uno convexo, concavo altero. Cum enim vaſculum hujuſmodi ex alterius parietis dilatatione amplificari debeat, contrahi vero ex dilatatione alterius, videtur quovis adveniente calore fieri poſſe, ut ejus capacitas vix mutetur. Sed hi remedium propoſuerunt, quod locum habeat, ſi calores comparandi ſint, qui thermometri globum ſolum invadant. Verum ſi invadant præterea tubum, non ſatis proſpectum eorum comparationi videtur, niſi ſi etiam pro tubo canalis ſubſtitutus fuerit duobus pariter contentus parietibus, quorum convexus unus ſit, concavus alter.

De duobus his thermometrorum vitiis diſſeruit in Academia Franciſcus Maria Zanottus jam inde ab anno quinto & ſexageſimo ſupra milleſimum ſeptingenteſimum. Qui quamquam ita thermometrum ſemper affici poneret, ut relaxatio ſequeretur, liquoriſque aſcenſus, ſic tamen omnia explicabat, ut traduci commodiſſime poſſent ad contractionem, liquoriſque deſcenſum. Ejus ſermonem, quem opuſculis mandavimus, quicumque leget, ita naturali quodam nitore, atque elegantia excultum inveniet, ut vel ex his ſolis agnoſcere auctorem facile poſſit.

Pro

Pro qua portione cum aquis fluminum quorumdam, dum tument, limus miſcetur.

EOdem, quem modo poſui, anno monumenta ad Academiam attulit Joannes Baciallius certiſſima, quibus evinceret, tam longe abeſſe, ut limus, quem Rhenus torrentium omnium, qui bononienſem agrum alluunt, facile turbidiſſimus defert, pars ſit aquarum, quod obſtinate quidam contendebant, decima ſeptima, ut non multo major centeſima ſeptuageſima quinta poni poſſit. Erat Baciallius optimus civis, patrii Senatus a Secretis, idemque, ut ex ſuperioribus etiam tomis apparet, hydroſtaticæ ſcientiæ apprime gnarus. Itaque non poterat æquo animo ferre, Rhenum noſtrum tanto intervallo turbidiorem, quam par ſit, haberi, eamque injuriam cenſuit eſſe propulſandam, potiſſimum cum & commode fieri id poſſet, & omni factionis ſuſpicione remota. Ea autem occaſione omnia etiam, quæ ad fluentes aquas limo alias magis, alias minus inficiendas pertinent, diligenter notavit. Cumque conceſſerit fieri poſſe, ut torrentes aliqui, dum pluviis intumeſcunt, limum ſecum rapiant, qui ſit aquarum pars decima ſeptima, quam proportionem Caſtellius in Nari, Plancus in Maricula inveniſſe dicitur; negavit tamen, idem ad Rhenum, atque ad alia Rheno ſimilia flumina transferri oportere, maxime cum quæſtio in eum fluvii tractum caderet, in quo ut longius etiam a collibus, non modo a montibus, diſtat, ita curſu labitur minus concitato.

Hæc eadem more ſuo, ſingulari ſcilicet cum perſpicuitate, atque doctrina tractavit paucis poſt annis Euſtachius Zanottus, vel ut Baciallii rationes experimentis, quod Baciallius ipſe deſideraverat, comprobaret, vel ut oſtenderet, quænam ſibi hujuſmodi experimentorum faciendorum tutiſſima ratio videretur. Apparet autem ex ejus obſervationibus, multo eſſe turbidiores torrentes, ſi cetera ſint paria, cum inter montes devolvuntur, quam cum per agrorum planitiem fluunt. In quodam enim torrente, qui e montibus non longe a Porectanis thermis in Rhenum præcipitat, eam

m 2 limi

limi vim deprehendit, quæ, quamquam caſus quidam effecerit, ut quanta aquæ pars eſſet definiri nequiverit, tamen dubitari non poſſet, quin decimam ſeptimam ſuperaret: ut propterea limi ad aquam in hoc torrente proportio major eſſet illa ipſa, quæ in Rheno procul a montibus vel per eos obtinet, quibus eſt Rhenus turbidiſſimus. Apparet etiam, non aliam Tiberi eſſe turbidæ rationem ac Rheno. Nam cum Romæ eſſet Zanottus eorum Bononienſium, qui fundos inter torrentes duos Sapinam & Idicem poſſident, cauſam aquariam agens, non ſemel accidit, ut Tibris exundaret. Bis ergo occaſionem arripuit; fecitque, ut ab amne, qua urbem ingreditur, turbida colligeretur. Hanc in vas, quod paraverat, injecit ad os uſque, ut libraret: tum pondus deduxit aquæ pluvialis, quam idem vas capere poterat. Sic limus quanto pondere par aquæ volumen ſuperaret cognovit. Quare cum deinde ut limus in vaſe conſideret ſiviſſet, ſupernaque ſublata aqua eum exſiccaſſet, ex ejus pondere facile quantum par aquæ volumen penderet collegit. Quo cognito nihil proclivius fuit, quam idipſum cognoſcere, quod quærebatur; quam haberent inter ſe proportionem in illa turbida volumen limi, & volumen aquæ. Cumque experimentum bis, uti diximus, factum fuerit, e primo quidem prodiit limus pars aquæ ducenteſima decima nona: ſed modice tum creverat flumen, atque turbida non longe a ſuperficie extracta fuerat. Verum ab experimento altero, in maxima fluminis exundatione, atque in turbida e profundiori loco hauſta, fuit limus pars aquæ centeſima ſexageſima quinta; quæ ſane proportio vix ab ea diſtat, quam monumenta a Bacialllio prolata in Rheni turbida produnt.

Neque valde diſſimilis eſt proportio, quam ab experimento deducit Zanottus, quod anno milleſimo ſeptingenteſimo ſexageſimo primo, cum Bononienſium, Ferrarienſium, ac Ravennatum flumina Summi Pontificis juſſu ſolemniter viſerentur, inſtitutum fuit, litteriſque mandatum legitur. Ad XVII enim cal. decem. vas aqua Rheni turbida repletum fuit, cujus aquæ pondus grana 49824 æquabat. Exſiccato deinde limo, qui erat huic aquæ admixtus, ejus pondus repertum eſt granorum 728. Quo poſito aſſumit Zanottus ex phyſicis, ſpecificas limi, & aquæ gravitates eſſe inter ſe uti 2000 ad 1076, colligitque, granorum circiter 392 eſſe

de-

debuiſſe pondus ejus aquæ, cujus locum tenebat limus in turbida. Ex quo ſequitur, limum fuiſſe collectæ aquæ partem centeſimam vigeſimam ſextam.

Adhuc minor prodiiſſet limi ratio ad aquam in hac Rheni turbida, ſi illam aſſumpſiſſet Zanottus inter limi & aquæ gravitates ſpecificas proportionem, quam experimenta in Tiberi a ſe facta exhibebant. Ex primo enim elicitur proportio 2000 : 979; ex altero 2000 : 1014, quæ duæ proportiones parum admodum inter ſe diſtant. Quod ſi primam ſequamur, non fuerit limus in Rheni modo dicta turbida pars aquæ puræ major centeſima trigeſima octava; non major vero centeſima trigeſima tertia, ſi ſequamur alteram. Sed eo contentus Zanottus, ut novis argumentis Rhenum, ceteraque ejus ſimilia flumina, dum tumeſcunt, non tam limo turbari oſtenderet, quam quidam vellent, e conſuetis phyſicorum fontibus, quam e ſuis ipſe experimentis, calculi elementa petere maluit.

Ceterum cum limus, quem flumina omnia, dum tument, deferunt, tandem in mare aut totus, aut magna ex parte illabatur, videntur maria omnia, imminuta paulatim capacitate, attolli debere: idque jam in Adriatico evenire clariſſimi Euſtachii Manfredii, in maribus aliquibus aliis aliorum obſervationes palam fecerunt. Verum eſt ne totum altitudinis incrementum huic cauſæ dandum? Quid porro eſt, quod maria quædam, niſi de graviſſimorum hominum teſtimonio dubitare velimus, ſenſim deprimuntur? Optandum ſane eſſet, ut Zanottus, qua erat diligentia, & perſpicacitate, quæſtiones has, ut attigit, ita etiam tractare per otium potuiſſet, atque ſuis animadverſionibus illuſtrare.

MECHANICA.

De metallicarum formarum, in quibus vitreæ lentes elaborantur, conſtructione.

DE mechanicis dicturus ab eo initium facio, quod uſum reſpicit, & illa molimina, quibus artes perficiuntur: veniam deinde ad ea, quæ in cogitatione potiſſimum poſita non tam res, quam doctrinam ipſam perficere videntur.

Pri-

Primo in genere celebre eſt Joſephi Campanæ inventum, cujus ope ſuas illas exquiſitiſſimas lentes condebat, quas tantopere apud Aſtronomos commendatas legimus. Illud, ut in ſuperioribus libris dictum eſt, præter Campanæ ipſius filiam nemini ante patuit, quam Benedictus XIV P. M. opticam Campanæ ſupellectilem coemeret, atque Inſtituto donaret. Quamquam ne tum quidem, cum hæc ad Inſtitutum delata eſt, machinam a Campana extructam ad metallicas formas, in quibus ſuas lentes elaboraret, accuratiſſime pro data quaque foci diſtantia efficiendas, qua quidem machina occultæ artis pars maxima continebatur, quiſquam præter Lellium, & Baciallium cognovit; quorum alter ejus uſum ex Campanæ filia acceperat, alter ejuſdem deſcriptionem in privatos Senatorum Inſtituti Præfectorum commentarios referendam confecit. Itaque non paucos annos apud nos perinde jacuit machina illa, quaſi Inſtitutum, lentibus jam, quibus abundaret, perfectiſſimis, atque a Campana ipſo elaboratis contentum machinam, qua parari eædem poſſint, quotieſcumque libeat, potuiſſet oblivíſci. Sed ne adhuc lateret diutius, fecit Senatorum eorumdem providentia, ac publici commodi, cui in primis favent, ſtudium. Qui quidem anno ſupra milleſimum ſeptingenteſimum primo & ſeptuageſimo negotium Joſepho Brunio, qui mortuo Lellio opticæ præfuit, dederunt, ut Campanæ machinam appararet, efficeretque ex ea formam ad objectivam lentem conſtruendam, cujus diſtantia foci eſſet pedum decem & octo, qua menſura in Campanæ ſupellectile forma occurrebat nulla. Simul vero Canterzanum præfecerunt, qui & cum Brunio ageret, & non ſolum Campanæ machinam, ſed illam etiam inſpiceret, quam eumdem in finem Brunius ipſe jam excogitaverat, ac ſæpe ad uſum traduxerat; utramque deſcriberet; commoda, &, ſiqua eſſent, incommoda cujuſque notaret; hæc denique omnia in publico aliquo Academiæ conventu aperiret, atque in lucem proferret. Nec fuit diu exſpectandum: nam Brunius & promptiſſime præſcriptam formam effecit, in qua lentem elaboravit omnium, qui ejus in Aſtronomica Specula periculum fecerunt, conſenſu abſolutiſſimam, & ita Canterzano ſe præbuit, ut potuerit is eodem anno in Academia machinæ utriuſque rationem maxima auditorum frequentia explicare. Hujus nos ſermonem, quo cumulatius ſit

ſit egregiæ Senatorum Præfectorum voluntati ſatisfactum, hujus tomi opuſculis mandandum curavimus, ad quæ propterea lectorem allegamus, quoniam quæ deſcribi ſine figuris nequeunt, hujus non ſunt loci. Interim præterire non debeo, Brunium lente, quam modo dixi, perfecta formam pariter e ſua machina effeciſſe ad objectivam lentem elaborandam, cujus item eſſet diſtantia foci pedum decem & octo; ex eaque lentem obtinuiſſe, quæ nihil illi, quam forma e Campanæ machina effecta præbuerat, cedere videretur.

De Staticæ, atque Hydroſtaticæ principio decernendo.

TRanſeo jam ad illa, quæ θεωρητικὰ plane ſunt. Huc maxime ſpectant cum ea, quæ de Staticæ, atque Hydroſtaticæ principio conſtituendo olim diſputavit Matteuccius, tum illa, quæ in maupertuiſianum, quod vocant minimæ actionis, ptincipium a ſe ſubtiliter animadverſa protulit vir, ut generis nobilitate, ita ingenii opinione præſtans, Alphonſus Bonſiolus. Cum enim quæ afferri ſolent æquilibrii demonſtrationes, præſertim ſi motus, & velocitatis notionibus innitantur, Matteuccio probari non poſſent, cœpit is æquilibrii cauſam omnino in æqualitate, & oppoſitione virium quærere; quam cum modo quodam ſuo invenerit, de invento Academiam monuit, ſimulque oſtendit quam facilis eſſet a viribus inter ſe parallelis (in his enim demonſtrationem ſuam confecerat) tranſitus ad obliquas. Quo loco ingenioſe admodum fecit, ut ſibi utile eſſet principium naturæ æquilibrii in primis conſentaneum; nimirum non poſſe connexa, & inter ſe agentia corpora in æquilibrio conſiſtere, niſi ſi eorum commune gravitatis centrum maxime deſcenderit. Quo cum principio theorema quoddam & elegans, & nobile conjunxit alias a ſe demonſtratum de minimo, quod in omni virium æquilibrio obtinet; quod quidem theorema adhuc nobilius effecerat deinde clariſſimi ſodalis noſtri, Antonii Marii Lorgnæ, induſtria; cujus ea de re ſtatico-geometricum opuſculum, Matteuccio ipſi inſcriptum, non minus quam cetera, quæ & plura deinceps, & præſtan-

ſtantia edidit, opera magno italicæ litteraturæ honori eſſe affirmare ſine aſſentatione poſſumus. Conſtitutas autem æquilibrii leges non ſolum in ſolidis valere docet Matteuccius, ſed etiam in fluidis, ad quæ eamdem accommodat rationem, quam cum de ſolidis ageret, ſecutus eſt; quæ in quo maxime poſita ſit, non eſt cur explicare hic velimus, cum ex opuſculis intelligere facile quiſque poſſit.

De maupertuiſiano minimæ actionis principio.

NEque minus lectorem juvabit, illa in opuſculis didiciſſe, quæ de maupertuiſiano principio cogitavit Bonfiolus; longum enim eſſet omnia hic perſequi velle, quæ commemoratu digna eſſent. Rei ſummam indicabimus. Sibi perſuaſerat Maupertuiſius, nec quemquam fore arbitror, qui hac in re tanto philoſopho repugnare velit, in omnibus, quas in corporibus moliri naturam videmus, ſtatus mutationibus locum habere minimum aliquod: e naturæ ſimplicitate eſſe, ut quidquid efficiat, id efficiat actione minima. Quo poſito ſi conſtiterit, in quo ſita ſit actio, & e quibus conſletur elementis, & quo ſimul modo compoſitis, jam nihil facilius mathematicis, quam leges naturæ, & effectuum rationes detegere, atque explicare. Ac Maupertuiſio quidem viſum eſt, actionem tribus metiri elementis inter ſe multiplicatis, maſſa, velocitate, ſpatio: qui ſimul oſtendit, hoc ipſum productum in multis, quas cognoſcimus, naturæ legibus re vera minimum fieri. Hoc idem oſtendit deinde in legibus aliis Geometra ſummus Leonhardus Eulerus; denique in pleriſque omnibus is, qui jure italorum Geometrarum princeps nunc habetur, Ludovicus Lagrangius. Nihilo tamen minus videtur non poſſe maupertuiſianum minimum tamquam conſtantem, & perpetuam regulam ad naturæ leges ſcrutandas adhiberi, niſi conſtitutum ante fuerit quænam ſit velocitas, & quodnam ſpatium, cujus ratio in producto illo componendo, quod minimum eſse debeat, habenda eſt. Nam ſpatium quod attinet, diſtinguendum eſse monet Bonfiolus; aliud enim eſt ſpatium, per quod potentia

tia

tia, quæ agit, corpus comitatur impellendo, urgendoque; aliud, per quod corpus dato tempore æquabiliter movetur: quo fit ut duplex quoque ſit velocitas, altera quidem ab uno, altera ab altero ſpatii genere deſumpta. Quæ cum ita ſint, varios naturæ effectus diligenter perſequitur, atque in ſingulis quodnam ſpatium, & quamnam velocitatem attendere oporteat, ut maupertuiſianum productum ſit minimum, in aperto ponit. Cumque non in iis tantum conſiſtat, ad quæ principium ſuum accommodavit Maupertuiſius, ſed ad alia etiam tranſeat, atque in his pariter quomodo illud adhibendum ſit demonſtret, non ſolum principii ejuſdem uſum mirifice illuſtrare, ſed certo quodam modo dilatare etiam, atque amplificare videtur. In his autem omnibus ita ſe gerit Bonfiolus, ut facile poſſis non modo paratiſſimum mathematicum, ſed philoſophum etiam acutiſſimum agnoſcere. Neque vero ſine reconditioris metaphyſicæ præſidiis quæſtionum, quas ipſe aggreditur, exitum invenire cuiquam conceditur. Ante alias difficillima meo judicio eſt illa; an maupertuiſianum productum cum ea, quam habere decet, actionis notione ſit conſentiens. Ad quam quidem tractandam acute admodum elementa dividit, quæ ad potentiam, ſeu cauſam pertineant, & quæ pertineant ad ſtatus mutationem in corpore, ſeu ad effectum: qua facta diviſione ſic denique concludit, ut neget, maupertuiſianum productum veram eſſe actionis menſuram; concedat tamen, fieri poſſe, ut ad actionem habeat proportionem, comparationemque aliquam. Huic affinis eſt quæſtio altera; cujuſnam generis ſit minimum illud, quo maupertuiſianum principium continetur: dubitari enim poteſt, utrum minimum actionis ſit, an minimum quodpiam mere geometricum. Mirum autem videri alicui poterit, quod invenit hac de re Bonfiolus. Nam poſtquam maupertuiſianum principium in motuum præſertim communicatione expendit, illud in vim vivam leibnitianorum recidere pro comperto habuit; ex quo affirmare non dubitavit, minimum, de quo agitur, cum vim vivam exprimat, aliquo vero ſenſu poſſe minimum actionis appellari. Sic aliud agens Maupertuiſium vel invitum in leibnitianam ſententiam traxit, ſibique plaudere poteſt, quod novum Leibnitio ſuo, eumque longe nobiliſſimum ſectatorem comparavit.

De corporum rotatione.

AD mechanicam ſcientiam augendam pertinet quam maxime opuſculum, quod anno ſeptuageſimo primo ſupra milleſimum ſeptingenteſimum ad Academiam miſit Paulus Friſius, mathematicus, ut omnes norunt, cui & paucos pares, &, quem anteponamus, neminem habemus. In eo de corporum rotatione agitur, de problemate ſcilicet, quod haberi conſuevit tota mechanica, ſi quod aliud, maxime difficile. Vix autem dici poteſt, opuſculo ſane non longo quam multa Friſius, quamque præſtantia theoremata complexus eſt. Tres expendit problematis ſolvendi methodos, ſicque tres ſermoni ſuo partes facit, quibus proluſionis in modum demonſtrationem mechanicorum principiorum præmittit brevem medius fidius, ſimplicem, perſpicuam. In parte vero prima projectionis, rotationiſque motus, quos in corpore data quælibet vis extra gravitatis centrum impreſſa gignit, definiendos ea methodo ſuſcipit, quam non multos ante annos in aureo quodam libello Neapoli edito propoſuerat magni ſane nominis mathematicus, Julius Mozzius. In altera idem problema methodo quadam ſua expedit ingenioſa æque ac ſimplici, cujus ope formulas ſtatuit, e quibus facile vel illas elicit, ad quas problema jam revocarat Mozzius, vel illas, quibus idem concluſerat Eulerus. Tertiam denique partem tribuit methodo, quam tenuit clariſſimus Ignatius Radicatus Coconati Comes; qui primum in quovis corpore tres adeſſe axes ad ſe mutuo perpendiculares, circa quos inchoata ſemel rotatio jugiter continuari queat, eleganter demonſtravit, tum theoremate hoc, atque legibus, ſecundum quas motus rotationis plures in uno eodem corpore ſimul componi debent, uſus problema generale de corporum rotatione expeditiſſime confecit. De quo quidem problemate qui plura cognoſcere velit, a quo primum, a quibus deinde, & quibus modis pertractatum fuerit, ipſam, quam nuper dixi, proluſionem adeat, cujus in extremo Friſius, ut nihil, ne illud quidem, quod ad eruditionem pertinet, ſuo opuſculo deeſſet, nos anteivit, eaque etiam, quæ commentarii loco eſſe potuiſſent, enucleate explicavit.

De

De motu rectilineo corporis attracti, aut repulſi a centro mobili.

QUam mathematicarum diſciplinarum omnium perfectio ab unius analyſeos perfectione pendeat vel ex eo intelligi poteſt, quod quidquid abditi, implicatique habent ceteræ partes, id, niſi ad analyſim confugias, aliter evolvere, atque extricare non poſſe videaris. Et mechanici quidem, atque acuſtici, atque optici, quin etiam ipſi geometræ, ſi quæſtionem paulo abſtruſiorem tractare velint, quid aliud faciunt, niſi idipſum, ut e ſuæ quiſque diſciplinæ principiis, atque e quæſtionis, quæ propoſita eſt, ſtatu formulas condant, nectantque, quibus quæſtionem ipſam concludant? Quo cum pervenerint, jam difficultas omnis, ſi qua adſit, non amplius in quæſtione ipſa ineſt, ſed in formularum tractatione: ut propterea tantum in quæſtione, quæ erat propoſita, proficere deinde dicantur, quantum per analyſim liceat iis extructas formulas miſcere, verſare, atque exſolvere. Idque ut in aliis multis, ita maxime apparet in mechanico problemate, quod ſibi olim propoſuit Riccatus, legem quærens, qua corpus a centro in motu poſito attractum, aut repulſum moveri debeat. Problema enim hoc ſi mechanicis principiis inhærens formulis analyticis exprimere velis, in æquationem incides differentio-differentialem, quæ generatim ad integrationem, etiamſi motus rectilineus ponatur, perduci nequit. Ergo non ante quæſtionem abſolutiſſime confectam habebis, quam analyſi novæ factæ ſint acceſſiones, quarum ope æquatio illa integrari queat. Riccatus tamen, qui non in mechanicis ſolum, in quibus unus omnium verſatiſſimus habebatur, ſed etiam in analyticis videbat quam longiſſime, facile ſenſit, hypotheſes eſſe aliquas, in quibus, ſi ſubtiliora adhibeas artificia, ſit utique integrationi locus. Itaque has hypotheſes diligentiſſime perſecutus eſt opuſculis quatuor ingenio, induſtriaque plenis, quæ diſquiſitiones inſcripſit, nullumque locum quæſtionis exornandæ, illuſtrandæque prætermiſit. Tanta vero hac cura dignam hujuſmodi inveſtigationem cenſuit, cum propterea quod nemo ante in ea, quod ipſe ſciret, verſatus eſſet, tum vel maxime quia

 eadem

eadem ſibi nec vulgaris, & mechanicæ ſcientiæ perutilis videbatur: erit autem certe; neque enim, ſi non eſſet, videri tanto viro potuiſſet.

ANALYTICA.

De ſeriebus geometricis.

AD hoc caput revocari poſſe videntur theoremata quædam elegantiſſima, quæ jam inde ab anno milleſimo ſeptingenteſimo ſexageſimo ſecundo ſumma, qua ſolet, ordinis, ſermoniſque perſpicuitate vir nobiliſſimus, atque alias a nobis laudatus, Gregorius Caſalius in Academia expoſuit. Pertinent ad pulcherrimam ſerierum geometricarum proprietatem explicandam, quam nemo, quantum quidem Caſalio conſtabat, ante animadverterat. Theoremata ſunt omnino novem: eſſe potuiſſent multo plura: ſed eo numero contentus fuit Caſalius, quem ſatis ſibi eſſe intellexit ad claritatem, quam vel maxime quærebat, aſſequendam. Ceterum qui nonum cognovit, cuncta cognovit; unum enim in ſe complectitur non ſolum octo, quæ præeunt, ſed cetera quotquot ea de re ſimiliter præmitti potuiſſent. Hoc ergo exponam: tum corollaria, quæ Caſalius colligit, indicabo.

Theorema eſt hujuſmodi. In ſerie quavis geometrica a, am, am^2, am^3 &c., cujus terminus neſimus eſt am^{n-1}, ſi termini ad neſimum uſque in unam ſummam collecti ducantur in terminum, qui ſequitur, am^n, noteturque hoc productum $(a + am + am^2 + am^3 \ldots\ldots + am^{n-1})\ am^n$; tum vero fiat poteſtas neſima ſecundi termini, eaque ſubtrahatur a ſimili poteſtate termini tertii, atque hujus differentiæ, quæ erit $a^n m^{2n} - a^n m^n$, ſumatur pars tanta, quantam indicat numerus $m - 1$, qui oritur ſubtrahendo unitatem a numero m, qui denominator ſeriei dici poteſt; denique hæc pars dividatur per poteſtatem $(n - 2)$eſimam primi termini: erit hujus quotus diviſionis notato ante producto æqualis: nempe erit $(a + am + am^2 + am^3 \ldots\ldots + am^{n-1})$ $am^n = \frac{a^n m^{2n} - a^n m^n}{(m - 1)\ a^{n-2}}$.

Cujus

Cujus theorematis demonſtratio ex eo paratiſſima eſt, quod ſatis jam conſtat, ſummam terminorum $a + am + am^2 + am^3 \ldots\ldots + am^{n-1}$ ſeriei geometricæ cujuſvis eſſe æqualem quantitati $\frac{a(am^n - a)}{am - a}$. Hac enim facta ſubſtitutione, æquatio, qua theorema continetur, deducitur ſtatim ad $0 = 0$.

Venio jam ad corollaria, quorum primum in ipſa elucet æquatione, quæ theorema exprimit. Nempe ſi ſecundam æquationis illius partem per am^n, ideſt per terminum ſeriei $(n + 1)$ eſimum dividas, exſiſtet tibi terminorum ad uſque neſimum ſumma. Quam ſane rationem ſummæ inveniendæ terminorum numero n geometricæ ſeriei ideo notare voluit Caſalius, quod eam aliquando uſui eſſe poſſe non diffidebat.

Corollarium ſecundum paulo longius ab eadem æquatione eſt petitum. Sic ſe habet. Æquatio illa, quoniam utraque ejus pars dividi poteſt per $a^2 m^n$, hac facta diviſione vertitur in hanc $1 + m + m^2 + m^3 \ldots\ldots + m^{n-1} = \frac{m^n - 1}{m - 1}$. Hic ſtatue ſecundæ partis diviſorem $m - 1 = c$, quæcumque ſit quantitas hæc c; habebiſque $1 + m + m^2 + m^3 \ldots\ldots + m^{n-1} = \frac{m^n - 1}{c}$: unde elicitur $c + 1 = m^n - cm^{n-1} - cm^{n-2} \ldots\ldots - cm^3 - cm^2 - cm$. Quod cum valeat, quicumque ſit numerus n, propterea erit generatim $m^n - cm^{n-1} - cm^{n-2} \ldots\ldots - cm^3 - cm^2 - cm = m^r - cm^{r-1} - cm^{r-2} \ldots\ldots - cm^3 - cm^2 - cm$; eſt quippe utraque quantitas æqualis eidem tertiæ $c + 1$. Erit autem hujus æquationis radix una $m = c + 1$, quandoquidem ſtatuiſti $m - 1 = c$. Itaque ſi a poteſtatibus duabus quibuſvis neſima, & reſima quantitatis m ſubtrahas poteſtates omnes ejuſdem m inferiores in datam quantitatem c ductas, tum inter duas ſic ortas quantitates æquationem inſtituas, erit ſemper æquationis hujus radix una $m = c + 1$. Neque hic inutile erit animadvertiſſe, æquationem, de qua ſermo eſt, hanc denique formam acquirere $m^u - cm^{u-1} - cm^{u-2} \ldots\ldots - cm^3 - cm^2 - cm - c - 1 = 0$, ubi ſtat u pro differentia numerorum n, r. Apparet autem, æquationem hanc eſſe illam ipſam $1 + m + m^2 + m^3 \ldots\ldots + m^{n-1} = \frac{m^n - 1}{c}$ mutato n in u.

Sed

Sed hujus æquationis radix eſt etiam $m = -1$, modo ſit n numerus par. Hinc exſiſtit corollarium tertium. Si ſeriei denominator fuerit -1, valebit theorema propoſitum, quæcumque pars differentiæ inter poteſtates neſimas ſecundi & tertii termini ſumatur, dummodo n ſit par; valor enim hic $m = -1$, qui æquationi theorema exprimenti ſatisfacit, nullo modo pendet a quantitate c, quæ in ſecundæ partis diviſore poſita intelligitur pro $m - 1$. Quoniam vero cum ſit $m = -1$, ſi præterea ponatur $a = 1$, ſeries geometrica abit in $1, -1, 1, -1, 1$, &c, hinc patet ſingularis hujus ſeriei indoles: nimirum cum in accommodando theoremate propoſito ad ſeries alias, atque alias geometricas mutandum ſemper ſit aliquid pro varia ſeriei, ad quam illud accommodatur, ratione; in eodem accommodando ad ſeriem hanc, ſi quidem numerus, qui pro n ponitur, ſit par, nihil mutare neceſſe eſt: accommodatum enim cum fuerit ad ſeriem data qualibet ratione progredientem, ita prorſus valet theorema in ſerie $1, -1, 1, -1, 1$, &c, uti in illa ipſa, ad quam fuit accommodatum. Sic quidem devenit paulatim Caſalius ad ſeriem, quæ fuerat Leibnitii primum, deinde aliorum plurium, Euleri præſertim, atque Zanotti digna commentationibus.

De curvæ catenariæ æquatione.

HUc quoque referam pauca illa, quæ dicenda habeo de opuſculo, quod in Academia recitavit Canterzanus anno milleſimo ſeptingenteſimo nono & ſexageſimo. Illud enim quamquam ſit de curva quadam linea, ſicque ad geometrica pertinere videatur, tamen cum in ejuſdem lineæ æquatione concinnanda potiſſimum conſumetur, poteſt locum ſibi vindicare etiam in analyticis. Scilicet inciderat forte ſermo inter quoſdam mathematicæ cultores, in quibus erat Canterzanus, de curva catenaria; cumque non ita multo ante in novis Petropolitanæ Academiæ Commentariis prodiiſſet is, qui variationum calculus inſcribitur, cujus præſidio ejus curvæ æquatio nullo negotio invenitur, quæſitum fuerat, poſſet ne communi tantum adhibito differentiali calculo æquatio illa ab eodem mechanico principio peti, a

quo

quo petitur per novum illum calculum, ſeu per methodum, quæ inverſa dici poteſt maximorum ac minimorum, a qua idem ille calculus manavit. Neque vero latebat eos, ante inventum hujuſmodi calculum illo eodem principio ad catenariæ æquationem comparandam uſos fuiſſe mathematicos graviſſimos Leibnitium, Bernoullios, Hoſpitalium, alioſque; ſed eoſdem non fugiebat, ſummos hos viros aut artificia adhibuiſſe, in quibus ne ipſi quidem ſibi omnino ſatisfecerint, aut ea ratione uſos eſſe, quæ ipſa variationum calculus jam tum naſcens videri poſſit. Fecit ergo non invite Canterzanus, ut quid ipſe hac in re poſſet tentaret; ſicque opuſculum confecit, de quo loquimur, illudque eo minus dubitavit ad Academiam afferre, quod, qualecumque eſt, non contemnenda videbatur formula quædam, quam exhibet, quæ non ſolum ſi de catenaria curva agatur, ſed etiam uſui eſſe poſſit, ſi agatur de lineis rectis finitis, quæ graves fingantur, & inter ſe in extremitatibus ſuis, circa quas volvi queant, connexæ, atque hinc & illinc a datis duobus punctis libere ſuſpenſæ. Et ſane ab hac formula diſcedens potuit deinde Canterzanus quaſdam catenarii polygoni non inelegantes proprietates inveſtigare, de quibus paucis poſt annis egit in Academia; quas, ſi locus erit, in ſequentem tomum conferemus. Interim opuſculum de catenariæ curvæ æquatione edimus, quod ſi nihil aliud, id ſaltem boni habet, quod brevitate non caret.

De æquatione quadam differentiali.

BRevitate commendatur etiam opuſculum, quod miſit ad Academiam Friſius anno ineunte milleſimo ſeptingenteſimo ſeptuageſimo tertio. Quamquam non in hoc ſolum eſt ejus laus poſita, ſed in eo vel maxime quod methodos continet, quibus uſi ſunt ad æquationem $dy\,d^3y + a\,ddy^2 + b\,dy^2\,ddy + c\,dy^4 = 0$ integrandam mathematici præclariſſimi, Melander, Friſius, Radicatus. Propoſita primum fuerat ad integrandum æquatio hæc Melandro a maximi nominis mathematico Lexellio: Melander eamdem deinde propoſuit Friſio: Friſius denique Radicato. Suam quiſque inſiſtit viam: ac Melander quidem duabus rem conficit ſubſtitutionibus, quibus

æqua-

æquationem ad primas deducit differentias; Friſius ſubſtitutione utitur una; Radicatus in auxilium vocat multiplicatores, quorum ope per triplicem integrationem tribus additis conſtantibus arbitrariis integrale completum aſſequitur; quod tamen integrale, cum evenire poſſit, ut nullius ſit uſus, ſi nempe fuerit $a = - 2$, aut $a = - 2$, & $b = 0$, aut $\frac{bb}{4} = (a + 2) c$, propterea integrationem ſeorſum in unaquaque ex his hypotheſibus molitur, ſicque oſtendit, nullam ſingi poſſe hypotheſim, in qua conceſſis quadraturis æquatio non queat conſtrui.

De integratione cujuſdam æquationis inter quatuor variabiles, quarum una eſt functio trium reliquarum.

Jam ſatis conſtat, æquationis $bu + \frac{c\,du}{dx} + \frac{i\,ddu}{dx^2} + \frac{p\,d^3u}{dx^3}$ &c $= 0$ integrale finitum, atque completum, ſi b, c, i, p &c quantitates ſint conſtantes, unica confici ſubſtitutione $u = e^{fx}$. Hac enim peracta ſubſtitutione, prodit æquatio in f tot habens valores, quot ſunt unitates in numero ordinem propoſitæ æquationis exponente; qui quidem valores ſuffecti alii ex aliis in formula $u = e^{fx}$ totidem exhibent æquationes, quæ ſingulæ ipſi ſatisfaciunt æquationi propoſitæ, etiamſi in earum unaquaque quantitas e^{fx} per conſtantem arbitrariam N multiplicata fuerit. Cum ergo ea ſit æquationis propoſitæ natura, ut ſi ei ſatisfaciant æquationes inventæ ſingulæ, ſatisfacere etiam debeat earum ſumma, jam patet, hac ipſa ſumma integrale completum contineri, quippe quæ tot habet conſtantes arbitrarias, quot ipſius poſtulat propoſitæ æquationis ordo.

At non æque in promptu eſt æquationis integratio, ſi u fuerit functio non unius tantum variabilis x, quemadmodum hic poſuimus, ſed plurium; ita ut occurrant in æquatione

tione differentiali propoſita præter $\frac{c\,du}{dx}$, $\frac{i\,ddu}{dx^2}$, $\frac{p\,d^3u}{dx^3}$ &c etiam termini $\frac{g\,du}{dy}$, $\frac{h\,du}{dz}$ &c, tum $\frac{k\,ddu}{dx\,dy}$, $\frac{l\,ddu}{dx\,dz}$, $\frac{m\,ddu}{dy^2}$, $\frac{n\,ddu}{dy\,dz}$, $\frac{o\,ddu}{dz^2}$ &c, tum $\frac{q\,d^3u}{dx^2dy}$, $\frac{r\,d^3u}{dx^2dz}$ &c &c. Tamen non paucæ ſunt quæſtiones hydrodynamicæ, quæ expediri non poſſint, niſi hujuſmodi æquatio, in qua quidem ſit u functio variabilium trium x, y, z, ad integrationem perducatur. Quibus propterea quæſtionibus conficiendis ne impedimento ſit integrationis difficultas, facit nobiliſſimi viri, ejuſdemque inter principes mathematicos clariſſimi, Nicolai Condorcetii, ſingularis, ac plane ejus propria perſpicacitas atque ſolertia, cui jam ſublimioris analyſeos partes tot alias mirum in modum amplificatas, atque adeo perfectas debemus. Is enim aggreſſus integrale quæſitum inveſtigare ejus formam jam, atque indolem determinare ſic potuit, ut ſatis appareat, eamdem, qua utitur, rationem latiſsime patere, atque ad æquationes ejuſdem naturæ omnes, quicumque tandem ſit ſive earum ordo, ſive variabilium numerus, poſſe transferri. Sua autem præclara hac de re cogitata, tamquam primam majoris operis partem, eo opuſculo complexus eſt, quod, ſummo ingenio elucubratum, ab ipſo ad nos pro egregia ejus in noſtram Academiam voluntate miſſum in hoc tomo edimus, cui propter vel auctoris nomen, vel rei ipſius præſtantiam inſigne ex hac editione ornamentum accedere intelligimus.

Sed ut methodi, quam præſtantiſsimus vir tenet, rationem ſaltem adumbremus, ante omnia animadvertimus, æquationem, quæ hic ad integrandum proponitur, ſemper ſic conſiderari poſſe, quaſi termino conſtanti a careret: nam ſi eum habeat, facile in aliam mutari poteſt ejuſdem formæ, in qua terminus ille deſideretur; id quod ſimul apparet, ac fingitur $a + bu = \alpha t$. Deinde notamus, æquationem eamdem eſſe de illarum genere, quarum integrale finitum, ut completum ſit, tot requirit functiones arbitrarias, quot ordinis exponens habet unitates; quarum quidem functionum unaquæque ſit functio tot quantitatum per x, y, z &c datarum, quot ſunt hæ ipſæ variabiles x, y, z &c, quarum u

ponitur eſſe functio, una tamen dempta. Ex quo ſequitur, ut in propoſitæ æquationis integrali, quoniam u functio eſt variabilium trium x, y, z, unaquælibet ex arbitrariis functionibus debeat eſſe functio duarum quantitatum, quarum unaquæque ſit functio aliqua variabilium x, y, z.

Quibus prænotatis ponamus jam æquationi ſatisfacere exponentialem quantitatem $e^{fx+f'y+f''z}$ ductam in functionem arbitrariam duarum functionum linearium $x+Ay+Bz$, $x+A'y+B'z$. Statim poterimus in locum hujus aliam uſurpare formam multo ſimpliciorem $u=e^{fx}\,\mathrm{F}\,x+Ay, x+Bz$, quæ, exceptis hypotheſibus quibuſdam ſingularibus, æque late patet atque illa. Ex hujus autem valoris u ſubſtitutione æquationem nanciſcemur, in qua termini, qui eamdem quantitatum $x+Ay$, $x+Bz$ functionem continent, oportet ut nihilo æquales ſint: niſi enim hi termini ſinguli æquales ſint nihilo, fieri non poteſt, ut terminorum omnium ſumma ſit nihilo æqualis, & ſimul functio quantitatum $x+Ay$, $x+Bz$, in quam ducta eſt exponentialis e^{fx}, ſit arbitraria. Terminis ergo ſingulis nihilo æquatis exſiſtent æquationes inter indeterminatas f, A, B, & conſtantes b, c, g &c, quarum æquationum ope poterunt indeterminatæ ipſæ f, A, B definiri, ita quidem ut f tot ſortiatur valores, quot ſunt unitates in numero ordinem æquationis propoſitæ exponente; nam dabitur f per æquationem tanti gradus, quantus eſt ille ordo. Quod ſi ſinguli ex hac æquatione eliciti valores f, atque coefficientes b, c, g &c tales ſint, ut ceteris inventis æquationibus ſatisfaciant omnibus, jam ſuffectis his valoribus f, nec non valoribus reſpondentibus A, B aliis deinceps poſt alios in forma $u=e^{fx}\,\mathrm{F}\,x+Ay, x+Bz$, quam licebit ſemper per conſtantem quamvis N multiplicatam intelligere, exſiſtent totidem integralia particularia æquationis propoſitæ; quæ cum eidem æquationi ſatisfaciant etiam in unam ſummam collecta, propterea hac ipſa ſumma, quæ jam arbitrarias tot functiones quantitatum $x+Ay$, $x+Bz$ complectitur, quot æquationis propoſitæ ordo poſcit, ejuſdem æquationis integrale finitum completum continebitur.

Verum ſi non omnes inter f, A, B, & conſtantes b, c, g &c inventæ æquationes ſtare queant, aut ſi quod aliud incidat

cidat abſurdum, indicio id erit, propoſitam æquationem non admittere ſolutionem finitam: tumque opportunum erit pro u formam ponere $e^{fx+f'y}$ F $x+Ay+Bz$ functionem arbitrariam unius dumtaxat quantitatis involventem. Hac autem facta ſubſtitutione prodeunt æquationes inter indeterminatas quatuor f, f', A, B, & coefficientes b, c, g &c: quibus ex æquationibus ſemper licebit pro vario æquationis propoſitæ ordine varias ſolutionis formas, atque naturas dignoſcere.

Unica prodit æquatio inter f, f', f'', ſi ponatur $u = N.\, e^{fx+f'y+f''z}$, qui valor nullam continet functionem arbitrariam variabilium, utiliſque eſſe poteſt, ſi forma ante adhibita ſolutionem præbeat nimis particularem. Ex hac quoque æquatione pro vario æquationis propoſitæ ordine licet definire integralis indolem, quam ſit generale, & cujuſnam naturæ ſeriebus contineatur. Quæ omnia diligenter perſequitur acutiſſimus opuſculi auctor, qui nihilo minus ſedulus eſt in omnibus providendis, quæ evenire poſſunt, ſive prima ſubſtitutione utaris, ſive ſecunda, ſive tertia. Quare ſi exempli cauſa uſus ſubſtitutione prima inveneris vel A, vel $B = 0$, vel alterutram ex his quantitatibus $= \infty$; aut ſi quantitatis f valores elicueris vel omnes, vel aliquot inter ſe æquales; quid præſtare tum debeas opus non erit, ut alibi quæras; ipſum enim opuſculum de his ſingulis te docebit, nec quidquam tibi deſiderandum relinquet.

De æquatione, cujus radices ſunt binarum datæ æquationis radicum ſummæ.

De methodo æquationem inveniendi, cujus radices ſunt functio quælibet algebraica radicum æquationis datæ, plura ingenioſiſſime diſſeruit in ſuis algebraicis meditationibus ſubtiliſſimus geometra, Eduardus Waringius. Atque ex his quidem in promptu eſt, data æquatione quavis ſingulari æquationem invenire, cujus radices ſint binarum ejus radicum vel ſummæ, vel differentiæ. Verum non ita facile ſinguli quæſitæ æquationis termini definiri inde poterunt, ſi æquatio data generalis fuerit, ita quidem ut ejus gradus indeterminato numero m deſignetur. Quod ſi quæſitæ æqua-

 tionis

tionis radices debeant eſſe binarum datæ generalis æquationis radicum differentiæ, jam quomodo in ea cujuſque termini coefficiens e coefficientibus terminorum, qui illum ordine præcedunt, nec non e coefficientibus terminorum æquationis datæ efficiantur, edocuit in Berolinenſis Academiæ actis ad annum milleſimum ſeptingenteſimum ſexageſimum ſeptimum clariſſimus Lagrangius. Sed qui idem in æquatione tentaverit, cujus radices ſunt binarum datæ generalis æquationis radicum ſummæ, adhuc, quod nobis conſtet, nemo fuit; & tamen poteſt æquatio hæc non pauciores, quam illa, in univerſa analyſi uſus habere. Itaque non inopportunum duximus theorema hic exponere, de quo haud multis abhinc annis Academiam monuit Canterzanus, qui in illud forte inciderat, cum quaſdam debuiſſet hujus æquationis proprietates paulo diligentius exquirere.

Propoſita ſit æquatio $x^{m} + a' x^{m-1} + a'' x^{m-2} + a''' x^{m-3} \ldots + a^{\mu-2} x^2 + a^{\mu-1} x + a^{\mu} = 0$. Dubium non eſt, quin, ſi denotetur per y ſumma duarum quarumlibet hujus æquationis radicum, futura ſit æquationis quæſitæ forma $y^{\frac{m(m-1)}{2}} + A' y^{\frac{m(m-1)}{2}-1} + A'' y^{\frac{m(m-1)}{2}-2} \ldots\ldots\ldots + A^{\frac{\mu(\mu-1)}{2}-1} y + A^{\frac{\mu(\mu-1)}{2}} = 0$. Jam vero coefficientium A', A'', A''' &c ea eſt lex, ut ſit

$$A' = (m-1)\,a'$$
$$A'' = \Sigma\, a' A' + (m-2)\,a''$$
$$A''' = \Sigma\,(a' A'' + a'' A') + (m-4)\,a'''$$
$$A'''' = \Sigma\,(a' A''' + a'' A'' + a''' A') + (m-8)\,a''''$$

& omnino

$$A^{\rho} = \Sigma\,(a' A^{\rho-1} + a'' A^{\rho-2} + a''' A^{\rho-3} \ldots\ldots + a^{\rho-3} A''' + a^{\rho-2} A'' + a^{\rho-1} A') + (m - 2^{r-1})\,a^{\rho},$$

ubi ſummæ per Σ indicatæ ſolam quantitatem m variabilem ponunt, atque ita quidem, ut conſtans ejus differentia ſit unitas poſitiva. Sic erat theorema.

Si ergo in formula ſub ſigno Σ conſtituta pro A', A'', A''' $\ldots\ldots A^{\rho-1}$ ponantur valores harum quantitatum jam ante inventi, tum ſumatur ſumma ipſa per Σ indicata, exſiſtet valor quantitatis ſequentis A^{ρ}. Conſtabit autem ſumma hujuſmodi ex terminis pluribus per a', a'', $a''' \ldots\ldots a^{\rho-1}$ datis,

quo-

quorum terminorum unuſquiſque, ut completus ſit in ſuo coefficiente, cujuſdam conſtantis, quæ ſemper numerus erit aliquis, additionem requirit. Longum facerem, ſi legem generalem exponere hic vellem, cujus ope numerus pro termino quoque illius ſummæ addendus inveniri poteſt. Satis ſit monuiſſe, numerum eumdem definiri etiam poſſe ex hypotheſibus ſingularibus, quas analyſta pro voluntate fingere poteſt, in quibus conſtet quinam eſſe debeat coefficiens termini: ex comparatione enim hujus coefficientis ſingularis cum generali, qui datur per m, quinam huic numerus addendus ſit apparebit; hic ſiquidem numerus cum ab m non pendeat, idem ſit oportet pro quovis valore m. Quo loco non inutile erit id notaſſe, quod laborem in multis illius ſummæ terminis complendis non parum levare poteſt. Nam ſi fuerit e maximus numerus integer, qui præbet $\frac{e(e-1)}{2}$ minorem quam r, denotante r numerum tot unitates habentem, quot habet virgulas index ρ; termini ſummæ, qui dantur per coefficientem a^{ϵ}, & per eos tantum, qui hunc præcedunt $a^{\prime}$, $a^{\prime\prime}$, $a^{\prime\prime\prime}\ldots\ldots a^{\epsilon-1}$, nullo negotio complentur, ſi animadvertatur, horum terminorum coefficientes fieri debere $=0$ poſito $m=e$. Si enim $m=e$, erit ultimus æquationis in y terminus $A^{\frac{\epsilon(\epsilon-1)}{2}}$; in qua propterea æquatione, cum ſit $\frac{e(e-1)}{2}<r$, terminus $A^{\rho}y^{\frac{m(m-1)}{2}-r}$ deſiderabitur; ideoque erit $A^{\rho}=0$. Quare termini ſummæ, a qua valor A^{ρ} pendet, dati per ſolos coefficientes $a^{\prime}$, $a^{\prime\prime}$, $a^{\prime\prime\prime}\ldots\ldots a^{\epsilon}$, qui coefficientes non ſunt $=0$, evaneſcere non poſſunt, niſi eorum coefficiens ſit ipſe $=0$. Sed de his jam nimis multa: noſtrum enim erat theorema proponere, quod jam fecimus. Reliquum eſt, ut aſtronomica expediamus. His autem, quæ pauca ſunt, breviter expoſitis finem huic commentario imponemus.

ASTRO-

ASTRONOMICA.

De bononienſi meridiana linea reſtituta.

MEridiana linea, quam Bononiæ anno milleſimo ſexcenteſimo quinquageſimo quinto Jo: Dominicus Caſſinus in æde D. Petronii deſcripſit, non tam gnomonis altitudine inſignis, quam auctoris nomine, atque aſtronomorum graviſſimorum obſervationibus clara, ita & temporis, & præſertim prætereuntium aſſidue hominum injuriis labefactata erat, atque dimotis, luxatiſque partibus corrupta, ut diligentia, quam in primo horum commentariorum tomo ab Euſtachio Manfredio adhibitam legimus, nihil amplius juvante uſibus aſtronomicis impar omnino facta eſſet. Committendum non erat, ut tam illuſtre inſtrumentum, cui inſtaurata Aſtronomiæ ſcientia plurimum debet, deperiret. Itaque anno ſeptingenteſimo ſeptuageſimo ſexto ſupra milleſimum ampliſſimi rebus illius Baſilicæ adminiſtrandis Præfecti Senatores de meridiana linea reſtituenda communi conſenſu decreverunt: cumque in eorum tum numero eſſet Alamannus Inſulanus, vir ut omni ſenatoria virtute, ita etiam aſtronomiæ ſcientia præſtans, hunc univerſæ ejus rei procurationi præfecerunt. Is ergo cum Euſtachio Zanotto, & Petronio Matteuccio Inſtituti Aſtronomis ſtatim egit; omnibuſque, quæ opus eſſent, proviſis atque conſtitutis, paucorum menſium ſpatio his, quos nominavi, operi aſſidue inſtantibus meridiana linea ſic refecta extitit, ut firmiſſimo fundamento ſuperſtructa, atque peramplis, ſolidiſque marmoribus inſculpta ad perpetuitatem facta eſſe videatur. Neque hic parvo fuit uſui Aloyſii Mazzonii, culti, ac probatæ fidei civis, induſtria, qui Baſilicæ res agit, & Syndicus appellatur. Is enim mira fuit ſedulitate, ſive operarii dirigendi eſſent, urgendique, ſive ea, quæ mathematici opportuna judicaſſent, paranda: ut propterea bene, & celeriter confecti operis laus ad eum quoque pertineat. Sed illa, quæ Aſtronomiam maxime attingunt perſequamur. Reſtituta enim ad aſtronomicos uſus meridiana Caſſini linea cœpit Zanottus in ea ſolis altitudines obſervare illis præſertim diebus, quibus ſol propius a punctis vel ſolſti-

tia-

ſtitialibus, vel æquinoctialibus abeſt; in eoque adjutorem habuit Franciſcum Sacchettum egregia indole juvenem, qui & matheſim magna cum laude profitetur, & eſt aſtronomiæ diligentiſſimus. Matteuccius interea obſervationes reſpondentes in Specula Inſtituti exſequebatur. Opportunæ autem in primis viſæ ſunt Zanotto obſervationes pergrandi illo gnomone inſtitutæ ad varios aſtronomiæ locos illuſtrandos. Quo factum eſt, ut non ſemel ſuperioribus annis in Academia & de eclipticæ obliquitate, & de refractionibus, & de anno tropico medio diſſeruerit. De quibus quidem eſſet hic referendum, niſi ipſe hæc omnia jam in eum librum contuliſſet, quem modo de Bononienſi meridiano gnomone reſtituto edidit. Tamen ne omnino lectoris exſpectationi deeſſe videamur, eorum, quæ ex illis obſervationibus colliguntur, ſummam ſtatim ſubjicimus. Primo eclipticæ obliquitas a menſe martio anni milleſimi ſeptingenteſimi ſeptuageſimi ſeptimi ad ſeptembrem anni proximi aucta eſt 1″ $\frac{1}{4}$; id quod ſatis cum phyſicis aſtronomiæ principiis conſentit, ut facile in reſtituto gnomone, quo obſervationes habitæ ſunt, quanta ſit fides appareat. Secundo inter plures, quibus Aſtronomi utuntur, refractionum tabulas caſſiniana, pro hac ſaltem cœli conditione, quæ Bononiæ eſt, aptiſſima cenſenda eſt. Tertio denique collatis inter ſe recentiorum obſervationibus eadem prodit anni tropici medii menſura, quæ elicitur, ſi noviſſimæ cum obſervationibus a noſtra ætate remotiſſimis comparentur: ex quo ſequitur, annum tropicum medium minime, quæ nonnullorum opinio fuit, minui.

De cometis duobus, quorum alter anno MDCCLXIX, *alter anno* MDCCLXX *apparuit.*

QUæ ad aſtronomiam pertineant, duo tantum habet tomus hic opuſcula: plura habebit, qui hunc ſequetur. Eorum unum ad Academiam, quam ſingulari amore proſequitur, miſit Joſeph Slopius Aſtronomus in primis clarus, & propter obſervandi ſolertiam cum paucis comparandus. Statuit in eo Slopius elementa, quæ orbitis conveniunt cometarum duorum, quorum alter in telluris conſpectu fuit anno MDCCLXIX, alter anno ſequenti: ac pro cometa quidem

primo

primo calculos ſuperſtruit obſervationibus, quas ipſe Piſis habuit; pro altero obſervationibus quatuor, quas a noſtris Inſtituti aſtronomis accepit, paucis illis quidem, & intra quinque tantummodo dierum ſpatium coercitis, ſed quæ tamen ipſi elementa orbitæ exhibeant non aliena ab illis, quæ ex aliorum aſtronomorum obſervationibus junio ejus anni vertente, atque ineunte julio habitis cometæ convenire deprehenduntur.

Alterum quoque opuſculum de cometa eſt, qui anno MDCCLXIX apparuit, illudque nobis tradidit Euſtachius Zanottus, poſtquam anno milleſimo ſeptingenteſimo ſeptuageſimo per februarium menſem loca ſtellarum, ad quas cometam comparaverat, diligentius definivit. Quamquam enim menſe octobri e cometæ obſervationibus, quas auguſto, & ſeptembri fecerat, orbitæ elementa collegiſſet, eademque ad IX cal. decem., quæ ei dies ad diſſerendum in Academia ſorte obtigerat, protuliſſet, ea tamen vel propter ſtellarum, quas diximus, loca minus certa, vel propter methodi, qua ad orbitæ formam, ac poſitum detegendum uſus fuerat, difficultatem, non ſatis firma eſſe poſſe plane perſuaſum habebat. Neque enim una eadem methodus æque apta eſt ad cometas omnes; vereque affirmare poſſumus, illam, quam tum adhibuit, quæque feliciſſima fuit in cometis aliis, in hoc fuiſſe incommodiſſimam. Quamobrem peropportune accidit, ut multas habeant aſtronomi hujuſmodi methodos, quarum aliæ accommodatæ eſſe poſſint cometis aliis. Neque ſatis digne laudare eos poſſumus, qui hac in re nova aſtronomis præſidia comparare ſtudent. Quo in numero prætérire non debemus Saladinum noſtrum, ſummo ingenio hominem, qui cum plures alios mathematicarum diſciplinarum locos ſcriptis ſuis ornavit, tum hanc etiam aſtronomiæ partem, opuſculo edito, quod Zanotto inſcripſit, mirifice auxit.

IN COMMENTARIIS

		Errata	*Corrige*
13.	9	myſiologiæ	myologiæ
14.	37	myſiologiamque	myologiamque
44.	39	Qulæ	Quæ
	40	abidam	albidam
95.	16	ptincipium	principium

ACA-

ACADEMICORUM
OPUSCULA.

ACADEMICORUM QUORUMDAM OPUSCULA

VARIA.

DOMINICI GUSMANI GALEATII

De ſudore quodam, atque urina colore nigerrimo infectis.

De magneticis experimentis, quemadmodum pollicitus fueram, Sodales ornatiſſimi, vobis verba facere conſtitueram: verum cum in medicina facienda phænomenon quoddam mihi obſervare contigerit, quod tum ob raritatem, tum ob peculiares, quæ eidem junguntur, circumſtantias veſtros ante oculos merito ponendum eſſe videtur, relictis nunc iis, quæ de magnete dicere cogitaveram, ad dictum phænomenon exponendum me transferam. Phænomenon hoc eſt ſudor quidam niger, & atramento ſimilis, qui in virgine quadam graviſſimis morbis diu vexata non multis ab hinc menſibus mirabiliter apparuit.

Id cum novum quidpiam, & inauditum mihi videretur, quærere cœpi num inter medicos authores quiſpiam eſſet, qui de hoc genere ſudoris verba faceret; ſed perquiſitis, & perluſtratis multis, nullum alium de hac re mentionem feciſſe vidi, niſi Theophilum Bonetum, qui in parte ſecunda ſui de medicina ſeptentrionali tractatus libro ſexto ſectione prima affert obſervationem Olai Borrichii in hafnienſibus actis editam de fœmina quadam primaria, quæ poſtquam febrem petechialem feliciter ſuperaſſet, phthiſi, ad quam ante dictam febrem proclivis fuerat, afflicta rejecit

cit extuſſiendo ad plures hebdomadas tantam craſſi, fœdique puris copiam, ut aſtantium plerique crederent, univerſas pulmonis ſaucii reliquias eam excluſiſſe. Pulſus parvus erat, ſed concitatiſſimus, ſubſultans, ſæpe intermittens; & ſanguis per nares etiam ad plures libras confertim exibat, adeo ut viderentur in ipſa omnia conclamata, & deſperata eſſe. Veruntamen cum opportunis remediis curaretur, eorumque ope jam paulatim convaleſcere inciperet, ſudoribus matutinis ſpontaneis ad plures dies perfundi cœpit; iiſque tam atris, ut nigerrimo colore inficerent ægræ lintea, & præcipue calanticas, quas cum veſpere capiti circumpoſuiſſet, mane nigricantes, & quaſi atramento tinctas inveniebat. Sudor autem hic ſalutaris in ea fuit: ſenſim enim remiſit malum, & expectata diu ſanitas revertit. Hujus rari phænomeni cauſam ut afferat aliquam dicit, non abſonum ſibi videri, dilutiorem ſanguinis partem a nimio acido, quod in corpore tabido deeſſe non poterat, in nigrorem verſam inter ſudandum evaporaſſe. Sed cur, inquit, in hac ægra, potius quam in aliis tabidis, inſueti generis ſudor? quia acido corporis ægri acceſſerat aliud malum: ſolito magis aduſta erat ſanguinis maſſa, eoque in nigredinem tanto proclivior; anteceſſerat enim maligna febris, unde humores potentius aduſti.

Præter hunc caſum alium inſuper affert author dictus, videlicet Vonderbectum, qui, ut curaret paralyſim ſcorbuticam, quam ex incommodis caſtrenſibus ſibi contraxerat, auri diaphoretici ſcrupulum unum aſſumpſit; cumque in laconico ſuo ſe ad ſudandum compoſuiſſet, adeo ſtatim in ſudores defluxit, ut lintea, & induſium tribus ſudati humoris libris aucta notaverit; color autem laticis adeo niger erat, ut atramentum referret ſcriptorium, & omnino acidam auram ſpiraret.

In tomo pariter ſecundo tranſactionum anglicarum notabilem quamdam cutis nigredinem deſcriptam inveni a D. Youngio obſervatam in puella ſexdecim annorum, habitus corporis gracilis, cui non adhuc fluxerant menſes. In hac enim poſt eruptionem rubrarum quarumdam bullularum, quæ in tota facie apparuerant, & quæ facta ſanguinis miſſione, & exhibito purgante remedio ſtatim evanuerant, facies ipſa non ſecus ac in Æthiope nigerrima evaſit. Nigredine

dine autem linteo ablata, facies iterum albida, & naturalis, linteum vero unctuoſa veluti fuligine, inſipida tamen, tinctum apparebat; idque ter, aut quater in die, immo etiam quandoque pluries, contingere ſolebat, præcedente ſemper hujuſce nigredinis eruptiones ſenſibili quodam faciei calore. Ab extraordinario hoc phænomeno territa mulier contremiſcere, & convulſivis motibus agitari cœpit, & quandoque etiam deliranti ſimilis fieri. Hujuſmodi agitationibus anthyſterica remedia facile occurrerunt, neque ullum aliud læſæ ſanitatis ſignum in ſuis naturalibus functionibus edidit, mutata etiam poſtmodum univerſali illa faciei nigredine in parvas aliquas obſcuras maculas, quæ huc & illuc in ipſa facie apparebant.

Verum cum hiſce perſpectis rarum adhuc, & mirabile ſit quod de prædicta virgine vobis afferam cum ob copiam, & nigredinem humoris, qui ex tota ejus cute exſudavit, tum ob ſymptomata morboſa, quæ ipſum anteceſſerant, eumdemque comitarunt, neceſſarium duxi non ſolum dictum ſudorem, ſed etiam morbos ipſos exponere, ut quæ vel ſudoris eſſe poſſunt cauſæ, vel qui ex eo produci poſſunt effectus aliqua ſaltem ratione concipere valeatis.

Virgo igitur hæc inter Suecos nata in Luſitaniam primum, deinde in Germaniam tranſlata fuit; ibidemque, dum adhuc puella eſſet, ad aliquot annos commorata non alio morbo vexata fuit, quam colica bilioſa ſatis valida; qua tamen feliciter elapſa reliquis ante pubertatem annis vitam ſatis incolumem duxit. Adoleſcentula jam facta Bononiam venit, atque non multo poſt intra cœnobium incluſa per unum, aut alterum annum nulli notabili incommodo obnoxia fuit. Menſes enim ſtatis temporibus libere fluebant; cumque temperamenti ſit ſanguineo-bilioſi, atque in ſuis operibus, & motibus admodum vivax, menſtrui fluxus quantitate, & motu ejuſdem temperamento reſpondere videbantur. In hoc ſtatu, relictis mundi vanitatibus, & deliciis, religioſo habitu induto, totam ſe Deo dedit, liberumque ſuum, vivacemque animum obedientiæ legibus ſua ſponte ſubjecit. Veruntamen cum id agendo oportuerit, ut vim ſibi aliquam faceret, non ſine quadam animi, & ſanguinis commotione hujuſmodi ſtatus mutatio fieri fortaſſe potuit. Hinc vix religioſum habitum induta, imminutis ſanguinis men-

menſtruis fluxibus, frequenti tuſſi, & ſanguineis ſputis, imminentibus præſertim prædictis fluxibus, laborare cœpit, atque de moleſto quodam doloris ſenſu ad præcordiorum regionem interdum conqueri. Accidit præterea, ut cum myops eſſet, cumque in motibus, & greſſibus ſuis non celeritate tantum, ſed violentia aliqua moveretur, non ſemel in terram ceciderit, atque terram ipſam pectore quandoque percuſſerit. Hinc non ſine ratione ſuſpicatum fuit, ſanguineum ſputum ab aliqua pectoris læſione primam ſuam originem habuiſſe.

Jam duo, aut tres tranſierant anni, ex quo prædicta virgo tuſſi, & ſanguineis ſputis obnoxia eſſe cœperat, non juvantibus ſanguinis miſſionibus, lactis uſu, vulnerariis, aliiſque activioribus remediis, quæ, ingruentibus præſertim majoribus ſanguinis excretionibus, opportune adhibebantur; cum ſuperiori anno, in quo frequentiores erant hujuſmodi excretiones, poſtquam ſanguinis miſſione, & ſtagnoticis remediis curatæ fuerant, ad defenſivum efficacius aliquod medicamentum, ad aquam ſcilicet Brandulæ, confugere decrevi: hac enim & ſanguineos fluxus, & copioſas alias per uterum, per alvum, & per quaſcumque alias vias humorum excretiones ſæpe ſanatas vidi.

Circa finem igitur menſis Julii hujuſmodi aqua exhibita fuit, ea tamen quantitate, quæ ægræ ſtomacho, & feliciori per urinam tranſitui aptior eſſet; cumque major aquæ quantitas, ad quam per quinque, aut ſex dies aſcendere potuit, non fuerit niſi quadraginta unciarum, hinc ejuſdem potus uſque ad decimum quintum diem productus fuit; ejuſdemque per urinam tranſitus, diebus præſertim, in quibus potionis quantitas minor erat, epotæ aquæ quantitati exacte reſpondebat. Felix hujuſmodi aquæ tolerantia fecit, ut eam cum lacte vaccino per viginti circiter alios dies exhiberem, miſcendo ſcilicet ſex aquæ uncias cum eadem fere lactis quantitate.

Poſt hujuſmodi remedium duos, aut tres menſes vitam ſatis feliciter egit nullo ſive tuſſis, ſive ſanguinei ſputi incommodo ſuperveniente: menſtrui tamen fluxus, quos ante aquæ potionem, in parva quidem quantitate, ſed regulariter habere ſolebat, prædictis menſibus non apparuerunt. Defectus hujuſmodi naturalis fluxus, vel ipſa incongrua vi-

ven-

vendi ratio (neque enim in motu , neque in cibis , neque in aliis vitæ , aut Religionis ſuæ uſibus medicam ullam regulam ſervare vivacitas ipſa ſua unquam ei permittere potuit) hæc , inquam , incongrua vivendi ratio , una cum prædicta alia cauſa , fecit , ut circa medium Septembris ſanguinis per os excretio iterum inſurgeret : ita tamen exiit hac vice ſanguis , ut aperte cognoſcerem , non a pectore , aut a pulmonibus , ſed a ſtomacho ipſum erumpere ; nam cum major hæc ſanguinis excretio una cum febre fecerit , ut lectum petere , & medici auxilium quærere cogeretur , manifeſte vidi , numquam ſanguinem per os exire , niſi eum per vomitum ejiceret ; quotieſcumque enim vel ſimplex aqua , vel aliquid aliud per os aſſumptum ad ſtomachum deferebatur , ſtatim vomitus excitabatur , & una cum re aſſumpta ſanguinem vomebat : immo ſi ſolius etiam ſanguinis e ventriculi venis extillantis copia in eo aliquantulum creſceret , ſtatim vomendi conatus excitabatur , purumque ſanguinem , nulla etiam aſſumpta re , per vomitum ejiciebat .

Verum præter ſanguinis vomitum dolorem quoque maximum ad ſtomachum perſentiebat , totaque epigaſtrica regio in tumorem ſatis durum elevata vix tactum ferre poterat . Non ſola autem epigaſtrica regio , ſed etiam inferior ventris pars infra umbilicum tumida apparuit , præſertim quatuor primis morbi diebus , in quibus neque fæces , neque urinam emittere potuit . Sed cum alvi excretio clyſteribus excitata fuerit , urinæ quoque exitus haberi cœpit , & tumiditas inferioris ventris partis aliquantulum minui . Non ſic vero imminutus apparuit tumor , quem in epigaſtrica regione elevatum fuiſſe diximus ; hic enim neque fomentis , neque emplaſtris , neque quibuſvis aliis remediis exterius adhibitis minui , aut emolliri potuit : immo cum ex ipſorum appoſitione & dolor ad eam partem , & major ſanguinis vomitus excitari videretur , ab iis abſtinere opus fuit , & ſic etiam ab internis aliis remediis , quæ acutiem aliquam habere , & ſtimulum excitare poſſent ; quin etiam cum ſanguinis vomitus frequentius urgebant , ad hypnotica , & ſtagnotica recurrere oportebat , quæ tamen & ipſa per vomitum expulſa ſanguinis exitum promovere , potius quam ſiſtere , non ſemel videbantur .

Quindecim , & ultra , dies duravit ægra in hoc ſtatu ,

&

& non ſolum remedia, ſed cibum etiam, & potum ullum ferre non poterat, ita ut ipſius ſalus jam fere deſperanda videretur. Accidit tamen, ut cum ad fæcum, & urinæ exitum promovendum clyſteres, ut diximus, interdum adhiberentur, uno ex his exhibito, poſt fæcum excluſionem, crepitum veluti quemdam ad uteri regionem perſenſerit, eumdemque ſtatim copioſa ſanguinis ab utero effuſio ſecuta fuerit, qua ad unum vel alterum diem, regulariter tamen, durante, vomendi conatibus, & ſanguinis per os ejectionibus notabiliter imminutis, aliquid per os aſſumere, & intra ſtomachum retinere cœpit, aquam videlicet ſimplicem, ſuccum cydoniorum ſaccharo conditum, aliaque hujus generis oris, & ſtomachi blandimenta: & quamvis neque pulmenta, neque juſcula ex carnibus confecta ferre poſſet (ab his enim vomendi conatus, & ſanguinis per os ejectio adhuc excitabantur) eam tamen farinæ hordei præparationem, quæ ferculum Saxoniæ dicitur, in aqua ſimplici ſolutam, & coctam libenter quoque recipere, & intra ſtomachum retinere potuit: tumor autem, & dolor ad epigaſtricam regionem adhuc durabant, ut tactum ferre non poſſet; &, ſi gravem, aut ſolidum aliquem cibum glutire tentaret, vomendi conatus, & ſanguinis excretio illico ſequebantur.

Verum circa quadrageſimum morbi diem inopinate quidem, & nullis adjuvantibus medicis præſidiis, divina implorata ope, eam e lecto ſurgere, cibum libenter ſumere, & ſine ullo vomendi conatu intra ſtomachum retinere vidimus, &, quod mirabilius fuit, tumorem fere omnem, & dolorem, quem ad ſtomachi regionem adeſſe diximus, evaneſcere. Duos, & ultra, menſes in optimo hoc ſalutis ſtatu duravit deſcripta virgo, rite etiam fluentibus menſtruis fluxibus: ſed cum nimis ſuis viribus fideret, & ad conſuetam ſuæ vitæ rationem animoſe rediens neque a violentioribus motibus, neque ab incongruis cibis abſtinere omnino ſe poſſet, occluſis iterum uteri venis, vomendi conatus, & ſanguinei exſcreatus denuo reſurrexerunt. Non multo poſt alto quodam ſopore correpta, neque frictionibus, neque ſtimulis ullis expergefieri poterat; adeo ut lethargo veluti quodam detenta videretur. Quod ſi eam interdum excitare contingeret, ſtatim de capitis dolore conque-

queſta convulſivis motibus agitabatur; iiſdemque quieſcentibus iterum ſtupida evadebat. Pulſus in hoc ſtatu tardus, & inæqualis; in convulſionibus vero frequens, celer; adeo ut modo febrilis, modo vero a naturali non multum diverſus appareret: ſitis quoque magna in ea aderat, ita ut ſi quando a ſomno expergefacta verba proferre poſſet, ſtatim aquam expoſceret, eamque avide biberet. Bibebat autem aquam facile, hancque ut plurimum retinebat, ſi ſimplex eſſet; non ſic vero ſi aliquid in ea ſolutum fuiſſet; tunc enim non minus quam juſcula, aut cibaria aliqua ingeſta, per vomitum ejiciebat, eamdemque ut plurimum vivo cruore mixtam.

Summa hæc quælibet ſumendi difficultas fecit, ut nullo fere per os remedio curari poſſet. Sola itaque ſanguinis miſſione a pede, & a brachio, in ipſo morbi initio peracta, tentatum fuit lethargicam capitis ſtupiditatem tollere; ſed incaſſum: neque enim hæc, neque cucurbitulæ ſiccæ coxis applicitæ, & per affrictum divulſæ eam excitare poterant, neque pariter clyſteres carminativi, quorum ope etſi fæcum, & urinarum exitus promoverentur, non inde tamen ſopor, aut ſtupiditas ab ea dimovebatur. Sinapiſmi quoque plantis pedum appliciti fuerunt; cumque ab his aliquem ſenſationis motum in ea excitari viſum fuerit, ad veſicantia quoque confugimus; ſed nec ab his utrique brachio appoſitis notabilem ullum effectum produci vidimus: vix enim, ablata cuticula, & affrictu tentata cute, aliquod ſenſationis ſignum in ea interdum apparebat; plerumque vero ſtupida, & immota in ipſo medendi actu manebat.

Accidit autem, ut, cum oculi ſemper clauſi forent, palpebrarum cutem atro colore tingi viſum fuerit, eamdemque nigredinem ad mediam uſque faciem paulatim extendi. Nigredo hæc, quæ neque affrictu dimoveri poterat, ſuſpicionem tum primum aliquibus dedit, cutem ipſam gangræna affici poſſe: aliquis tamen doloris ſenſus adhuc in ea erat; nam ſi vi aliqua palpebræ attollerentur, eaque vi a ſopore ægra interdum excitaretur, de dolore ad hanc partem querebatur. Oleo igitur amygdalarum dulcium, in quo ſoluta fuerat camphora, pars dicta illita fuit, & non multo poſt obſervatum eſt, prædictam nigredinem cuti intrinſecam non eſſe, ſed a materia quadam caliginoſa ipſi

cuti

cuti adhærente productam; nam, ſi linteo perfricaretur cutis, materia tota eidem linteo adhærebat, cutiſque albida, & naturalis apparebat.

Materia hæc, etiam a ſolertiſſimo Sodale noſtro Benedicto Donello microſcopio diligenter obſervata, pulviſculus quidam erat, cujus granula ex minutiſſimis globulis ſimul unitis conflata videbantur; iiſque granulis intermixtæ erant particulæ quædam lucidæ inſtar ſalium acuminatæ. Verum non ſolius faciei, ſed etiam totius corporis cutem hujuſmodi nigerrima materia infectam fuiſſe manifeſte cognovimus; nam ablata ſubucula, qua univerſum corpus tegebatur, apparuit hæc quoque in omnibus ſuis partibus, ſed præſertim in iis, quæ ſub axillis, & brachiis extenſæ fuerant, nigerrimo hoc pulvere tincta: & quamvis cutis color in toto corpore, excepta facie, naturalis obſervaretur, dubitari tamen non potuit, quin materia illa nigra, qua ſubucula tingebatur, per ſudorem exierit, eoque nigerrimo ſudore ſubucula ipſa tincta, & imbuta fuerit. Nam licet in ſola facie materia dicta cuti adhærens obſervaretur, hæcque per ſudorem quoque ad hanc partem delata eſſet, a contactu tamen aeris indurata veluti, & exſiccata in ipſa cute ſiſtebatur; in reliquo vero corpore, quod a linteis, & ſtragulis tegebatur, ſudor, qui libere, & copioſe per cutis poros exibat, a ſubucula imbibebatur, ibidemque depoſitis particulis illis nigris, quas ſecum vehebat, cutem ipſam a naturali ſuo colore non immutabat.

Decem circiter dies atri hujus ſudoris exitus duravit, totum ſcilicet illud tempus, quo ægra ſomno, & ſtupore capta, oculis fere ſemper clauſis, neque loqui, neque aliud, quam ſimplicem aquam, eamque interdum, per os ſumere poterat: notandum autem, vomendi conatus toto ſoporis tempore raros admodum fuiſſe, atque parum, aut nihil fere ſanguinis per vomitum exiiſſe. Interea, cum neque a veſicantibus, neque a clyſteribus etiam acutioribus frequenter applicitis ſopor, ſive ſtupiditas dicta tolli poſſet (vix enim, ut dixi, in ipſo decorticatæ cutis affrictu, & in clyſterum reſtitutione os, & oculos interdum aperiebat) cogitatum fuit, præter hirudines inutiliter pariter hæmorrhoidalibus venis appoſitas, cucurbitulam quoque inter occiput, & collum ponere. Mirum autem dictu: vix elevata fuit

fuit a cucurbitula cutis, neque hæc adhuc a lanceolis perforata; aperti ſunt oculi, vox, & loquela rediit, extractiſque poſtmodum per repetitam cucurbitulæ applicationem tribus, vel quatuor ſanguinis unciis, a ſopore omnino libera evaſit, atque in dies non ſolum juſcula, & pulmenta, ſed etiam ſolidiores aliquos cibos abſque ullo vomendi conatu ſumere libenter potuit. Septem vel octo dies duravit in hoc ſtatu ægra, cumque a largiore alimentorum uſu vires, quæ jam omnino defecerant, aliquantulum recuperaverit, e lecto ſurgere, & per cubiculum ambulare cœpit; quies, & ſomnus in ea naturales erant, neque materia illa nigra, quæ per ſudorem exire ſolebat, in cute amplius apparuit, ita ut de recuperata ſalute jam cum ea lætari poſſemus.

Verum non multo poſt urinas, quas niſi cum aliquo ardore, & dolore emittere non poterat, nigerrimo pariter colore tinctas vidimus, eaſque ita craſſas, ut denſa quaſi caligine imbutæ apparerent. Mirabilis hic urinarum aſpectus fecit, ut ipſas per chartam bibulam, ſive per filtrum trajicere cogitaremus, viſuri an aliquid in iis eſſet, quod conſiderationem, admirationemque noſtram mereretur. Filtratio facta fuit; urinaque, depoſita ad chartæ ſuperficiem materia illa atra, & fuliginoſa, qua imbuta erat, clara omnino, & naturalis, coloris tamen aquei, apparuit. Materia hæc microſcopio diligenter inſpecta viſa eſt non diſſimilis illi, quæ in faciei cute obſervata fuerat; minutiſſima enim granula, quibus conſtabat, ex minimis, & nigerrimis globulis compoſita erant, iiſdemque particulæ quædam lucidæ, & aculeatæ erant intermixtæ. Non ſolis autem oculis, ſed etiam aliis modis examinare volui materiam dictam, ideoque aliqua ipſius portiuncula ſupra ignitam laminam ſparſa, obſervavi, eam neque flammam concipere, neque crepitus edere, ſed ſolum inſtar carbonum accenſam partim in album cinerem redigi, partim, non mutato colore, ſuam nigredinem ſervare, adhuc tamen in ipſa apparentibus lucidis illis aculeis, quos ante combuſtionem inter ejuſdem globulos adeſſe diximus. Quod ſi ſupra candelæ flammam ſpargeretur, nec ab ea inflammari videbatur, ſed inſtar limaturæ ferri, aut fuliginis in lucidas tantum ſcintillulas converti. Obſervationes hæ quamvis manifeſto

oſtenderent, materiam hanc combuſtibilem eſſe, cum tamen nec flammam conciperet, nec crepitus ederet, conjectare licuit, eam ex ſalino-ſulphureis, non vero ex ſolis ſulphureis, aut ſalino-muriaticis particulis conſtare, lucidoſque illos aculeos, qui etiam poſt combuſtionem in ipſa obſervabantur, ammoniacales potius quam alterius generis ſales eſſe.

Sed, ut melius hujuſmodi materiæ naturam dignoſcerem, aliquas ipſius portiunculas diverſi generis liquoribus miſcui, acidis nempe, & alkalicis, neque in alterutris notabilis ulla alteratio, aut efferveſcentia obſervata fuit. In ſpiritu enim vitrioli, quamvis primum diſſoluta fuerit, ita ut omnino ejus nigredine tinctus apparuerit, non multo tamen poſt ad ſuam priſtinam claritatem, pelluciditatemque rediit. Idem contigit in oleo tartari per deliquium parato; in ſpiritu ſalis ammoniaci, & in ſpiritu vini optime rectificato: in his enim, quamvis non minus quam in primo materia dicta plane ſoluta videretur, ita ut ſtatim omnes nigerrimi evaderent, vix tamen minuto temporis tranſacto tota fundum vaſis petiit, liquoreſque dicti naturalem ſuum colorem recuperaverunt. Idem pariter contigit in aqua ſimplici, quæ licet ex prædictæ materiæ mixtione nigerrima fieret, quieſcente tamen agitatione illico naturalem ſuam claritatem acquirere videbatur, decidentibus ad fundum vaſis nigris omnibus prædictæ materiæ particulis.

Sed, quod mirabilius mihi viſum fuit, in urina ipſa e corpore ſano deducta, ſi aliqua hujuſce materiæ portio eidem affunderetur, nulla perfecta mixtio obſervari poterat; ceſſata enim urinæ agitatione materiam dictam, non ſecus ac in prædictis aliis liquoribus, ab ipſa ſejungi, & ad fundum vaſis delabi videbamus, urinamque ad ſuum naturalem colorem, & claritatem reſtitui. Mirabile id quidem dixi; nam ſicuti in urina, quæ ab ægræ renibus effluxerat, materia hæc nigra optime diſſoluta, eidemque intime mixta ſemper apparebat, ita ut in vaſe vitreo etiam ad longum tempus ſine ulla agitatione detenta nigredinem dictam numquam amitteret, probabile etiam videbatur, urinam omnem ad ipſam diſſolvendam, ſibique intime uniendam aptam eſſe debere. Verum hæc effectuum diverſitas inter unam, & alteram urinam indicare nobis poteſt, in ægræ urina principium aliquod fuiſſe, quod vim haberet diſſol-

vendi

vendi materiam illam nigram, quæ in eadem continebatur, aptamque reddendi, ut cum cæteris urinæ partibus intimius uniretur, & in iiſdem ſuſtineretur; in urina vero ſanorum principium hoc nequaquam exiſtere. Cujus autem naturæ fuerit non ſolum principium hoc, verum etiam materia, quæ cum ipſo unita in urina ſuſtinebatur, non ita facile determinari poteſt. Ex dictis tamen experimentis ſaltem conjectari poſſe videtur, materiam nigram majori ex parte terream eſſe, ſibique tantum unitas habere particulas aliquas ſalino-ſulphureas. Terrea enim natura deduci videtur ex eo, quod in diverſi generis liquoribus infuſa nec vere ſolvebatur, & in omnibus ob majorem ſui gravitatem eorum fundum facile petebat. Salinarum autem particularum in eadem exiſtentia non ſolum microſcopio obſervata fuit, verum etiam oculis nudis in parietibus præſertim illorum vitreorum vaſculorum, intra quæ materia dicta liquoribus variis affuſa fuerat. Sales autem iſtos ammoniacalis naturæ fuiſſe opinatus ſum non tantum ob pelluciditatem, & figuram ſuam, verum etiam propter ſaporem ſimilem fere illi, quo prædictum ſal præditum eſt. Salinis autem hiſce particulis aliquid ſulphureum mixtum eſſe, oſtendere videtur facilitas illa, qua ſupra candelæ flammam, vel ſupra ignitam laminam ferream ſparſæ ſubito accendebantur.

Sed ab experimentis ad rem ipſam regrediamur. Per aliquot dies duravit dictus nigrarum urinarum exitus; non ita tamen continuus, ut naturales etiam aliquando non emitterentur. Nigrarum urinarum tempore ægra melius aliquantulum ſe habebat, ita ut materia hæc nigra per urinam edita ſimilis probabiliter illi, quæ per ſudores exierat, criticæ cujuſdam excretionis ſpecies eſſe videretur, per quam a febre, ſopore, aliiſque ſupra deſcriptis incommodis ad aliquod tempus libera fieret. Dixi ad aliquod tempus; nam hujuſmodi in melius mutatio breviſſima fuit: non multos enim poſt dies febre iterum, & dolore ad ſtomachi regionem cum aliqua ſanguinis excretione correpta rurſus lectum petere, & medici auxilium quærere opus habuit. Sanguinis miſſio e pede inſtituta fuit, & paulo poſt aliqua ſudoris nigri veſtigia ſupra palpebras, & ſub oculis apparuerunt; eidemque ſudori urinæ nigræ, quod prima vice non contigerat, etiam adjungebantur. Ab his excretionibus, per

 duos

duos, vel tres dies durantibus, melius quoque ſe habuit ægra; ceſſatiſque febre, & ſanguinis vomitu cibum ſumere, & e lecto ſurgere potuit. Tumor tamen, & dolor ad regionem epigaſtricam adhuc durant, atque interdum in majoribus motibus, vel poſt quorumdam ciborum, præſertim ſolidorum, deglutitionem aliquæ ſanguinis per vomitum ejectiones; mœror quoque, & triſtitia interdum eam vexant; iiſdemque ſæpe adjunguntur vigiliæ, & ciborum inappetentia: & quamvis alvi, & renum excretiones naturales in ea nunc ſint, non ſic vero menſtrui fluxus, qui ab elapſi anni fine uſque ad hunc menſem omnino defecerunt.

Quod ſi ſalutem illam, quam poſt ſudores nigros in aliis ægris ſecutam fuiſſe legimus, noſtra non adhuc obtinuerit, id quidem cauſarum diverſitati tribui poſſe judico. In illis enim morbi a fluidorum tantum vitio pendere fortaſſe poterant; in noſtra vero non a fluidis tantum, ſed a ſolidis etiam male affectis, & labefactatis. Tumor enim, & dolor ad ſtomachi regionem, nec non etiam frequens per vomitum ſanguinis excretio id ſatis oſtendunt. Cujus autem naturæ ſit vitium illud, propter quod deſcripta ſudorum, aut urinarum nigredo in aliquibus habetur, non ita facile determinari poteſt. Neque enim obſervationes, & experientiæ adhuc inſtitutæ me ducere valent ad credendum, materiam illam nigram, quæ per ſudorem, aut urinam excreta fuit, originem habuiſſe ab acido quodam, ut vult Borrichius, ſanguinem coagulante, & in talem materiam partes ejus aliquas mutante. Veſtrum erit, Sodales ornatiſſimi, ex iis, quæ a me ruditer dicta ſunt, ſi fieri poſſit, aliquid ſtatuere.

FER-

FERDINANDI BASSI

Novæ plantarum ſpecies.

De tribus plantarum novis ſpeciebus, quarum prima europæa Apenninos, altera Aſiam, poſtrema monſtroſæ Africæ littora inhabitat, ſermonem habebo. Europæa planta laborioſorum apenninorum itinerum, quæ pluries inſtitui, ut alpinas natali loco legerem luxuriantes ſtirpes, munus fuit; africana, nec non aſiatica in horto noſtro medico Bononienſi exoticarum plantarum læte floruerunt, aſſiduam diligentiam meam in excolendis, explorandiſque ſtirpibus veluti remunerantes; aſiatica nullis, europæa perpaucis lecta Botanicis; africana vero, etſi notiſſima, cum in hoc uſque tempus ſyſtematicis ſaltem rei herbariæ cultoribus characteriſticam impie denegaverit floreſcentiam, non ad illa genera, quibus ſemper fuit aſcripta, ſed in alteram demigrans familiam, ad aliud omnino genus, ut omnes pro certo habebunt, referenda eſt.

Ab europæa exordior herba, quæ ad hexandriam pertinet claſſem, atque ad polygyniam familiam; eamque Aliſmam (*parnaſſifoliam*) foliis cordato-acutis, petiolis nodoſo-articulatis voco (*Vid. Tab. I.*): quam Apenninos peragrans unam tantum, & alteram florentem inveni in prærupto quodam ſublimiore Apenninorum bononienſium loco ob inſurgentes aquas paludoſo. Radicibus herba hæc nititur fibroſis, & albidis; folia omnino ſunt radicalia longe petiolata, & petioli brevibus veluti nodis, ſeu articulis donantur; foliorum paginæ, ut dixi, cordatæ ſunt, & acutiuſculæ, virides, venoſæ, atque utraque parte glabræ; e radice, cancrum percurrente ſole, dodrantalis ſurgit caulis nudus, ramoſus ſummitatem verſus, linearibus, acutiſque ſtipulis ad exortum pedunculorum, ramorumque ornatus. Pedunculi unciales ſinguli ſingulum ſuſtinent album tripetalum flo-

florem. Semina circiter decem veluti in thyrſum collecta, reniformia, & ſeta unica prædita. Reliquos floreſcentiæ, fructificationiſque characteres prætermitto; etenim cum Aliſmarum characteribus omnino conveniunt.

Herbam hanc Petrus Antonius Michelius magni nominis Botanicus Florentinus, & Apenninorum, Alpiumque peregrinator ad inquirendas plantas ſolertiſſimus primus omnium detexit, eamque dicto annuente Michelio publicus Botanicus Piſanus Profeſſor Michael Angelus Tillius unicus expoſuit in ſuo Horti Piſani catalogo, & graphice delineari juſſit Tab. 46. fig. 1.: ſed minus apte ſculptam; namque ſtipulas expoſuit ſculptor omnino ſubrotundas, & concavas, foliorum paginas cordato-obtuſas, at iſtæ cordato-ovatæ ſunt, acutæque, illæ, nempe ſtipulæ, acutæ, & lineares; petiolorum vero articulos omnino omiſit, qui nodi ſeu articuli ad diſtinguendam ſpeciem optimam præbent notam. Michelius, & Tillius tournefortianæ methodi ſectatores huic herbæ *Ranunculi paluſtris flore albo Graminis Parnaſſi folio* nomen impoſuerunt. Sed poſteriores Botanici plantas hiſce characteribus præditas a Ranunculis recte ſepoſuerunt, & Sebaſtianus Vaillantius in Actis Academiæ Regiæ Pariſienſis anni milleſimi ſeptingenteſimi decimi noni eas omnes tunc notas ad *Damaſonia* revocavit, quem Vaillantium ſecutus eſt vir egregius Albertus Hallerus; Hermannus Boerhaavius *Plantaginis aquaticæ*, Knautius *Plantaginoidis* genus hiſce plantis præſcripſerunt. Dillenius vero ampliſſimus anglus Botanicus, cui Antonius Goüanus, Gulielmus Hudſonius, Joannes Hillius, aliique noſtri ævi præſtantiſſimi Botanici ſe ſe ſubſcripſerunt, dictas plantas Aliſmarum nomine nuncupavit; ad quod Aliſmarum genus, ſecundum etiam linnæanum ſexuale ſyſtema, noſtra hæc pertinet herba.

Carolus Linnæus Botanicorum nemini ſecundus in ſuo celebratiſſimo libro, cui titulus eſt *Species Plantarum*, nec non in duodecima editione ſui ſyſtematis naturæ ſeptem enumerat Aliſmarum ſpecies: illis addenda eſt perrara hæc planta, & poſt quartam Linnæi Aliſmam hanc noſtram Aliſmam (*parnaſſifoliam*) recenſendam eſſe nemo negabit.

Nunc ad aſiaticam me converto plantam, quæ ad Diadelphiam dodecandram ſpectat claſſem, cuique nomen inſtituo Pſoraleæ (*palæſtinæ*) foliis ternatis pinnato-quinatiſque fo-

foliolis ovato - acutis, integris, pubeſcentibus. (*Vide Tab. II.*)

Radix perennis dilute lutea, vel ochroleuca, ramoſa, fibroſa, fibrillis candicantibus inſtructa primo vere emittit caules herbaceos, dein nonnihil lignoſos, aliquando rectos, aliquando decumbentes, teretes, leviter canaliculatos, virides, vel e viridi purpuraſcentes, nonnullis villis candicantibus donatos, atque ad humanam altitudinem & amplius aſſurgentes. Folia hujus plantæ ſunt per ramoſos caules alterna, longis, villoſiſque petiolis prædita, nunc ternata, nunc pinnato-quinata, foliolis ovato-acutis, integris, pubeſcentibus, petiolatis exornata, quorum foliolorum intermedia foliola in pinnato-quinatis ſunt cæteris minora; ludit tamen hæc planta proferens non raro foliola quaterna intermedio impari, & extimo. Pedunculi omnes axillares, plerumque ſpithamam æquantes, canaliculati, candidis villis pubeſcentes, ſtipuliſque linearibus acutis donati ſpicam florum ſuſtinent. Flores inodori, ſeſſiles, vel vix pedunculati, & in ſpicam, ut dixi, collecti ſunt plerumque, ſed non raro interruptam, aliquando etiam, quamvis perraro, ramoſam, in unciales ſe dividentem ramulos item ſtipulis, glanduliſque inſtructos. Calyx monophyllus, quinquedentatus, venoſus, piloſus, albidus. Florum alæ albeſcunt, vexillum, & carina purpuraſcunt. Semen unicum, ut in Pſoraleis, nigrum, candidis pilis hiſpidum, & longo incurvo roſtro caſtanei coloris inſtructum. Reliquas omnes floreſcentiæ, atque fructificationis partes omitto, namque Pſoralearum characteres perbelle, atque adamuſſim repræſentant. Sapor plantæ primo mucilaginoſus, in receſſu vero auſterus, & nonnihil exurens. Cum ſol cancrum percurrit, hæc noſtra planta primos explicat flores, exinde per totum etiam autumnum; prima ſemina Auguſto menſe maturat. Ex ſeminibus ab amico olim difficiliores Apenninos mecum, & Hetruriæ agrum ad inquirendas plantas, dein Palæſtinam peragrante, ſed averſo fato e vita ſublato, acceptis, atque in horto noſtro medico conſitis floruit hæc nova *Pſoralea*, quæ, quamvis Palæſtinæ incola, hybernaculis non indiget, ſed vivacibus radicibus hyemem noſtram ſub dio ſuſtinet.

Noſtram hanc Pſoraleam (*Palæſtinam*) nondum ab ullis botanicis recenſitam inter Pſoraleam (*ciſtioidem*), & Pſoraleam (*pen-

(*pentaphyllam*) præſtantiſſimi Caroli Linnæi collocandam eſſe autumo.

Poſtremo africam aggredior plantam, *Felſel-Tavil* nempe Proſperi Alpini, quæ hactenus ſua externa ſimulata facie peritos in arte noſtra etiam primates illudens inter Tithymalos, vel inter Euphorbias locum ſemper ſibi vindicavit. Nunquam enim Botanicis, quod mirum ſane, ac prorſus eſt incredibile, nunquam enim Botanicis, inquam, hujus barbaricæ plantæ characteriſticos flores legere conceſſum fuit. Veſlingius ipſe ex Ægypto rediens in ſuis obſervationibus de hac planta verba faciens inquit, *Jam flores fructuſque præſtolabar, cum diutius in mari ſævientis hyemis injuriis victa planta ſuccubuit*. Et perſpicaciſſimus Dillenius, qui Joannis Raji, aliorumque botanicas de hac planta controverſias optime enodavit; cognovit enim Dillenius *Felſel-Tavil* Proſperi Alpini, *Tithymalum aphyllum* Ferrantis Imperati, & *Tiru-Calli* Horti Malabarici tres ſatis diſtinctas eſſe plantarum ſpecies; Dillenius, inquam, in celebratiſſimo Horto ſuo Elthamenſi To. 2. pag. 386. ſic ait: *In qua planta*, Felſel-Tavil nempe, *nec mihi, nec aliis flores adhuc viſi*.

Verum anno tandem milleſimo ſeptingenteſimo ſexageſimo ſexto ad libram accedente ſole planta hæc barbaram ſuam africanam dimittens indolem, & botanicis curis meis, nec non ſocii Gabrielis Brunellii gratam reddens vicem læte floruit in hybernaculis meis, cujus florentem ramum in ſpiritu vini ſervatum Academiæ exhibeo tamquam præclarum in re herbaria munus, quod Frigidariis horti noſtri medici exoticarum plantarum, Tepidariis, & Hypocauſtis optime inſtructis debemus. Illic enim, ſævientibus brumis expeditæ, tranquillæ hybernant ſtirpes æſtuantium regionum incolæ; illic hoſpitantur hilare egregiis ſuavibuſque delectatæ domiciliis; jucunde vigent per longam hyemem quaſi patrio ſolo creditæ, & amœne florent, gelidos hyemales Aquilones, nec non veris nimbos, imbriferique autumni injurias minime reformidantes.

Sed ad plantam, cujus ſtructuram, externamque faciem prætermitto ſatis, & abunde a Botanicis etiam antiquis jam deſcriptam, atque ad florum characteres me tantum converto; qui cum apparuerunt, rem nondum exploratam animadvertens præſtantiſſimum Sodalem noſtrum Cajetanum Montium

tium vocavi, ut ei quoque de rè herbaria, imo de univerſa naturali Hiſtoria viro optime merito, & longe clariſſimo africana noſtra planta juſtum redderet tributum. Hæc ſunt, quæ ex jucundiſſimo congreſſu botanico collegimus. (*Vid. Tab. III.*)

Cal. *Perianthium* monophyllum, quinquedentatum, minimum, acutum, perſiſtens.

Cor. Monopetala, rotata, quinquepartita laciniis oblongis, linearibus, truncatis, emarginatis.

Nectarium. Corpuſcula quinque ovalia in centro floris ſimul coalita, cum corollæ laciniis alterna, germina ambientia. Membranula veluti faſciola nectarii corpuſcula ad baſim circumambiens.

Stam. *Filamenta* quinque nectarii breviora, parallela, atque inter nectarii diviſuras locata. *Antheræ* quinque oblongæ, baſi bifidæ, altera parte conniventes, acutæ.

Piſt. *Germen* oblongum bifidum. *Stylus* vix ullus, *ſtigmata* duo ſubrotunda.

Per. *Folliculi* duo oblongi, uniloculares.

Sem. Non vidi.

Cum enim ad fructificationem accedebant flores, infructiferi decidebant, ut illarum craſſarum mos eſt plantarum plerumque, & præſertim africanarum, quæ per ſobolem, per ramos, per truncos, per quamcumque plantarum partem facillime propagantur; folliculos etiam vix obſervare potui. Ex enarratis jam in medio eſt, plantam hanc minime ad triangiam tricoccam claſſem, ſive ad Tithymalorum familiam pertinere, ut Hermannus Boerhaavius, Caſpar Commelinus, omneſque tournefortianæ methodi ſectatores præſcripſerunt: & ſi quis dictæ tournefortianæ methodo nimis anxie inſerviret, ad quintam ſectionem primæ claſſis eam referret, & Apocynis aſcriberet.

Neque ad dodecandriam trigyniam claſſem, ſeu ad Euphorbias, ut eximius, & ſummus vir Carolus a Linnè, ejuſque aſſeclæ omnes inſtituerunt: verum ſexuale linnæanum ſyſtema perſequens pentandriis digyniis illam tradere non dubito, eamque inter Cynanchorum genus enumerans ſic definio:

Cynanchum (*viminale*) fruticoſum caule filiformi volubili aphyllo. Cujus ſynonima:

Euphorbia (*viminalis*) *inermis nuda fruticoſa filiformis*

volubilis: cicatricibus oppoſitis. Linn. Spe. Pla. 649. Linn. Syſt. Nat. To. 2. 331. Amæ. Aca. To. 3. 310.

Euphorbia-Viminalis. Hill. Hort. Kevv. 172.

3.

Tithymalus indicus vimineus penitus aphyllos. Boer. Ind. alt. 257.

Tithymalus ramoſiſſimus non fruteſcens penitus aphyllos. Comm. Præ. 23.

Felſel-Tavil. Proſp. Alp. de Plant. Ægy. 190? *Vesl. Obſ.* 34. *Dil. Hort. Elth.* 386.

an *Apocynum guinenſe mere aphyllum flore albo tetrapetalo odoratiſſimo* Par. Bat. *61*?

Paulus Hermannus in ſuo Paradiſo Batavo, ut mihi videtur, plantam hanc deſcribere ſtudet; at ait ille quoque, *flores mihi hactenus non viſi, perhibentur tetrapetali albi odoratiſſimi Gaſmini æmuli*. Verum flores, quorum nonnullos characteres ex relatis tantum auctor exponit, minime tetrapetali, ſed monopetali ſunt, ut dixi, & quinquepartiti.

Si quis tamen nova inſtituendi genera nimis cupidus plantam hanc peculiari nomine indicare vellet, forte non omnino eſſet redarguendus; namque nonnullis notis a Cynanchis diſcrepat, atque inter Cynanchorum, Apocynorumque genera militat quaſi noſtra hæc planta. Verum ſi minimas omnes, ut nonnullorum mos eſt, obſervare volumus differentias minime eſſentiales in inſtituendis generum characteribus, non pauca, ut de aliis ſtirpium permultis familiis ſileam, Cynancha, & Apocyna eſſent diſſocianda, & præcipue Apocynum (*Venetum*) præ cæteris novum genus promereretur.

Conſtituta claſſe, genere, & ſpecie dicti ſuffruticis, aliquas floreſcentiæ notas, ejuſdemque plantæ proprietates expono.

Caſpar Commelinus in ſuis Præludiis botanicis aſſerit, *Felſel-Tavil Alpini* trium pedum longitudinem acquirere; Dillenius vero duorum vel trium ad ſummum cubitorum. Ecce verba Dillenii. *Recte autem obſervat Caſpar Commelinus in ſuis Præludiis botanicis, Fel-fel caules varios ex eadem radice emittere, qui vix trium pedum altitudinem acquirant. Felfel in Horto meo Elthamenſi longius quidem, ad duos nempe, & tres cubitos procrevit*. Joannes Vimannus poſtea *in Amœnitatibus academicis* de hac planta verba faciens ſic ait: *planta*

caule

caule trium ad ſex pedum altitudine ejuſdem ubique craſſitiei, pennæ nempe anſerinæ. Verum noſtræ plantæ præcipui caules minimi digiti craſſitiem ſaltem adæquant, non tamen ſunt ubique ejuſdem craſſitiei: atque excrevit ad longitudinem decem pariſienſium pedum, & ultra: planta ergo noſtra conſecuta eſt inſignem pro ejus habitu craſſitiem, & longitudinem.

Quæ vero ſpectant ad flores, hæc ſunt. Extremitatem plerumque verſus volubilium ramulorum erumpunt faſciculati flores octo ſimul aliquando ex alternis, non raro etiam ex oppoſitis cicatriculis ſeu gemmis, & uſque ad viginti circiter, bene olentes, quorum odor ad odorem florum concivis cujuſdam plantæ, ideſt Periplocæ (*africanæ*) vel etiam Philadelphi (*coronarii*) accedit. Calyx craſſiuſculus, e luteo viridis, ſcaber ſive papilloſus, ſi vitro ſit exploratus; ambitus vero laciniarum calycis eſt veluti papyraceus, & albidus. Corollæ albidæ, vel vix luteolo gloriantur colore; nectarium candidiſſimum, & perlucidum, ita ut murrhinum candidiſſimum opus appareat; antheræ luteæ, & conniventi extremitate croceæ; unuſquiſque flos ſuo inſtruitur pedunculo, qui pedunculi lineas tres, quatuorve longi, pallide virides, recti, teretes, breviſſimis, minutiſque villis conſperſi lacteo candidiſſimo ſucco turgent, ſicuti tota planta, ut jam omnibus Botanicis notum eſt, & in primis juniores ramuli, & pedunculi exceptis tamen floribus. Cum hæc planta africanarum Euphorbiarum domos inhabitabat, pertimeſcebant rei herbariæ cultores lacteum hunc ſuccum tamquam acrem, imo cauſticum, & veſicatorium; at cum perſpexi eam ſub vexillo Cynanchorum militare, lac deguſtare impavidus non dubitavi, atque illud amarum tantum, & nonnihil auſterum eſſe plane cognovi, & minime exurentis facultatis, ut in Euphorbiis omnibus africanis; & fortaſſe præſtantiſſimum erit remedium ad impetiginem curandam, ac ad plures cutis maculas, & infectiones tollendas, ſi eo partes non ſemel illiniantur.

Floruit primo, ut dixi, africana hæc noſtra planta ad libram accedente ſole anni milleſimi ſeptingenteſimi ſexageſimi ſexti; exinde Julio, iterumque Septembri eadem planta in horto meo manſuefacta ſingulis annis copioſe flores explicavit; imo anno milleſimo ſeptingenteſimo ſexageſimo

 nono

nono eadem planta abunde ſe quarto induit floribus in finem menſis Octobris, ex quo in patrio ſolo Cynanchum hoc æſtiva ſaltem, & autumnali tempeſtate flores ſemper fundere facile crederem.

Habebam hæc, quæ dicerem de tribus hiſce plantarum novis ſpeciebus, de quibus ne me redarguant Botanici jam nimis ſuperque defatigati, & quaſi oppreſſi ob nimiam ſyſtematum varietatem, & controverſias, nec non pene innumeram plantarum noſtro ævo detectarum copiam; plantam enim europæam a Ranunculis, africanam ab Euphorbiis ſegregavi, eaſque genuinis familiis tantum aſcripſi, & vegetabile regnum unico ſolum ignoto ſubdito, Pſoralea (*palæſtina*) nempe, locupletavi.

TABULARUM EXPLICATIO.

Tab. I. Aliſma (*parnaſſifolia*) foliis cordatis acutis: petiolis nodoſo-articulatis.

Tab. II. Pſoralea (*palæſtina*) foliis ternatis, pinnato-quinatiſque: foliolis ovato-acutis, integris, pubeſcentibus.
- *a.* florum ſpica.
- *b.* flos.
- *c. c.* calyx.
- *d.* ſemen.

Tab. III. Cynanchum (*viminale*) fruticoſum: caule filiformi volubili aphyllo.
- *fig.* 1. *a.* flos.
  - *b.* calyx.
  - *c.* nectarium.
  - *d.* folliculi duo.
- *fig.* 2. flos vitro auctus.
- A. Nectarium membranula ad baſim corpuſcula quinque nectarii circumambiente inſtructum.
- B. Antheræ altera parte bifidæ, altera conniventes.

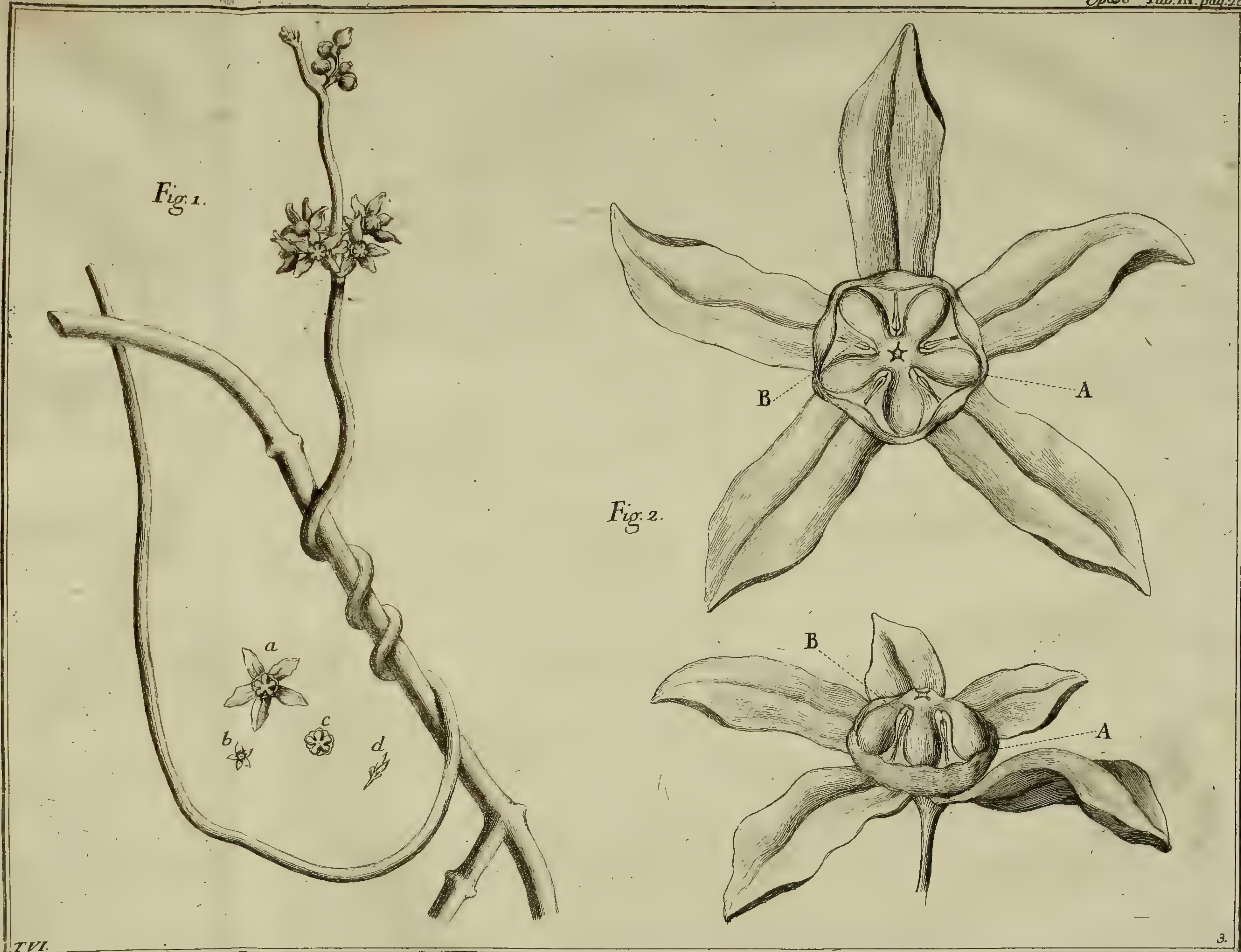
EUSTA-



T.VI.

1.


Opusc. Tab.II.p.20
a
b
c
c
d
T.VI.
2


Fig. 1.
a
b
c
d
Fig. 2.
B
A
B
A
TVI.
3.



Eustachii Zanotti

De cometa anni MDCCLXIX.

In commentariolo, quod evulgavimus, de cometa anni 1769 apparentem ejus ſemitam deſcripſimus, atque theoriam adumbravimus: nunc perſolvimus, quod polliciti ſumus, nempe trajectoriam emendatis obſervationum numeris diligenter inveſtigamus, eaque elementa ſtabilire contendimus, quibus poſitis longitudines, ac latitudines prodeant obſervatis cometæ locis accurate reſpondentes. Ad ſtabiliendum cometæ locum, ut cuique notum eſt, ſolent aſtronomi cometam ad ſtellam quampiam referre, ejuſque locum ex alterius ſideris vicinia conſtituere. Quod ſi ſtellarum poſitus a veris nonnihil diffideant, omnis error in cometæ aſcenſionem rectam, & declinationem invadit; ac propterea illud imprimis ad rem perficiendam requirebatur, ut ſtellarum, quas ad cometam retulimus, loca perquirerentur: at hujuſmodi inveſtigatio eo tempore, quo cometa apparebat, confici non poterat, eaque anni tempeſtas expectanda erat, dum ſtellæ, de quibus agitur, meridianum circulum noctu trajicerent. Itaque menſe Februario ſubſequentis anni ſingulas ſtellas per meridianum tranſeuntes obſervare licuit; ex quo facile colligitur ratione habita ad anomalias, quibus ſtellæ obnoxiæ ſunt, quæ fuerit earum aſcenſio recta & declinatio obſervationum tempori reſpondens. His ita comparatis promptiſſimum fuit colligere cometæ aſcenſionem rectam, & declinationem, de quibus infra dicemus. Interim ea declarabimus, quæ menſibus Auguſto, & Septembri cometam obſervando deprehendimus.

Nocte inſequente diem 26 Auguſti, quam pluviales dies, ac frequentes nebulæ præceſſerant, ſodalis noſter Matheucius, quem ſocium habeo in re aſtronomica, in cælum oculos convertens, ut ſæpe ſolet ad inveſtigandum ſi quid novi in illis regionibus accidat, cometam vidit ad orien-

tem

tem in conſtellatione Tauri. Ejus cauda prægrediebatur, utpote quæ ſoli averſa, in longitudine patens ſeptem circiter gradus, in fine latior, & quo longius a capite eo obſcurior, & lividior. Adeo diſtinctum erat phænomenon, atque omnium oculis conſpicuum, ut nullum ſit dubium, quin illud obſervatores alii, qui ſereniore aere uſi ſint, multos ante dies videre cœperint. Contentus interim Matheucius cometam de facie noviſſe, illud imprimis curavit, ut de ejus adventu certiores fierent, qui aſtronomiæ dant operam. Ipſe itaque, & Canterzanus de re moniti nocte ſequente una cum prælaudato Matheucio obſervationes inivimus, quarum ſynopſim mox trademus.

Quamvis cometæ caput nudo oculo inſpicientibus tamquam ſtella quoad lumen quartæ magnitudinis appareret, attamen per teleſcopium adeo langueſcebat, ut vix lucernæ lumen perferret, quod in teleſcopium ad micrometri fila colluſtranda immititur. Cauda in dies longior fiebat. Die 5 Septembris caudæ extremum ad ſtellam quamdam informem infra Cetum, & æquatori propinquam pertingere videbatur; cumque prædicta ſtella in globo deſcripta extet, captis menſuris deprehendimus longitudinem fuiſſe gr. 45. Die 12, qua aer adeo purus erat, ut ſtellæ ſextæ, aut ſeptimæ magnitudinis facile internoſcerentur, per totum ſpatium caudam extendi manifeſto apparebat, quod intererat inter nucleum, ſeu cometæ caput, & ſtellam ξ Eridani, ac proinde longitudinem ejus ultra grad. 70 protenſam fuiſſe, quod de paucis cometis legimus. Et ſane ſi cometam anni 1680 excipiamus, quem tradunt caudam protendiſſe ad grad. 90, unum tantum cometam reperiemus ex multis ab aſtronomis deſcriptis, qui cauda tantæ longitudinis inſignitus fuerit. Anno 1618 ex apparitione plurium cometarum claro, qui poſtremus enituit, videlicet menſibus Novembris, & Decembris, & Januarii ſubſequentis, multos habuit celebres obſervatores; atque, ut alios prætercam, Keplerus caudam dimenſus teſtatur fuiſſe grad. ſeptuaginta; Cyſatus vero eam produxit ad grad. ſeptuaginta quinque. Addit præterea Keplerus, *caput cometæ teleſcopio inſpectum minus clarum apparuiſſe, quam nudo oculo ſpectatum*; Cyſatus autem fulgorem cometæ deſignat his verbis: *caput non majus ſtellis quartæ magnitudinis, & reliquis ſtellis longe obſcurius*. Quis

autem

autem ex his, quæ Keplerus, & Cyſatus poſteritatis memoriæ prodiderunt, noſtrum cometam non agnoſcat? Verumtamen ſi pro declaranda identitate cometæ apparens forma ſufficeret, in eam ſpem adduceremur, aliquid jam de ejus periodo ſtatutum eſſe, eumdemque poſt annos circiter 150 reverſurum. At quoniam trajectiones invicem comparare oportet, eaſque ad ſolem referre tamquam focum orbitæ a planeta deſcriptæ, tantum diſcrimen in elementis deprehendemus, quibus utraque theoria continetur, ut nihil de identitate cometæ, nihil de ejus periodo proferre liceat. Utique inclinatio orbitæ fere eſt eadem in utroque cometa; at ſi conferantur tum nodi, tum perihelii loca, longitudines differre percipiemus plus quam grad. 90, ſi de nodo ſermo ſit; at ſi de perihelio plus quam grad. 120. Neque minus diſſident theoriæ elementa, ſi comparatio inſtituatur cum unoquoque cometa ex his, quorum ſemitæ ab aſtronomis diligenter deſcriptæ fuerunt: quam ob rem fateamur oportet, obſervationes noſtras valere utique ad augendum catalogum, non ad confirmandum, perficiendumque univerſum cometarum ſyſtema.

Poſt diem 12 cauda obſcurior, & contractior viſa eſt; capitis lumen non item, quod quamvis nudo oculo inſpicientibus minus clarum appareret, teleſcopium tamen nihil dum imminutum eſſe oſtendebat. Apparens ſemita in ſphæra univerſi circuli maximi ductum proxime ſequitur. Prima nocte, qua obſervationes inivimus, cometes effulſit, ut ab initio diximus, in conſtellatione Tauri; ex eo deinceps loco abſcedens proprio motu, qui ad gr. 5. 55. in longitudinem productus eſt, ad Orionem pervenit, poſt gradiendo per Monocerotem ad Hydram contendebat, ubi motus ejus nonnihil remittebatur, at in ea cæli parte, quæ inter Monocerotem ac Hydram ſita eſt, noſtris oculis ſe ſubduxit. Et revera nocte ſequente diem 15 fortaſſe ob vapores paſſim diſperſos nullum ejus veſtigium apparuit. Sequentibus noctibus ingruente matutino crepuſculo nihil de cometa viſum; quare ultima ejus phaſis incidit in diem 14 Septembris.

Diarium obſervationum hic adjungam, adnotando in dies ſingulos, qua hora, & quibus ſtellis obſervatio peracta ſit, quæque differentia interceſſerit inter cometam, & ſtel-

ſtellam tum in aſcenſione recta, tum in declinatione. Teleſcopio utebamur ſex pedes longo, cui micrometrum aptatum erat ex quatuor filis, quæ in centro octo angulos ſemirectos comprehendunt. Ope hujus micrometri, ut cuique notum eſt, eruitur differentia aſcenſionis rectæ, & declinationis inter duo ſidera, quæ prope eumdem æquatori parallelum verſentur. Quod ſi alterius ſideris aſcenſio recta, & declinatio data ſit, de alterius poſitu nihil ambigendum erit.

Comparatis aſcenſionibus rectis, & declinationibus cometæ longitudines, ac latitudines calculo ſubduximus poſita obliquitate eclipticæ gr. 23. 28. 9; ac demum ad ejus theoriam inveſtigandam nos convertimus opem ferente Franciſco Sacchetto optimæ ſpei adoleſcente. Quæcumque methodus adhibeatur, quoniam nulla adhuc certa, & directa ſupputandi ratio ab aſtronomis excogitata eſt, qua a quantitatibus cognitis ad incognitas deveniamus, longos ac moleſtos calculos requirit. Ut ut ſe res habeat, nobis commode ceſſit eam ſupputandi rationem ſequi, quam inde ab anno 1742 maxime ad rem eſſe experiundo cognovi, quemadmodum fuſius explicavi tom. III. Commentariorum noſtræ Academiæ. Supervacaneum foret ſupputationum ordinem hic recenſere, quo ad elementa theoriæ deventum eſt; poſitis enim elementis poterit quiſque, ut libuerit, pro quolibet tempore cometæ longitudines, ac latitudines ſupputando aſſequi.

Præter diſtantias cometæ a ſole in tabula hic appoſita conſcripſimus etiam diſtantias a tellure, ut iis præſertim ſatisfaceremus, qui cum parum ſolliciti ſint de trajectionibus cometarum circa ſolem, ac de motus legibus, atque omnia ad tellurem referentes, curioſius interpellare ſolebant de diſtantia cometæ a tellure, ac de ejus magnitudine. Mirabantur tantam caudæ longitudinem. Quod ſi longitudo apparens tanta eſt, quiſque facile intelligit illud neceſſario conſequi debere, ut per immenſum ſpatium diffundatur. Itaque calculum inivi poſita apparenti caudæ longitudine gr. 74, ut erat die 12 Septembris. Eadem die prodit ex theoria diſtantia cometæ a tellure 3318 earum partium, quarum mediocris diſtantia ſolis a tellure ponitur 10000. Suppoſui præterea caudam ſoli adamuſſim averſam, cui ſuppoſitioni omnes adhuc obſervationes ſuffragari videntur. Tandem ſub-

ſubducto calculo prodit longitudo caudæ earumdem partium 5226, quam ſi malumus exprimere diametris terreſtribus, inveniemus ea die caudam eo uſque protenſam fuiſſe ut æquaret terreſtres diametros 147037.

Longitudo Nodi Deſcendentis ———	♓	25	6	0
Longitudo Perihelii ———————	♌	24	8	50
Inclinatio Orbitæ ————————		40	50	0

Diſtantia perihelia 1228 ½

Tempus verum, quo Cometa perihelium prætergreſſus eſt, Octobri 7 hor. 15. 10.

OBSERVATIONUM DIARIUM.

AUguſti die 27 cometa ſtellam d ♉ præibat ad ſeptentrionem vergens. Differentia aſcenſionis rectæ inventa eſt gr. 9. 9. 30; differentia autem declinationis min. 19. 16.

Die 28 inſtituta comparatione cum eadem ſtella differentia aſcen. rectæ prodiit gr. 6. 59. 24, & differentia decli. min. 1. 14.

Die 30 directo teleſcopio ad ſtellam *u* ♉ paucis poſt minutis cometa in conſpectum ſe dedit. Peracta obſervatione inventa eſt differentia aſcen. rectæ gr. 3. 19. 3, & differentia decli. min. 30. 1 boream verſus. Extremum caudæ pertingere videbatur ad ſtellas ξ, & o ♉; ex quo apparet caudæ longitudinem fuiſſe gr. 20 circiter.

Die 31 cometa auſtralior ſtellam præibat, quæ in conſtellatione Orionis a Flamſtedio inſcribitur *Quinta π in exuviis leoninis*. Cum obſervatio bis peracta fuerit, primum prodiit diff. aſcen. rectæ gr. 2. 45. 42, & declin. min. 10. 40; ſecundo autem diff. aſcen. gr. 2. 42. 42, & declin. min. 11. 24.

Septembris die 1 cometa præcedens a ſtella i Orionis diſtabat in aſcen. recta gr. 3. 49. 23, in declin. autem min. 30. 16 auſtrum verſus.

Die 2 ſtella Orionis, quæ a Flamſtedio inſcribitur *præcedens ſexta in exuviis leoninis* in cauda translucebat. Obſervatio bis peracta eſt. Fuit primum diff. aſcen. rectæ gr. 4.

4. 55, & decli. min. 29. 37; ſecundo autem diff. aſcen. rectæ gr. 4. 7. 10, & decli. min. 28. 23. In utraque comparatione cometa orientalior erat ſtella, & borealior. Quamvis cometæ lumen valde dilutum appareret, cauda tamen longius protendi videbatur; tunc enim per totum illud ſpatium diffundebatur, quod intererat inter nucleum & ſtellam *x* Ceti, ideſt per gr. circiter 27.

Die 3 quoniam cometa parum aberat a ſtella *γ* Orionis, pluries obſervationem exequi licuit. Primo diff. aſcen. rectæ comperta eſt gr. 1. 5. 56, & decli. min. 8. 50. Secundo autem diff. aſcen. rectæ gr. 1. 4. 11, & decli. min. 8. 36. Tertio demum diff. aſcen. gr. 1. 2. 25, & decli. min. 8. 13. In ſingulis comparationibus cometa occidentalior erat ſtella, itemque borealior.

Die 4 cometam ad A Orionis retulimus. Diff. aſcen. rectæ prodiit gr. 1. 35. 46; decl. autem min. 23. 18. Iterata obſervatione diff. aſcen. inventa eſt gr. 1. 40. 2, decli. min. 23. 41. In ſingulis comparationibus cometa orientalior erat ſtella, & auſtralior.

Die 5 cælum erat nitidiſſimum, & cometæ cauda extendebatur ad gr. 45, ut in præcedenti ſermone declaravimus. Stella, quæ a Flamſtedio in conſtellatione Orionis ponitur numero 61, obſervationi inſervivit; ex ea prodiit diff. aſcen. rectæ gr. 2. 42. 42 ad occaſum, & diff. decli. min. 16. 1 ad boream.

Die 6 cum nulla ſtella ex iis, quæ in catalogis deſcriptæ extant, in propinquo cometæ eſſet, ad *ω* Orionis nos convertimus, quæ etſi multum a cometa diſtaret in aſcenſione recta, eumque longe præcederet, tamen ab ejus parallelo parum aberrabat. Diff. aſcen. rectæ comperta eſt gr. 8. 49. 57, & diff. decli. min. 41. 6 ad auſtrum.

Die 7 cometam retulimus ad ſtellam, quæ a Flamſtedio ponitur in conſtellatione Orionis numero 79. Ex obſervatione reſultat diff. aſcen. rectæ gr. 3. 56. 39, declin. autem min. 25. 47. Cometa ſtellam præibat ad auſtrum vergens.

Die 8 quoniam cometa a circumpoſitis ſtellis notæ poſitionis longius aberat quam ut micrometro comparatio inſtitui poſſet, ad quadrantem nos convertimus, eoque retento in eodem circulo verticali tum cometam tum ſtellam 79 Orionis obſervavimus notando utriuſque tranſitum per filum

ver-

verticale, & diſtantiam a vertice. Ex his aſcenſio recta, & declinatio cometæ elicitur, quemadmodum numeri ſequentis tabellæ exhibent.

Die 9 cometa adeo proximus erat ſtellæ Orionis numero 80 a Flamſtedio inſcriptæ, ut eodem tempore intra teleſcopium commode conſpici poſſent. Cælum denſa nebula obductum erat; at ne determinatio incerta relinqueretur, obſervationem iteravimus. Primum prodiit diff. aſcen. rectæ gr. 0. 31. 50, declin. vero min. 9. 17; ſecundo diff. aſcen. rectæ gr. 0. 32. 20, & diff. declin. min. 9. 1. Cometa orientalior erat ſtella, & auſtralior.

Die 10 cælo ſereno cometæ cauda diſtincte cernebatur. Longitudinem ejus definivimus gr. 47, quod prope ſtellam ξ Eridani terminare videbatur. Stella Canis minoris, quæ a Flamſtedio numero 15 indicitur, parum a cometæ parallelo aberat. Diff. aſcen. rectæ prodiit gr. 6. 35. 20 ad occaſum; diff. declin. min. 44. 2 ad auſtrum.

Die 11 obſervationem exegimus cometam referentes ad ſtellam Canis minoris, cui a Flamſtedio præfigitur numerus 14. Primum inventa eſt differ. aſcen. gr. 0. 56. 54, & declin. min. 18. 46; ſecundo diff. aſcen. rectæ gr. 0. 52. 15, & declin. min. 18. 23. Cometa ſtellam prægrediebatur ad boream.

Die 12 antequam obſervationem aggrederemur, caudæ longitudinem, quæ præter modum excreviſſe videbatur, diligenter metiti ſumus, eamque comperimus æquare gr. 74; excurrebat enim per medium Orionis, tum per δ & ε Eridani, atque ultra ζ ejuſdem conſtellationis ſe protendens ibi tandem evaneſcebat. Nullam præter A Hydræ ſtellam comperimus, quæ ad cometam referri poſſet. Ex ea prodiit diff. aſcen. rectæ gr. 17. 7. 19 ad occaſum, declin. autem min. 11. 5 ad boream.

Die 13 cometa ad ſtellam 19 Hydræ. Diff. aſcen. rectæ gr. 9. 52. 52 ad occaſum, & declin. min. 22. 12 ad boream.

Die 14 cometa parum aberat a ſtella, quæ in conſtellatione Hydræ notatur numero 11, eamque ſequebatur ad boream vergens. Obſervatio bis peracta eſt. Ex altera obſervatione eruitur diff. aſcen. rectæ gr. 1. 11. 49, declin. autem min. 17. 22; porro ex altera prodit diff. aſcen. rectæ gr. 1. 16. 57, & declin. min. 16. 3.

Ex hac Ephemeride numeros ſubduximus, quos ſequens ta-

tabella complectitur; ceteros, qui e theoria pendent, in alteram tabellam conjecimus, ubi differentiæ inter loca theoriæ, & loca obſervata duabus poſtremis columnis deſcriptæ ſunt. Quoniam vero diſcrimina nuſquam æquant minuta duo, theoriam recte conſtitutam eſſe exiſtimabimus; quod ſi quis majorem adhuc conſenſum deſideret, animadvertat velim, cometas per ellipſes, non autem per parabolas circumferri; atque illud imprimis notare oportet, errores ex iis eſſe, quos inter obſervandum nequaquam effugere poſſumus, præſertim vero ſi ſidus, quod intuemur, tenuiſſima luce præditum ſit.

Co-

Cometæ loca ex obſervationibus.

1769 Dies	Tem.app. H ′ ″	Aſcen.rect. G ′ ″	De cli. G ′ ″	Longitud. G ′ ″	Latitud.M G ′ ″
Aug. 27	13 16 48	56 36 14	9 58 33B	♉ 26 38 0	9 42 17
28	12 17 9	58 46 20	9 40 31	28 41 13	10 27 38
30	14 18 51	64 5 5	8 46 53	♊ 3 45 32	12 21 19
31	12 44 4[illegible]	66 45 38	8 17 8	6 20 50	13 17 36
	13 0 35	66 48 38	8 16 24	6 23 41	13 18 48
Sept. 1	13 28 59	70 1 17	7 40 12	9 32 18	14 23 0
2	13 22 31	73 25 22	7 1 12	12 54 51	15 28 14
	13 45 8	73 27 37	6 59 58	12 56 56	15 29 44
3	13 8 49	77 6 13	6 15 24	16 36 47	16 36 53
	13 22 56	77 7 58	6 15 10	16 38 34	16 37 16
	13 33 22	77 9 44	6 14 47	16 40 22	16 37 43
4	13 49 26	81 13 5	5 20 56	20 48 43	17 50 27
	14 17 20	81 17 21	5 20 33	20 53 7	17 51 0
5	13 30 7	85 29 46	4 23 52	25 15 0	18 59 50
6	16 3 54	90 35 55	3 16 20	♋ 0 38 13	20 11 33
7	14 3 12	95 1 35	2 12 20	5 23 14	21 10 9
8	15 8 55	100 18 52	0 56 0	11 8 46	22 7 10
9	15 5 30	105 33 57	0 17 38A	16 55 47	22 51 28
	15 11 35	105 34 27	0 17 22	16 56 17	22 50 20
10	14 56 26	110 47 48	1 31 10	22 44 36	23 21 37
11	15 7 55	116 7 3	2 45 51	28 41 26	23 39 55
	15 29 3	116 11 42	2 46 14	28 46 28	23 39 33
12	15 27 37	121 21 34	3 56 40	♌ 4 32 58	23 43 33
13	16 6 42	126 26 25	5 1 43	10 11 58	23 33 0
14	16 20 17	131 16 4	6 2 12	15 32 12	23 12 44
	16 47 23	131 21 12	6 3 31	15 38 4	23 12 34

Co-

Cometæ loca ex theoria.

1769 Dies	Diſtan. Com. a ☉	Diſt. Com. a ★	Longitud. G ′ ″	Latitud. M. G ′ ″	Diff. Longi. ′ ″	Diff. Lati. ′ ″
Aug. 27	11982	5188	♉ 26 39 35	9 41 19	1 35 +	0 58 —
28	11780	4969	28 40 34	10 27 46	0 39 —	0 8 +
30	11335	4518	♊ 3 43 54	12 20 31	1 38 —	0 48 —
31	11132	4329	6 21 49	13 16 43	0 59 +	0 53 —
	11130	4327	6 22 49	13 17 26	0 52 —	1 22 —
Sept. 1	10907	4135	9 32 12	14 21 26	0 6 —	1 34 —
2	10688	3954	12 54 32	15 28 31	0 19 —	0 17 +
	10684	3944	12 58 13	15 31 25	1 17 +	1 41 +
3	10468	3792	16 36 32	16 36 39	0 15 —	0 14 —
	10466	3791	16 38 41	16 37 22	0 7 +	0 6 +
	10464	3790	16 40 39	16 37 49	0 17 +	0 6 +
4	10238	3642	20 48 52	17 49 0	0 9 +	1 27 —
	10234	3639	20 53 29	17 50 23	0 22 +	0 37 —
5	10014	3516	25 14 27	18 58 12	0 33 —	1 38 —
6	9762	3400	♋ 0 37 50	20 12 31	0 23 —	0 58 +
7	9550	3325	5 23 46	21 9 46	0 32 +	0 23 —
8	9301	3266	11 9 42	22 6 49	0 56 +	0 21 —
9	9070	3238	16 54 54	22 50 30	0 53 —	0 58 —
	9069	3238	16 55 28	22 50 40	0 49 —	0 20 +
10	8833	3236	22 43 21	23 21 58	1 15 —	0 21 +
11	8590	3264	28 39 54	23 39 45	1 32 —	0 10 —
	8586	3265	28 45 24	23 39 49	1 4 —	0 16 +
12	8343	3318	♌ 4 34 34	23 44 48	1 36 +	1 15 +
13	8089	3406	10 13 52	23 33 45	1 54 +	0 45 +
14	7836	3516	15 31 30	23 13 19	0 42 —	0 35 +
	7832	3518	15 37 31	23 12 58	0 33 —	0 24 +

JO-

JOSEPHI VERATTI

Experimenta Magnetica.

Recepta eſt apud Pyſicos opinio, quod ferramenta, aut ſi malleo contundantur, aut ſi fortiter ad invicem confricentur, omnia, cujuſque generis ea fuerint, magnetica facultate imbuantur. Opinioni huic ante omnes fidem tribuit illuſtris Boyleus, qui experimentis de induſtria captis, mechanicam quandoque eſſe magnetiſmi productionem conſtituit. Notat enim, ferrea inſtrumenta, quæ in artificum officinis exiſtunt, attritu non mediocriter incaleſcentia, exiliſſimas ſcobis ferreæ particulas ad ſe rapere, non ſecus ac ſi magnes eadem ferramenta tetigiſſet: immo vero de quodam ferri fruſtulo meminit, quod affrictu incaleſcens manifeſtam, licet debilem, attrahendi vim acquirebat, recedente poſtmodum calore, eamdem penitus dimittebat: quem magnetiſmi excitandi modum Phyſici quamplures experimentis impoſterum confirmarunt. Quamquam Boyleus non ſolo attritu, verum etiam calore magneticam virtutem in ferrum induci putat, obſervationes afferendo non paucas, quibus ferreas virgas ad extrema ignitas ut candeſcerent, poſtea naturalem temperiem iterum adeptas continuo magneticas evaſiſſe comperit: calore nempe laxari ferri poros, flexioreſque ejus partes reddi ad effluvia magnetica celerius admittenda, docet. Ego vero, etſi negare non audeam & calorem, & attritum plurimum conferre ad magneticam vim augendam, quæ in ferro mechanica hac ratione detegitur, veruntamen neque per calorem, neque per attritum in eodem noviter generari exiſtimo, ſed magneticam vim ferri adeo propriam eſſe cenſeo, ut ferrum verus magnes habendus ſit; quod experimenta, quæ deinde ſequuntur, mihi apprime oſtendiſſe viſa ſunt.

Experimentum I. Sumpſi ferreum filum, quod magnes non attigerat, & cujus longitudo ſex pedes, craſſities autem

vix

vix tertiam lineæ partem æquabat. Illud forcipis ope in viginti duas partes æquales diviſi: quo facto nonnulla obſervatione digna animadverti. Atque in primis filamentorum omnium extrema mobiliſſimam acum nauticam vel attrahebant, vel repellebant, quamquam alia ad quatuor, alia ad ſex, & amplius linearum diſtantiam. Suſpicari de attritu cœpi, qui forcipis actione excitatus, magneticam virtutem filamentis attuliſſet: ideo, ſingulis diligentiori examini ſubjectis, horum decem inveni, quæ in uno ſui extremo nauticæ acus polum attraherent, in altero repellerent; qua de re omnia directrice virtute gaudere judicavi: ſed cum decem alia ex iiſdem filis acui appropinquarentur, utraque extremitate auſtralem æque ac borealem polum attrahebant. In his ergo vel nulla polaris vis aderat, vel ea tantum, qua acus quoquo modo traheretur, perinde ac ſi auſtralis polus in utroque eorum extremo inſediſſet. Tandem ſuper duo, quæ remanſerant, fila obſervationes proſequutus ſum: horum extremitates polus acus auſtralis omnino refugiebat. Ex quo apparet, quod in hac fili diviſione magnetica quædam phænomena exorta ſunt, quæ ipſe, non ſine cauſa, admirarer. Nam, ut dixi, partes diviſæ aliæ virtute polari inſtructæ erant, aliæ, quæ amicitiam potius cum ambobus acus polis oſtendebant, denique aliæ, quæ iiſdem plane adverſabantur. Itaque ſi attritus ſimplex magnetiſmi unica tantum cauſa fuiſſet, cum is ſemper eodem modo agere videatur, cur in aliquibus filamentorum perfectam verticitatem inducere debuerit, in aliis aut repellentem vim, aut attrahentem tantummodo excitaverit? Dubia hæc fecerunt, ut magneticæ virtutis veluti germina in ferro abſcondi veroſimilius arbitrarer, quæ per ſe quidem inertia ſint atque debilia, adeoque determinantis alicujus cauſæ actionem poſtulent. Nonne electricæ materiæ particulæ, & ignis elementa in corporibus latentia ſola confricatione partium extricantur, atque foras erumpunt? Revera filamenta illa duo, de quibus poſtremo loco memini, quorum extremitatibus vis inerat repellens, in quatuor æquales partes rurſus diviſa, juxta diviſionis confinia, nacta ſunt polos attrahentes, iterumque cum ea dividerem, ut ex quatuor evaderent octo, ſingula attrahentem, repellentemque polum acquiſiverunt. Quo factum eſt, ut multo ma-

magis ſuſpicarer, ut quemadmodum in magnete, ita in ferro polaris vis reperiretur, quæ vel attritus, vel caloris actione excitata luculentius ſe proderet. Interea ne ſimplici conjecturæ plus juſto tribuerem, nova adhibita diligentia, experimenta inſtaurare curavi. Fila ideo ferrea diverſæ craſſitiei, ac longitudinis mihi comparavi; atque ea, ut in præcedenti experimento, in plures partes diviſi, unam poſt alteram verſorio acui admovendo. Phænomena eadem ferme apparuerunt, videlicet partes diviſas attrahente aliquas, repellente alias vi donatas fuiſſe obſervavi; atque eæ, quibus inerat uterque polus, multo plures extiterunt.

Experimentum II. Inter cetera ferramenta, quæ mihi ad manus erant, duas ferreas virgas habebam figuræ cylindricæ, æque longas, ac craſſas. Utramque diligenter examinavi. Harum alteram inveni, quæ in extremitatibus gerebat polos ejuſdem nominis: nam cum auſtrali acus polo eas admoviſſem, ipſum ſatis valide attraxerunt, ex quo boreales polos eſſe cognovi; idque mihi eo magis perſuaſeram, quoniam in medio virgæ auſtralis polus reſidebat, qui ad octo digitos extendebatur: boreales ſinguli ad digitos quinque: unde medius, quippe quod majorem in virga extenſionem occuparet, duos alios etiam virtute ſua ſuperabat. In altera autem virga, quæ, ut dictum eſt, priori craſſitie, & longitudine par erat, poſitus polorum contrario plane modo ſe obtulit: in extremis nempe auſtrales, in medio borealem exiſtere acus nautica monuit. Horum quoque, ad extenſionem quod attinet, eadem fuit ratio. Borealis, ad digitos octo in longitudinem patebat, auſtrales ad quinque tantummodo porrigebantur; niſi quod unus altero robuſtior erat. Itaque in unaquaque virga tres poli commode numerari poterant. Poſt hæc virgarum extrema ſimul conjunxi, ut unam virgam conſtituerent; tunc acui appropinquata, atque ab uno extremo ejuſdem ad alterum ducta ſex memoratos polos alternatim ſe excipientes mihi elegantiſſime præbuit, quamvis tota virgæ longitudo non amplius quam triginta ſex pollices æquaret. Quo tempore hæc obſervabam virgas iterum conjunxi, ſed modo unam poſt aliam adaptando, modo ſimul colligando. Tunc polorum omnium vis notabiliter debilitabatur, quod eorum mutuam actionem, reactionemque oſtendere viſum eſt. Immo debiliorum polo-

rum aut attrahentem, aut repellentem facultatem ſic minui ab actione vividiorum intuebar, ut in iis plane deficere dixiſſes; neque polis priſtinum robur redibat, niſi cum virgæ iterum a ſe mutuo disjungerentur. Atque hæc in polis inducta debilitas fortaſſe in cauſa fuit, cur in virgis partes ſe offerrent, quæ nulla ratione in acum agerent, & acus immota perſiſteret, donec, mutato polo, aut iterum attraheretur, aut repelleretur, quod in polorum confiniis maxime contingere vidi.

Experimentum III. Ut vero de multiplicitate polorum in ferro exiſtentium adhuc certior fierem, ſequens experimentum inſtitui. Fila aliquot diverſæ longitudinis, iis tamen omnino ſimilia, quibus antea uſus fueram, tetendi, eorumque extremitates immobilibus punctis affixi. Si qui erant, ajebam ipſe, in illis poli, quamvis valde debiles futuros fuiſſe conjectarer, nihilominus mobiliſſimam acum nauticam afficere debuiſſent: neque enim in ferro polos exiſtere credidiſſem, niſi prius attractionis, & repulſionis ſigna apparuiſſent. Singula itaque fila exploravi, magneticam acum in viciniam illorum adducendo, eadem ſemper ab illis diſtantia ſervata, donec borealis acus polus ante omnes illorum partes tranſiiſſet: quo peracto, atque multoties experimento iterato, obſervavi, quod in uno, eodemque filo plures partes reperiebantur, quæ polum acus attraherent, plures, quæ repellerent, adeo ut attractionis, & repulſionis puncta alternatim ſe exciperent. Qua de re in uno filo ſæpius duos polos numeravi, interdum tres, interdum quatuor, non raro etiam plures. Quo loco animadvertendum eſt, ne, dum polos in ferramentis quærimus, acum nimis iiſdem appropinquemus. Sæpe enim accidit, ut in iis locis, in quibus repellens polus detegitur, attractionis quoque effectus obſerventur, atque polus, qui antea repellens erat, in attrahentem veluti mutatus appareat: ex quo partes in ferro adeſſe colligimus, quarum aliæ repellentes ſint, aliæ vero attrahentes. Quod adeo conſtans eſt, ut non ſolum in ferramentis juxta ipſorum longitudinem ſe manifeſtet, ſed in extremitatibus præſertim, ubi polaris vis validiorem, quam in ceteris ferramentorum partibus, ſe oſtendit.

Experimentum IV. Polorum exiſtentia, atque ipſorum multiplicitas, quas in ferreis filis detexeram, me ad utraſque

in

in quamplurimis aliis ferramentis perquirendas impulerunt. Juſſi ergo ut mihi afferrentur ingentes ferreæ haſtæ, figuræ parallelepipedæ, nunc cylindricæ, nunc alius. Similiter ſuper alia multa ferri fragmenta craſſitie, ac mole diverſa periclitatus ſum, quæ tamen omnia neque attritum paſſa fuerant, neque ignis actioni commiſſa. Admoto itaque ad plurium digitorum diſtantiam ſingulis haſtis boreali acus polo, qui per totam ipſarum longitudinem excurreret, conſtanter deprehendi, quod in iis duo plerumque aderant poli, borealis unus, auſtralis alter. Eodem modo reliqua ferramenta explorata, quotquot erant, polos exhibuerunt, unum borealem, alterum auſtralem. Quamobrem magneticam virtutem, quæ in artificum inſtrumentis elucet, quamque olim clariſſimus Boyleus, aliique præſtantiſſimi Phyſici vel ad attritum, vel ad calorem retulerunt, minime hiſce cauſis eſſe tribuendam exiſtimavi. Verum, ſi quem utraque in hoc phænomeno locum habet, nihil aliud præſtare videtur, ut dixi, quam ſopitos, ac veluti dormientes in ferro polos excitare. At ut redeam ad polorum varietatem, non omittendum eſſe cenſeo, quod facile diſtingui poteſt, ſive in filis, ſive in ferreis virgis alterna polorum viciſſitudo. Etenim quo tempore juxta ferri alicujus longitudinem verſoria acus excurrit, illius polus, ſive attrahens fuerit, ſive repellens, priuſquam in contrarium mutetur, acus ad aliquod tempus ſiſtitur, neque attrahi, neque repelli a ferro videtur; quod inſtantis jam mutationis polorum indicium eſt. Interim hæc polorum varietas in quibuſdam filamentis ſponte ſe offert. Nonnulla duobus tantum inſtructa ſunt. Quæ autem tres, aut quinque habere comperimus, in quo caſu medius ſemper reliquos excellit, duos tantum polos retinuerunt poſteaquam aut electricæ materiæ vividiſſima ſcintilla eadem pervaſerat, aut a magnete fuerant attacta, ut nihil magis utrumque agens abhorrere videatur, quam hanc ipſam in ferro uno polorum multitudinem.

Experimentum V. His non obſtantibus, animus non omni dubio vacabat. Ferrum enim in officinis fuſoriis, ubi vel in laminas ducitur, vel in maſſas alias figuræ diverſæ conformatur, ignis vim, & attritus actionem patitur. Dubitavi ergo ne vis magnetica in ipſo obſervata utriuſque cauſæ effectus eſſet. Ut hanc mihi dubitationem adimerem, rogavi

Sodalem noſtrum Cajetanum Montium, doctiſſimum virum, atque naturalis hiſtoriæ in hoc celebri Scientiarum Inſtituto Profeſſorem longe præſtantiſſimum, ut ſineret, experimenta hæc in ferreis mineris, quibus Inſtitutum abunde locupletatur, iterum inſtaurarem. Placuit propterea ab ochris exordiri, quarum ibi ingens numerus eſt. Hæ ferri matrices ab omnibus eſſe perhibentur, quoniam, inflammabili principio iis adjuncto, ferrum emergit. Quotquot itaque ibi erant, verſoria acu tentavi: veruntamen acus ſemper immota perſtitit; ideo nihil vel magnetici principii, vel ferreæ ſubſtantiæ in iis latitabat. Relictis ochris ad veras ferri mineras noſtrum ſtudium convertimus, ac primum ad rubiginoſas, quæ ab hiſtoricis naturalibus ita appellantur, quia colore rubiginis tectæ ſunt; formam habent cylindricam intus cavam, quamquam aliæ non paucæ ex cylindris ſolidis efformantur, quæ ponderoſæ, ac denſæ ſunt, & nihil differunt a ferro, niſi colore, qui ad plumbeum vergit. Dum igitur periclitarer, miratus ſum, quod in tanta iſtarum copia ne unam quidem invenerim, quæ motum vel minimum in acum induceret: ex quo in his aliquod principium deeſſe, quod vere ferrum conſtituat, jure merito rerum naturalium ſcriptores arbitrantur, qui eaſdem inter mineras imperfectas recenſent. At quidquid ſit, quod ad horum corporum perfectionem concurrat, erit ne id forte, quod ferro magneticam vim tribuat? atque hoc nonniſi mineris communicetur, aut cum in viſceribus terræ perficiuntur, aut cum funduntur in igne? Ut ut ſe res habeat, certum eſt, quod mineræ omnes, quæ ex multis pyramidibus conformantur, atque inter perfectas ab omnibus recenſentur, directrice virtute pollent. Quoties enim hujuſmodi in viciniam acus adducebam, continuo attractionis, & repulſionis motus conſequebantur, indicio manifeſto, quod earum polus unus terræ polum auſtralem, alter borealem reſpiciebat. Præterea cum multæ hujus generis inibi occurrant, in ſingulis ferme non duos polos tantum, ſed plures exiſtere didici. Quo factum eſt, ut poſt hujuſmodi obſervationes omne prorſus dubium abjecerim, neque igni amplius, neque attritui polarem ferri vim tribuendam eſſe cenſuerim. Quæ conſiderans miror valde, quod Phyſici uſque adhuc perfectum magnetiſmum in ferro non agnoverint. Quamquam vis hæc longe debiliorem

in

in eo, quam in magnete ſe prodat, non video tamen cur innumeræ ſcobis particulæ ab inermi magnete raperentur, ut lanugine tectus appareat, ſi earum ſingulæ ſuis polis non gauderent: alias neque a magnete traherentur, neque viciſſim ipſæ magnetem traherent.

Experimentum VI. Ferrum jam per ſe quidem magnetica virtute præditum eſſe ex hactenus dictis conſtat. Nunc pauca adjungam, quæ ad polarem ipſius vim ſpectant. In ferrea haſta figuræ parallelepipedæ undecim pedum menſuræ anglicanæ, quatuor lineas craſſa, duos tantum inveni polos, borealem nempe, & auſtralem. Uterque neque parem virtutem habebat, neque extenſionem. Borealis auſtralem longe excedens ad novem pedes, & digitos tres porrigebatur, auſtralis ad pedem unum, & digitos novem. Polorum confinia aliquanto diligentius perquiſita contorto filo ſignavi, & haſta ſupra menſam horizontaliter collocata, extremitati poli borealis fortiſſimi magnetis polos applicui, eamque in tota ea facie confricavi, quam ſeptentrionalis illius polus tenebat, præeunte auſtrali magnetis polo. His peractis ſequentia adnotavi. Primo vis ferri magnetica naturalis duplo major evaſit: movebat acum ad diſtantiam digitorum novem, & ultra. Secundo tres aliæ illius facies, quas magnes non affecerat, majorem & ipſæ magneticam vim acquiſiverant, quamvis non tantam, ut facies a magnete tacta oſtenderat. Tertio pars una poli ſeptentrionalis converſa eſt in auſtralem polum, altera nullam ſubiit mutationem, niſi quod, ut antea dictum eſt, robuſtior apparuerit, traheretque acum vividius. Sed hæc poli ſeptentrionalis in auſtralem converſio tres pedes, digitoſque ſimiliter tres exporrecta non modo in ea ferreæ haſtæ parte obſervabatur, quam magnes affrictu ſuo mutaverat, verum etiam in oppoſita, atque aliis duobus lateribus. Quarto latus illud, quod a magnete tactum ſeptentrionalem polum retinuerat, trahebat, repellebatque polum acus majori cum vi, quod minime contingere debuiſſet, quia imminuta fuerat valde ipſius extenſio. Interim cum haſtæ polum auſtralem exploraſſem, miratus ſum valde, quod ipſe in borealem totus mutatus fuiſſet, etſi magnes minime eum attigiſſet: itaque quantum magnes ex una parte boreali ferri polo dempſerat, tantum ferme eidem ex altera reſtituerat.

Expe-

Experimentum VII. Ferrum aliud figura cylindricum, novem pedes longum, duabus lineis craſſum, actioni magnetis ſubjeci. Ferrum inſtructum erat duobus polis boreali, & auſtrali. Borealis extenſio quinque pedum cum dimidio deprehenſa eſt, auſtralis circiter trium. Utrumque, ubi ſe contingebant, filo diſtinxi: magnete poſtmodum extremitati ferri ſeptentrionali applicito, idem uſque ad filum fortiter confricavi. Statim borealis polus in auſtralem converſus eſt. Per id vero tempus pars quoque auſtralis poli in borealem mutata fuit, quamvis nullum magnetis attritum antea fuiſſet paſſa. Naturalis magnetica vis ferri non auctam niſi aliquantulum prope extremitates ſe præbuit. Immo, dum hæc experirer, comperi eam in medio ferri ab actione magnetis debilitatam: quæ ſemel, atque iterum repetens ferrum acui approximando, ut prope ipſam excurreret, non duos amplius polos, ſed tres habere detexi, quorum medius borealis, qui vero ad latera extabant, auſtrales erant.

Experimentum VIII. Accepta altera ferrea haſta, cylindrica, duodecim pedes longa, craſſitie ſex lineas æquante, atque accurate examinata, duos polos, borealem, & auſtralem valde debiles eam habere compertum eſt. Borealis quatuor tantummodo pedes cum quinque digitis in longitudinem patebat, auſtralis vix ad tres cum dimidio extendebatur. Pars autem media, quæ inter polos erat, cum acui appropinquaretur, vel immota omnino, vel a meridiano tantiſper deflectere videbatur. Inſtituta de more magnetis frictione, borealis polus non omnis in auſtralem commutatus eſt, verum pars tantum ejuſdem, ut ad pedem unum adjectis quatuor digitis porrigeretur: reliqua, cum immutata permanſiſſet, nihilominus in acu vel attrahendo, vel repellendo majus robur adepta fuerat: quo tempore etiam in auſtrali polo aliquam mutationem inductam fuiſſe vidi: nam partim borealis evaſit, partim vero non; ex quibus conſtat, quod mutatio hæc fuit priori valde ſimilis. Quæ ſane arguunt, non poſſe nos aut unum, aut alterum ferri polum mutare, quin ambo ſimul mutentur, etiam quandoque nulla interveniente magnetis actione; quantum enim virtutis magneticæ uni polo additur, tantum plerumque alteri oppoſito demitur. Quibus ita ſe habentibus, nempe ut modo unus, modo alter ferri polus ex integro non mutetur,

ple-

plerumque etiam accidit, ut tunc temporis non amplius poli duo, ſed tres appareant, quemadmodum in hac haſta, & in ſuperiori eveniſſe diximus: illius namque extrema auſtrales poli tenebant, medium autem borealis.

Experimentum IX. Ferrea lamina magnetis virtute imbuta eſt. Tota longitudo erat pedum ferme quatuordecim, latitudo duorum digitorum, craſſities duarum linearum cum dimidia. Antequam magnetis actioni ſubjicerem, eamdem examinavi: trahebat ex una parte acum, ex altera repellebat, ut nemini dubium videretur, quin directrice virtute polleret. In hac, ſecus atque aliis hujus generis ferramentis, auſtralis polus magis extendebatur, quam borealis: quinque pedum, & digitorum novem cum dimidio ejus menſura erat, borealis quatuor & digitorum octo. Præterea in eadem pars aliqua deprehendebatur ad aliquot pedes extenſa, ubi poli conjungebantur, quæ nullam actionem in acum exercebat. Poſteaquam, inſtituta ſupra laminam valida frictione, magnetem duxeram uſque ad borealis poli confinia, nonnullæ mutationes factæ ſunt. Primo naturalis vis laminæ ſive in attrahendo, ſive in repellendo acum debilis admodum evaſit. Secundo extenſio poli ſeptentrionalis vegetior extitit. Nam pars laminæ, quæ nulla ratione in acum agebat, tunc auſtralem acus polum trahebat. Tertio pars poli auſtralis laminæ a magnete non tacta in borealem polum converſa fuit, maxime in ea auſtralis poli parte, quæ proxima erat polorum confiniis. Quam ob rem in hoc ferro, poſt magnetis affrictum, tres poli numerabantur, auſtrales duo parum extenſi, borealis alter, medius inter hos duos, qui totam ferme longitudinem laminæ occupabat.

Experimentum X. Relictis quatuor indicatis ferreis haſtis, alias in experimentum adduxi, quæ craſſitie, forma, longitudine adhibitis erant valde ſimiles. Periclitari volebam, quid ipſis eveniſſet, ſi uno, atque continuato magnetis ductu easdem confricaſſem. Propterea, adnotatis earum polis, experimentum primum feci ſupra eam, quæ figura parallelepipeda donata erat. Iterata confricatione uterque ejus polus ſe convertit; qui borealis erat auſtralem ſe præbuit, & e contra. Utriuſque extenſio non parum imminuta fuit: plus tamen amiſit borealis, quam auſtralis: illum enim tribus pedibus, hunc uno tantummodo cum quatuor digitis

gitis breviorem factum fuiſſe deprehendi. Interea cogitavi de modo, quo poſſet unus, atque alter polus, abſque magnetis concurſu, in ſuum locum reſtitui. Conſtat apud Phyſicos, quod converſi poli iterum in priſtinum ferri locum reſtituuntur, quoties contrario ductu magnes ad oppoſitam ferri partem adducitur. Mihi vero placuit ferrum jam dictum in ambabus extremitatibus malleo percutere, ut tota haſta contremiſceret. Verum enimvero uterque polus poſt quinque, vel ſex ictus ſuo loco ſe reſtituit. At tunc in haſta non duo modo, ſed poli ſex numerabantur, qui alternatim ſe excipiebant. Parem exitum, aut certe non admodum diſſimilem, habuit experimentum, quod in lamina decem pedes longa inſtitui. Hæc tribus polis ornata erat, duobus borealibus ad extrema, auſtrali in medio, qui utrinque longe exporrectus multo aliis præſtantiorem ſe obtulerat. Vis magnetis auſtralem in borealem, unum ex borealibus in auſtralem converterat, alterum intactum reliquit: tunc repetitis aliquot mallei ictibus, nova iterum polorum converſio facta eſt, qua omnia in priſtinum ita ſunt reſtituta, ac ſi ferrum antea a magnete tactum nullo tremore, vel nulla percuſſione fuiſſet affectum. Experimenta hæc pluries repetere non deſtiti, ut viderem num tremore a percuſſione in ferramenta inducto conſtans eſſet polorum in priſtinum locum reſtitutio: quoties id mihi experiri contigit, toties optatum exitum aſſequutus ſum.

Experimentum XI. Celeberrimi Franklini experimenta in acubus nauticis facta magneticum principium, & electricum aut unum idemque eſſe, aut certe magnam inter hæc duo analogiam intercedere declararunt. Præclarum inventum hoc a nemine in Italia, quod ego ſcirem, fuerat confirmatum. Rei itaque novitate permotus ab anno uſque 1757 occaſionem experiundi arripui. Ex duobus ſubtiliſſimis filamentis ferreis inſimul contortis acum nauticam conſtruxi, cujus pondus grana duo cum dimidio æquabat. Diligentiſſime acu explorata, expers eadem prorſus erat magnetici principii. Ipſam in meridiano ſupra ingentem laminam vitream, quam Franklini Quadratum magicum appellant, collocavi, fortiſſima ſcintilla ab ejus extremitate, qua auſtralem regionem ſpectabat, educta; deinde tenuiſſimo, acutiſſimoque fulcro acum impoſui, ut qua parte exierat ſcintilla bo-

boream reſpiceret: converſa ſtatim eſt, & ad utrumque mundi polum ſe direxit. Extremitas acus, per quam ignis electricus foras eruperat, auſtralis polus evaſit, altera borealis, quod ferrum utrique polo admotum indicavit: nam auſtralis polus ſemper, ut ſolet, attrahens, borealis repellens fuit. Experimentum hoc in ſimillimis acubus iteravi, ſemperque eodem exitu. Monuerat inſuper Franklinus, majorem tunc temporis in iſtis directricem virtutem electrica materia excitari, ſi eæ ad auſtrum, & aquilonem, minorem ſi in orientem, & occidentem ſpectent. Res non ſemel a nobis tentata eſt, acubus ad diverſas mundi plagas converſis, earumque etiam nonnullis ſupra indicatam laminam vitream perpendiculariter erectis. Revera cum ſcintillam a ſingulis eduxiſſem, polaris vis in omnibus debilior extitit, quod a majori ipſarum declinatione, & a minori in attrahendo, repellendoque facultate deduxi.

Experimentum XII. Ex acubus, quas electrica materies magneticas reddiderat, unam elegi ceteris omnibus præſtantiorem. Ex boreali ejus polo, quem ad auſtrum converteram, electricam ſcintillam extraxi. Continuo polus, qui antea borealis erat, in auſtralem converſus eſt, & auſtralis, per quem ignis electricus ſubjerat, in borealem: adeoque utriuſque poli vires attrahentes, repellenteſque inverſæ fuerunt. Ut in hac acu, ſic in aliis etiam bene multis fuit æque prompta polorum converſio: quare phænomeno hoc nihil certius haberi poteſt. Ceterum acus, quæ apud me erant, mole grandiores, nec plurium ſcintillarum eductione ad polos terræ dirigere unquam potui, nec etiam, ſi a magnete directricem facultatem antea acquiſiviſſent, vis electrica quidquam valuit ad polos in ipſis convertendos. Quæ erant ex chalybe comparatæ pariſienſes digitos circiter tres longæ, atque grana ſex cum dimidio pendentes, magneticæ fieri omnino recuſarunt: quod non a duriori metalli compagine, aut ab earum peculiari textura, ſed ab electricitate potius, quæ tanto effectui edendo impar eſſet, repetendum judicavi. Quapropter non dubito, quin acus dictas, aliaſque grandiores, ac ponderoſiores magneticas reddidiſſem, quando electricitate aucta per plures laminas Franklinianas ſcintillam longe fortiſſimam excutere potuiſſem. Atque hæc de Frankliniano invento. Magna interim clariſſimorum vi-

virorum diſſenſio eſt, qui fiat, ut electricitas æque ac magnes polaritatem pariat? Multorum ſententia fert, quod ab utraque cauſa meatus in ferro aperiantur, per quos libere fluidum magneticum excurrat: alii aliter opinantur. At quid eſt, quod magnes, corpus duriſſimum, atque ponderoſiſſimum, ſolo contactu ferrum magneticum reddat? ex adverſo electrica materia, tenuiſſimum, mobiliſſimumque fluidum, effectum eumdem præſtet? Quid inſuper quod ferrum alteri affrictum, aut ab ipſo percuſſum, magnetiſmum concipiat? Verum hæc nimis obſcura ſunt. Polaritas ab electricitate orta, polorumque converſio lucem fortaſſe aliquam afferre poterunt eorum ſyſtemati, qui credunt, fluidum in rerum natura exiſtere, cui maxima facultas inſit magnetiſmum in ferrum inducendi: quare hypotheſim illam non adeo reprehendendam puto, quæ per ſpeciem quamdam effluviorum a magnete prodeuntium, aut per ætherem circumambientem magnetis phænomena explicat. Et quamvis experientiſſimus Muſchembroekius opinionem hanc, ut falſam, omnino redarguat, idque validiſſimis rationibus demonſtrare conetur, videntur tamen argumenta, quotquot ab ipſo afferuntur, ab hac nuper detecta electricitatis proprietate non parum infirmari.

Experimentum XIII. Acus, de quibus memini, utrum præter polarem vim, ceteris magnetis qualitatibus inſtructæ eſſent ulterius perquiſivi. Magneti vires multæ a Phyſicis tribuuntur, quæ, ſi in ferrum tranſierint, nihil eſt cur illud tamquam magnetem non reputemus. Inter has vis attrahens recenſetur, qua ferri particulas rapit, ſibique adhærentes detinet. Propterea acus jam dictas limaturæ chalybis admovi, cujus ſtatim particulæ ab illis arreptæ firmiter iiſdem adhæſerunt, majori quidem copia, cum vividior electrici ignis ſcintilla acus pervaſiſſet, minori, cum debilior: quare electricitas aliorum magnetum naturam egregie imitari videtur, qui attrahentem virtutem in ratione ſuarum virium ferramentis communicant. Aliud quoque obſervavi, quod analogiam maximam eſſe electrici principii & magnetici teſtatur. Vividiſſimas ſcintillas modo ab una, modo ab altera acuum extremitate eduxeram, ut attrahentem vim, quam poſſem, maximam inducerem: poſtmodum ſcintillam aliam non admodum fortem rurſus in illis excitabam; tunc earum vis attra-

trahens continuo imminuebatur, atque ita, ut ſcintillæ vim ſequi omnino dixiſſes; quod in acubus verſoriis a fortioribus magnetibus prius tactis, atque exinde debiliorum actione affectis, contigiſſe Phyſici nonnulli, Muſchembroekius in primis, tradiderunt.

Experimentum XIV. Acui, quam electricitas magnetiſmo imbuerat, aliam magnetico principio expertem applicui, contortoque filo ambas conjunxi, ut earum partes mutuo tangerentur. Poſt horæ quadrantem, filo exſoluto, acus antea non magnetica ad mundi polos ſe convertens attrahentem, ac repellentem vim acquiſiverat. Interim, ferro acui admoto, extremitas illa, quam auſtralis polus alterius acus contigerat, ad boream, quam autem borealis, ad auſtrum ſe direxit, eamdemque mutationem magneticas acus omnes ſubire, ſi alicujus magnetis polis applicarentur, experientia jamdudum innotuit.

Experimentum XV. Malleo percuſſi acum electricitatis vi magneticam. Ictus nonniſi eam partem affecerat, qua acus regionem ſeptentrionalem reſpiciebat: tota ferme directrix vis extincta eſt. Septentrionalis polus non repellebatur, ut ſolet, a ferramentis virtute magnetica carentibus, parum ab iis, quæ aliquid in ſe ipſis magnetici principii gerunt. Acus altera eodem modo percuſſa, multum de vi ſua amiſit; ut vero ex integro vis periret, opus fuit, auſtralem polum malleo contundere. Cum aliam acum vi omni ſua exuere voluerim, ſat fuit extremitates, ceteraſque illius partes variis modis flectere, ac contorquere, ſicuti Derhamium feciſſe legimus, qui plurima, atque curioſa phænomena in filamentis ferreis nunc fractis, nunc contortis animadvertit, quæ jampridem magnetica virtute nobilitaverat.

Experimentum XVI. Ferrum igne emollitum, mox frigefactum, aptius reddi ad effluvia magnetica recipienda Phyſici docuerunt. At ignis actio, ſi violentiſſima extiterit, vel ipſi magneti infenſiſſima eſt: orbatur viribus ſuis in igne candeſcens. Utrum noſtrarum acuum magnetiſmus ignis præſentia extingueretur, ad phænomenorum identitatem principii magnetici, & electrici multo magis illuſtrandam, experiri oportebat. In acubus candelæ flammæ admotis, atque uſque eo calefactis, donec in utraque parte rubeſcerent, tota periit polaris vis, nec eam impoſterum recuperare potuerunt,

quamvis iterum electricitati committerentur: ſolo magnetis affrictu aliquem polaritatis gradum adeptæ ſunt. Alias deinde acus foco lentis diametri novem pollicum expoſui: canduerunt omnes, directrice virtute amiſſa: lux enim ſimpliciſſimum corpus eſſe, itemque puriſſimus ignis exiſtimatur.

Experimentum XVII. Præter memoratas magnetiſmi proprietates, quæ ſicuti a magnete, ita ab electricitate in acus transferuntur, declinatio, atque inclinatio fuit omnibus communis. Declinatio variam ſe obtulit juxta majorem, minoremve electricæ ſcintillæ efficaciam. Quas fortis electricitas permeaverat, ut plurimum decem & quinque gradus, quas autem debilis, modo viginti tantum, modo viginti quinque declinabant. Tentavi declinationem hujuſmodi acuum aliqua, ſi poſſem, ratione variare, aut eam augendo, aut minuendo. Conatus noſtri irriti omnino fuerunt. Nam acus eædem, vel ipſis deinde magnetis polis applicitæ, quam ſingulæ declinationem habebant, conſtanter retinuerunt. Hæc ſi cum iis comparentur, quæ apud Phyſicos de verſoria acu adnotata leguntur, qui ſæpius non modo in anno, ſed quandoque in ſingulis ferme diebus acum variare profitentur, erit cur iterum miremur, quod validiſſimis agentibus, electricitate nempe, & magnete, declinationem noſtrarum acuum nullo modo variare potuiſſemus. Verum tam miræ proprietatis cauſas nos penitus ignoramus; quæ an in terræ viſceribus, aut in atmoſphæra ſe abſcondant, difficile eſt definire. Nihilominus analogia inter magneticum, & electricum principium, hujus vero ingens copia, quæ in aere dominatur, polorum in ferro converſio, quæ interdum accidit, dum vapor electricus ex una cæli regione in aliam celeriter transfertur, ſuſpicionem movent, ut ſimiles mutationes intra terraqueum globum contingere quandoque poſſint, ubi maxima ferri, & electrici vaporis copia reconditur. Quæ ſi ita ſunt, non erit abs re conjectari, quod tunc acus poli cogantur nunc ad unam, nunc ad alteram mundi plagam declinare, juxta variam ferri etiam in terræ penetralibus latentis alterationem.

PAUL-

PAULLI FRISII

De rotatione corporum

AD

BONONIENSEM SCIENTIARUM ACADEMIAM

COMMENTARIUS.

DE rotatione corporum acturi tractationem omnem inde exordiemur, unde omnis Mechanica exordium ducit, principio ſcilicet compoſitionis, & reſolutionis motuum. Quod quidem principium a Galilæo primum inventum, & a Nevvtono, ac Daniele Bernoullio demonſtratum cum deinde authores aliqui dubiis undique, ac difficultatibus implicarint, alii vero principiis aliis per ſe evidentibus confirmaverint, videtur ex eo dumtaxat evidentiſſimo principio colligi, quod binæ vires acuto directionis angulo conſpirantes ſe ſe adjuvent, &, quæ ſuis directionibus angulum obtuſum continent, ſe ſe invicem impediant. Inde enim compoſitionis, & reſolutionis lex pro caſu anguli recti manifeſtiſſime colligitur: ad quem anguli recti caſum caſus deinde alii anguli acuti, obtuſique geometrice reduci poſſunt.

Primo igitur ſi corpus aliquod data qualibet vi impulſum juxta directionem AD moveatur (*fig.* 1.) ipſique accedat vis alia, quæ dirigatur juxta rectam aliam AP, & angulus PAD ſit acutus; major fiet omnis velocitas, qua corpus rectæ DC ad AD perpendiculari accedet: & contra velocitas eadem fiet minor, ſi obtuſus ſit angulus P'AD. Ex quo evidenti principio evidenter etiam conſequitur, quod ſi angulus PAD ex acuto in obtuſum gradatim abeat, & recta AP circa punctum A converſa perpendicularis fiat rectæ AD, compleaturque rectangulum ABCD; corpus ob vim AD eodem modo accedet lateri DC, ſive vis AB imprimatur, ſive non. Id ipſum reductione ad abſurdum facta oſten-

oſtendimus in introductione operis *De Gravitate univerſali corporum*. Producta enim DA in E, cum directio vis AB utrinque æqualiter ad AD, & AE inclinetur, & utrinque æqualiter ſe habeat, ſi quæ ſit ipſius actio ſecundum AD corpus accelerando, aut retardando, alia æqualis actio in contrariam partem haberi debet ſecundum AE: quo poſito binæ æquales, & contrariæ vires ſe mutuo deſtruent.

Quod ſi igitur corpori in puncto A binæ vires imprimantur ſecundum rectas AD, AB ſibi invicem perpendiculares, & velocitates inde ortæ proportionales ſint rectis ipſis; poſt finem dati temporis corpus ob vim priorem alicubi in recta DC, ac ſimiliter ob vim alteram in recta BC reperietur, ſive ſimul, ſive ſeorſim binæ vires imprimantur. Igitur binis viribus ſimul impreſſis corpus in fine ejuſdem temporis reperietur in communi concurſu C rectarum BC, DC: & quia motus omnis, qui ex viribus ſemel impreſſis oritur, ſecundum lineam rectam dirigitur; corpus ex A in C nonniſi per diagonalem AC feretur, & diagonalem abſolvet eodem tempore, quo abſolveret latera viribus ſeparatis. Scilicet binæ vires, quæ binis rectanguli lateribus exprimuntur, æquivalebunt vi uni, quæ diagonali exprimetur; & uni huic binæ illæ, & binis illis hæc una ſubſtitui poteſt. Pari enim modo dum corpus per diagonalem AC movetur, ſpatiis AB, AD recedit a lateribus AD, AB, & bini hi motus, cum rectos angulos ſuis directionibus efficiant, nequeunt ſe invicem turbare.

His poſitis in puncto A imprimantur corpori binæ aliæ quæcumque vires AG, AE (*fig.* 2. & 3.) compleanturque rectangula ABCD, ADEF. Ut modo diximus, vis AE æquivalebit duabus aliis AD, AF: adeoque binæ AE, AG æquivalebunt duabus AD, & AG $\pm$ AF. Valebit autem ſuperius ſignum, cum angulus EAG erit acutus, & punctum F ultra A ad eamdem plagam cadet cum puncto G: inferius vero, cum puncta F, G cadent in adverſas partes, & fiet obtuſus angulus EAG. Quare cum rectæ AF, GB æquales ſint inter ſe, vis AG $\pm$ AF pro caſu utroque anguli acuti, obtuſique æquivalebit vi AB: atque ita binæ AE, AG reducentur ad binas AD, AB, quas diximus æquivalere vi uni AC. Viciſſim vis AC æquivalebit binis AD, AB, & pro vi AB ſecundum eamdem directionem ſubſtitui

pote-

poterit vis AB + AF — AF. Jam vero pro caſu anguli acuti vires AD, & + AF componunt vim AE, & vis AB — AF eſt ipſa vis AG: pro caſu vero anguli obtuſi vis AE componitur ex binis AD, & — AF, ac vis AB + AF, ſive AB + BG eſt adhuc eadem vis AG. Univerſim igitur binæ vires binis lateribus parallelogrammi cujuſlibet expreſſæ æquivalebunt vi uni, quæ exprimetur diagonali, & vis diagonali expreſſa æquivalebit duabus aliis, quæ exprimentur lateribus.

Quia diagonalis ſemper eſt minor ſumma duorum laterum, compoſita etiam velocitas ſecundum diagonalem minor erit ſumma duarum velocitatum juxta parallelogrammi latera reſolutarum. Sed ſi ex E, & G (*fig.* 4.) in AC ducantur perpendicula EM, GN, erit AN pars vis AG, & AM pars vis AE, quæ ſecundum AC exercebitur, eritque in caſu anguli EAC acuti AC = AN + NC = AN + AM: & in caſu obtuſi ejuſdem anguli erit AC = AN — AM. Semper igitur quem effectum duæ vires edunt ſecundum diagonalis directionem, eumdem edit in directione eadem vis una æquivalens. Pariter quia vires æquales, & contrariæ ſe ſe invicem compenſant, atque eſt AC = AN ± AM, & NG = ME, perinde erit ſi loco vis AC intelligamus corpus in puncto A ſecundum AC impelli ſumma, aut differentia virium AN ± AM, & ſecundum directionem perpendicularem impelli viribus + ME, & — NG. Jam vero binæ + AN, & — NG componunt vim AG, & in caſu anguli acuti vires + AM, & + ME in puncto A componunt vim AE: pro caſu vero obtuſi anguli vis AE componitur ex binis — AM, & + ME. Rurſus itaque vis, quæ exprimitur diagonali, eumdem effectum exerit ſecundum latera, quem edunt binæ aliæ vires binis lateribus expreſſæ.

Similí modo vis ex binis prioribus compoſita cum tertia qualibet vi ſuperaddita, & quotcumque aliis componi poterit: atque univerſim quotcumque vires, quarum directio per datum aliquod punctum tranſeat, ſemper in unicam vim conſurgent. Ut vero ſimul componamus etiam duas vires Gg, Hh (*fig.* 5.) inter ſe parallelas, impreſſaſque ad eamdem plagam, ſtatuamus eaſdem vires in iiſdem punctis G, & H imprimi ſecundum directiones quaſcumque alias GA, HA, quæ intra parallelas Gg, Hh concurrant in puncto

ĉto A. Poſita PA $=$ Gg, & EA $=$ Hh, completoque parallelogrammo PAEC, vis æquivalens erit AC. Deinde vero ſi ex G, & H in AC productam demittantur perpendicula GN, HM, erit $\frac{GN}{GA} : \frac{HM}{HA} =$ ſin. GAT : ſin. HAT $=$ PC : PA $=$ Hh : Gg. Manente igitur quantitate virium Gg, Hh in punctis G, & H impreſſarum, ſtatuamus directiones GA, HA ita variari, ut longius ſemper concurrant, ac denique angulus GAH fiat minor quocumque dato. Rectæ GA, TA, HA fient denique æquales, & parallelæ inter ſe, ac puncta N, T, M ſimul congruent, & diagonalis AC æquabitur ſummæ duorum laterum AP, AE. Itaque binæ vires Gg, Hh, quæ ad eamdem plagam juxta directiones parallelas tendant, vi uni æquivalebunt, quæ quantitate ſua exæquet ſummam duarum virium, & directionem pariter parallelam habeat, atque ita applicetur in puncto T, ut diſtantia GH dividatur in ratione reciproca virium, & ſit GT : HT $=$ Hh : Gg.

Vis autem omnis, quam punctum T ſuſtinebit, æqualis erit ſummæ duarum virium parallelarum in G, & H ad eamdem plagam tendentium: atque univerſim datis duabus viribus Gg, Hh parallelis, & conſpirantibus, dataque ipſarum diſtantia HG, accipiendo HT $= \frac{Gg \cdot HG}{Gg + Hh}$, habebitur punctum T, cui vis æqualis earumdem ſummæ in adverſam partem, & parallele applicanda eſt, ut æquilibrium habeatur. Et viciſſim datis duabus viribus Tt, Gg oppoſitis, & parallelis, dataque ipſarum diſtantia TG, vis una æquivalens habebitur utriuſque differentiam juxta directionem parallelam applicando in puncto H, quod a T diſtet quantitate HT $= \frac{Gg \cdot TG}{Tt - Gg}$. Hac etiam ratione vis quælibet TP perpendicularis plano cuilibet HOG (*fig. 6.*) ſemper in binas parallelas reſolvi poterit, quarum una applicetur in puncto H, & obtineat valorem quemcumque datum: ſi ſcilicet producatur HT in G, & ſit HT : GT ut differentia duarum virium in H, & T agentium ad vim agentem in puncto H, & differentia eadem virium inſuper applicetur in puncto G.

Et quia binæ vires ſecundum rectam AH perpendicula-

larem, & AB parallelam plano HOG, vim unicam AC componunt plano eidem obliquam, quæ in duas reſolvi poteſt per C tranſeuntes, perpendicularem unam, alteram jacentem in plano ipſo; binæ autem vires perpendiculares in C, & G vim unicam, & perpendicularem pariter componunt: binæ vires, quarum una ſit perpendicularis, altera parallela alicui plano, reſolventur demum in binas alias, quarum una ſit perpendicularis, altera in plano ipſo jaceat. Cum itaque vires omnes, quæ agunt in plano aliquo, ſive alicubi ſimul conveniant, ſive parallelæ ſint inter ſe, ad unicam vim in eodem plano agentem reduci poſſint; cumque inſuper vires omnes perpendiculares plano, ut jam oſtendimus, reducantur pariter ad vim unicam, quæ exæquet ſummam virium tendentium ad eamdem plagam, aut differentiam earum, quæ tendunt in adverſas partes; ac demum cum vires omnes parallelæ plano alicui dato, qua modo oſtendimus methodo, cum viribus perpendicularibus ita componi poſſint, ut una tantum ſit vis perpendicularis, altera in plano ipſo jaceat: univerſim quæcumque vires, quæ utcumque alicui corpori poſſunt imprimi, ultimo in binas tantum reſolventur, quarum una jaceat in plano quocumque dato, altera ſit plano ipſi perpendicularis.

Theorema hujuſmodi exhibuit Eques Clariſſimus Julius Mozzius in opuſculo de momentanea rotatione corporum, in quo etiam alia addidit, quæ theoriam motus amplificant, & generalem methodum tradidit, cujus ope projectionis, & rotationis motus in quovis corpore data qualibet vi genitos determinavit. Unum hic adjiciemus, quod Mozzio lemmatis loco eſt, quodque cum ipſe duplici methodo demonſtraverit, paulo aliter ex principiis antecedentibus poteſt colligi. Si corpori cuicumque ſecundum directiones contrarias, & parallelas imprimantur binæ æquales vires EF, HG (*fig.* 7.) ipſiſque addatur vis tertia PQ, quæ priores directiones ſecet ad rectos angulos; vis compoſita LN æqualis, & parallela erit intermediæ PQ, atque ab ipſius directione BG diſtabit intervallo $GL = \frac{EF}{QP} . BG$. Producantur enim tres directiones quouſque ſibi occurrant in B, & G, accipiaturque BC = EF, & AB = QP, completoque rectangulo CA, vis ex binis compoſita ſit BD. Producatur etiam

BD quouſque directioni vis HG occurrat in puncto L, accipiaturque LM = BD, & LO = HG. Quia binæ vires BD, HG eodem modo agere debent ſi ſimul applicari intelligantur in puncto L ſecundum LM una, & altera ſecundum LO, completo parallelogrammo MO vis LN æquivalebit duabus HG, BD, ſeu tribus HG, QP, EF; atque ob æqualitatem triangulorum LNO, ABD erit LN = PQ, ob ſimilitudinem vero trianguli GBL erit GL $= \frac{EF}{QP} . BG$.

Vis intermedia AB, aut PQ ad alterutram ex parallelis viribus EF, aut HG ſe habebit ut diſtantia parallelarum virium BG ad diſtantiam GL directionis vis intermediæ, ac vis ex omnibus compoſitæ LN; & ſi manente vi PQ binæ æquales, & contrariæ vires EF, HG varientur in ratione inverſa diſtantiæ BG, & maneat idem productum $\frac{EF}{QP} . BG$, ſemper vis eadem LN ad eamdem diſtantiam GL æquilibrium cum tribus viribus propoſitis conſtituet. Dato autem producto EF . BG diſtantia GL variabitur in ratione inverſa vis intermediæ PQ, ſeu vis compoſitæ LN. Et ſi juxta parallelas alias fb, GL imprimantur binæ aliæ vires, quæ directionem viribus prioribus ſingulæ contrariam habeant, & quantitatem ef habeant diſtantiæ Gb reciproce proportionalem, ipſiſque addatur vis, quæ æqualis ſit vi PQ, & directionem contrariam habeat; erit vis compoſita — LN = — PQ, & diſtantia GL $= \frac{ef}{PQ} . Gb = \frac{EF}{PQ} . GB$, eruntque tres ipſæ vires cum tribus aliis prioribus in æquilibrio. Et quia vires etiam PQ, & — PQ in æquilibrio ſunt inter ſe, vires etiam EF ſecundum BF, & — EF ſecundum GL in æquilibrio erunt cum duabus aliis — ef, & + ef ſecundum duas alias lineas prioribus parallelas, ſi parallelarum diſtantiæ fuerint reciproce ut vires.

Mozzii liber Neapoli prodiit anno 1763, & jam ab anno 1760 intra amicorum manus, & meas etiam verſabatur. In ipſo vir acutiſſimus, mihique neceſſitudine conjunctiſſimus falſum eſſe oſtendit, quod Joannes Bernoullius in Propoſitionibus Mechanico-Dynamicis principii loco aſſumpſerat, axem ſpontaneæ rotationis, circa quem corpus a vi quacumque extra gravitatis centrum impulſum primo inclina-

na-

nari incipit, ſemper eſſe normalem plano, quod per gravitatis centrum, & directionem vis impellentis tranſit: ac deinde ex præmiſſo lemmate generales æquationes eruit, quæ poſitionem axis, & motum omnem projectionis, rotationiſque pro caſu quolibet determinant. Anno 1761 in lucem prodiit tomus primus opuſculorum Alembertii, ubi jam antea in libro de præceſſione æquinoctiorum a clariſſimo Authore inventa motus principia ad generalem ſolutionem problematis traducta ſunt, & ſex occurrunt generales æquationes, ex quibus ſolutio eadem pendet. Anno denique 1765 præclarum Euleri opus prodiit de motu corporum rigidorum, in quo problemata hæc omnia ad ultimas uſque æquationes per caſus ſingulos traducta ſunt. Singillatim vero in Probl. 59, & 60 Eulerus æquationes binas exhibuit, quæ poſitionem axis, & rotationis motum definiunt, æquationeſque ipſas evolvendo in eadem incidit Mozzii theoremata: rotationis axem non ſemper jacere in plano per gravitatis centrum traducto, atque ad directionem vis impellentis normali: unica tantum vi impreſſa, præter motum rotationis, alium inſuper motum haberi poſſe, quo ſingulæ corporis particulæ parallele ad axem ferantur: quantitatem motus centri gravitatis eamdem eſſe, ac ſi vis imprimeretur in centro ipſo &c.

Ego, cum iiſdem fere temporibus theoriam motus excolerem, in methodum aliam incidi, cujus ope eædem ſimul Euleri, & Mozzii formulæ breviter colliguntur, ac generatim omnibus hiſce problematis ſatisfit. Anno etiam 1759 in diſſertationibus Lucæ editis demonſtrationem exhibui illius theorematis, quo principium compoſitionis, & reſolutionis motuum ad rotationis motus traducitur, & ex quo problematis præceſſionis æquinoctiorum, & nutationis terreſtris axis, caſus nimirum in univerſa motuum theoria difficillimi, facilior ſolutio eruitur, ut in præcedente Commentariorum volumine videre eſt. In ſpecimine theoriæ turbinum anno 1755 Halæ edito ſingulare aliud theorema invenit D. Segnerus, quod ſcilicet in unoquoque corpore ſaltem tres axes aſſignari poſſint ſe ad angulum rectum ſecantes, circa quos ubi ſemel rotatio inceperit invariabiliter continuari poſſit. Primam theorematis demonſtrationem protulit Albertus Eulerus in diſſertatione, quæ præmium Pariſienſis Academiæ anno 1761 retulit. Demonſtrationes alias ſua ſinguli methodo

exhibuerunt Alembertius to. 4 opuſcul., Leonardus Eulerus cap. 5 de motu corporum rigidorum, & Grangius in diſſertatione, quæ præmium anni 1764 a Pariſienſi Academia obtinuit. Ignatius Radicatus Coconati Comes anno 1760, in Etruria cum eſſet, demonſtrationem theorematis effecit ſimpliciſſimam, & plura corollaria elegantia, & tunc temporis nova adjecit. Deinde vero ex theoremate ipſo trium axium invariabilium, atque ex alio theoremate compoſitionis motuum rotationis Mathematicus plane ſummus breviorem methodum eruit determinandi motus corporis cujuſcumque. Ut quæ a me, & Amicis optimis inventa ſunt ordine ſuo ſingula pertractentur, Mozzii primum, deinde aliam, quæ mea eſt, ac tertio Radicati methodum exponam.

Pars Prior.

DE METHODO EQUITIS JULII MOZZII.

Motus corporis cujuſcumque BGb (*fig.* 8.) ultimo in duos reſolvi poteſt, quorum uno particulæ ſingulæ circa axem aliquem Bb rotari incipiant, altero autem ferantur parallele ad eumdem axem. Quod cum binis demonſtrationibus Mozzius ſtatuiſſet, partim ex ſe manifeſtum videtur eſſe, partim ex alio theoremate compoſitionis motuum rotationis videtur manifeſte conſequi. Primo enim patet quod ſi in toto ſyſtemate moti corporis ſit punctum aliquod C immobile, per ipſum ducta recta aliqua OGC, velocitas particulæ cujuſque O proportionalis eſſe debet diſtantiæ OC. Patet etiam quod, ut motu incepto totum corpus continuum maneat, aliarum omnium particularum velocitates debent eſſe proportionales diſtantiæ a recta aliqua, quæ per C tranſeat. Quod ſi vero, dum totum corpus circa rectam hujuſmodi veluti axem rotari incipit, inclinetur etiam circa axes alios quotcumque in quibuslibet planis poſitos, ex iis omnibus motibus rotationis ſemper unica rotatio exſurget circa axem aliquem Bb. In toto autem corporis ſyſtemate nullum erit punctum immobile, ſi præter motum illum proportionalem diſtantiæ ab axe aliquo particulæ ſingulæ motum alium communem habeant, quo parallele ad axem ferantur.

Sta-

Statuamus igitur, corpus circa axem BCb revolvi, & motum alium concipere eidem axi communem, & parallelum. Sit BGb planum, quod per axem, & gravitatis centrum G ducitur, & ex punctis quibuſlibet P, aut p, ſupra aut infra planum acceptis, in axem, & planum ipſum ducantur perpendicula PB, pb, & PQ, pq. Sit φ velocitas rotationis centri gravitatis circa axem: & quia angularis velocitas particularum omnium rotantium eſt eadem, abſoluta autem velocitas eſt proportionalis diſtantiæ ab axe motus, ſit $\frac{PB}{CG} \cdot \varphi$ velocitas puncti cujuſcumque P ſecundum rectam PM tangentem circuli radio PB deſcripti. Sit etiam Δ velocitas a particulis ſingulis parallele ad axem concepta, & quantitas motus communis totius corporis ſit $M\Delta$. Statuamus, motus hos omnes unica vi gigni poſſe, cujus directio FH plano BGb occurrat in puncto H, & ſit π velocitas communis, quam ipſa gigneret, ſi in centro gravitatis imprimeretur, ac propterea ſit vis eadem $M\pi$. Demiſſo ex F in planum BGb perpendiculo FK dividetur vis ipſa in binas alias, unam $\frac{FK}{FH} \cdot M\pi$ perpendicularem, alteram $\frac{KH}{FH} \cdot M\pi$ agentem in plano BGb.

Simili modo velocitas $\frac{PB}{CG} \cdot \varphi$ puncti cujuſque P ſecundum PM concepta reſolvi poterit in duas alias unam $\frac{PB}{CG} \cdot \frac{PQ}{PM} \cdot \varphi$, ſive $\frac{QB}{CG} \cdot \varphi$ perpendicularem plano BGb, alteram $\frac{PQ}{CG} \cdot \varphi$ plano ipſi parallelam. Et quia vis omnis ſecundum PM eodem modo agere debet in quovis demum rectæ ipſius puncto aplicari intelligatur, ſive in P, ſive in M; referamus vires omnes ad planum BGb, ac concipiamus ex ſingulis punctis P duplicem vim oriri in puncto M, unam $\frac{QB}{CG} \cdot \varphi$ perpendicularem plano, alteram $\frac{PQ}{CG} \cdot \varphi$ jacentem in plano ipſo, & rectæ QB, aut GC parallelam. Quia ſumma omnium $QB \cdot \varphi \cdot dM$ æqualis eſt maſſæ M ductæ in diſtantiam GC centri gravitatis G ab axe Bb; in primis ſumma omnium virium perpendicularium ortarum ex motu corporis, ſeu vis unica ipſis æquivalens $\frac{\int QB \cdot \varphi \cdot dM}{CG}$, vel $M\varphi$ æqualis erit vi perpendicula-

la-

lari $\frac{FK}{FH}.M\pi$, qua gignitur: & cum vis perpendicularis plano ſit ad vim parallelam axi ut FK : KH, erit etiam $M\Delta = \frac{KH}{FH}.M\pi$.

Inſuper viribus omnibus relatis ad punctum M, ſi MU, HO parallelæ ſint axi Bb, vis particulæ P ad corpus volvendum circa axem aliquem HO priori Bb parallelum erit $\frac{QB}{CG}.UO.\varphi.dM = \frac{QB}{CG}.\overline{CO - BM}.\varphi.dM = \frac{QB}{CG}.CO.\varphi.dM - \frac{PB^2}{CG}.\varphi.dM$. At ſi centrum percuſſionis ab axe rotationis diſtet intervallo CO, oportet ut impedito motu alicujus puncti in recta HO poſiti vires omnes ad corpus omne volvendum circa axem alium HO compenſent ſe ſe invicem, ac deſtruant. Erit itaque $\frac{\int PB^2.\varphi\,dM}{CG} = \frac{\int QB.CO.\varphi.dM}{CG} = CO.M\varphi$, ſive erit $CO = \frac{\int PB^2.dM}{CG.M}$. Pariter erit $\frac{QB}{CG}.\overline{HO - BC}.\varphi.dM$ momentum ejuſdem vis perpendicularis ad corpus rotandum circa axem alium, jacentem in plano BGb, & rectæ HO perpendicularem in puncto aliquo H: atque ut impedito motu puncti H nulla etiam rotatio hujuſmodi oriatur, eſſe debebit $HO = \frac{\int QB.BC.dM}{CG.M}$.

Denique ſumma omnium virium $\frac{PQ}{CG}.\varphi$ rectæ GC parallelarum, quæ haberi poterit in punctis omnibus ſupra planum GCB poſitis, æqualis erit ſummæ omnium $\frac{pq}{CG}.\varphi$, quæ habebitur infra ipſum planum: & cum punctum P tendat ex P in M, & punctum aliud inferius p contraria ratione tendat ex m in p; vis LN, quæ ex ſumma priorum omnium virium emerget, in partem adverſam tendet cum vi ln, quæ reſultabit ex ſumma omnium virium poſteriorum. Et cum ſit $\frac{PQ}{GC}.\overline{LG - BC}.\varphi.dM$ momentum vis $\frac{PQ}{GC}.\varphi$ ad corpus omne revolvendum circa axem plano BGb perpendicularem in puncto L, ſi vim LN in L applicari intelligamus, ut impedito motu puncti L nulla etiam rotatio hujuſmodi oriatur,

tur, eſſe oportebit $\frac{\int PQ.\overline{LG-BC}.\varphi.dM}{GC} = o$, ſive $LG = \frac{\int PQ.BC.\varphi.dM}{\int PQ.\varphi.dM}$: ac ſimili modo erit $Gl = \frac{\int pq.bC.\varphi.dM}{\int pq.\varphi.dM}$. Itaque ſi vis MΔ, quæ parallela eſt axi rotationis, exponatur recta GE, & cum duabus parallelis viribus LN, l n componatur; juxta præmiſſum lemma, vis compoſita $\frac{KH}{FH}.M\pi$ æqualis erit vi ipſi MΔ, ſeu GE, & a recta GE diſtabit intervallo $GO = \frac{\int PQ.\varphi.dM}{CG}.\frac{\left(\frac{\int PQ.BC.\varphi.dM}{\int PQ.\varphi.dM} + \frac{\int pq.bC.\varphi.dM}{\int pq.\varphi.dM}\right)}{M\Delta}$: aut ſi PQ, p q ſumantur in toto corpore & ſupra, & infra planum BGb, erit $GO = \frac{\int PQ.BC.\varphi.dM}{CG.M\Delta}$.

Simul itaque acceptis omnibus prodibunt quinque æquationes, quarum prior motum axi parallelum, altera quantitatem motus rotationis, tres vero aliæ poſitionem ipſius axis determinabunt: ſcilicet

I. $\Delta = \frac{KH}{FH}.\pi$

II. $\varphi = \frac{FK}{FH}.\pi$

III. $CO = \frac{\int PB^2.dM}{CG.M}$

IV. $HO = \frac{\int QB.BC.dM}{CG.M}$

V. $GO = \frac{\int PQ.BC.\varphi.dM}{CG.M\Delta}$.

Ex binis prioribus æquationibus manifeſtum eſt, velocitatem rotationis in centro G eamdem eſſe, quam vis perpendicularis plano BGb gigneret, ſi in centro ipſo imprimeretur: ac pariter velocitatem particulis omnibus communem, & parallelam axi B b eamdem eſſe, quam vis axi parallela in gravitatis centro impreſſa gigneret. Et ſi plures ſint vires plano BGb perpendiculares, cum omnes, ut antea diximus, ad unicam vim dumtaxat reduci poſſint; ac pariter cum ſemper unica vis exſurgat ex iis omnibus, quæ agunt in plano dato: abſoluta velocitas centri gravitatis ſem-

ſemper ea erit, quam binæ vires ex aliis omnibus compoſitæ juxta directiones parallelas in centro ipſo ſimul impreſſæ gignerent.

Ex aliis vero æquationibus colligitur quod ſi ſit $HO = \frac{\int QB . BC . dM}{CG . M} = o$, directio vis impreſſæ totius FH tranſibit utique per rectam OGC, quæ ex gravitatis centro perpendiculariter cadit in axem Bb, neque tamen FH perpendicularis erit plano BGb, niſi ſit etiam $KH = o$, adeoque etiam $\Delta = \frac{KH}{FH} . \pi = o$, & $\frac{\int PQ . BC . \varphi . dM}{CG . M} = GO . \Delta = o$, hoc eſt niſi rotatio incipiat circa axem aliquem immobilem. Patet autem, non ſemper ſummas omnium $QB . BC . dM$, & $PQ . BC . dM$ in toto corpore poſſe evaneſcere. In ipſo enim ſimpliciori caſu duorum corpuſculorum M, & q virga inflexili connexorum, quæ jaceat in plano BGb, & ad axem Bb convergat ex parte b, quantitates MB . BC, & — qb . bC ſe invicem non deſtruent. Pariter ſi virga inflexilis Pp (*fig.* 9.) quæ duobus ponduſculis ſit onuſta, planum BGb ſecet in puncto G, & ad planum ipſum inclinetur; quantitates PQ . BC, & — p q . — bC utrinque poſitivæ erunt, & ſumma etiam poſitiva. Axis igitur, circa quem corpus ob quamlibet vim impreſſam rotari incipit, non erit ſemper perpendicularis plano, quod per gravitatis centrum, & directionem vis impellentis tranſit.

Si nullus ſit motus axi parallelus, & fiat $\Delta = o$, in poſtrema æquatione $GO = \frac{\int PQ . BC . \varphi . dM}{CG . M\Delta}$, ut ſit GO datæ alicui quantitati æqualis, fieri debebit etiam $\int PQ . BC . \varphi . dM = o$. Secus ſi $\int PQ . BC . \varphi . dM$ data eſſet quantitas, ipſam per $M\Delta$ dividendo haberetur quantitas major quacumque data. Inferius autem reſolutis terminis patebit generatim eſſe $M\Delta = o$ iis omnibus in caſibus, in quibus eſt $\int PQ . BC . \varphi . dM = o$, ac vice verſa. His plura addidit Mozzius, quæ theoriam motus amplificant. Hæc vero, quæ generalem ſolutionem problematis corporum utcumque impulſorum continent, ex ipſius libro excerpſiſſe modo ſuffecerit.

Pars

Pars altera.

DE NOVA EJUSDEM PROBLEMATIS SOLVENDI METHODO.

SIt ut antea in fig. 8. directio vis impreſſæ FH, rotationis axis Bb, velocitas axi parallela Δ, φ velocitas rotationis centri gravitatis G, $\frac{PB}{CG}.\varphi$ velocitas rotationis puncti cujuſcumque P: atque hæc in duas alias reſolvatur $\frac{QB}{CG}.\varphi$ perpendicularem plano BGb, & $\frac{PQ}{CG}.\varphi$ parallelam rectæ CG. Sit inſuper TG parallela axi Bb, producaturque BQ, quouſque ipſi TG in R occurrat, jungaturque PR, ac ſit $\frac{QB}{CG}.\varphi = \frac{CG-QR}{CG}.\varphi = \varphi - \frac{QR}{CG}.\varphi$. Itaque perpendicularis velocitas $\frac{QB}{CG}.\varphi$ in duas alias reſolvetur, quarum una gravitatis centro, & particulis ſingulis communis erit, altera $-\frac{QR}{CG}.\varphi$ contraria directione tendet ex Q in P. Velocitas autem hujuſmodi cum velocitate $\frac{PQ}{CG}.\varphi$, quæ directionem habeat rectæ QR parallelam, componet velocitatem $\frac{PR}{CG}.\varphi$ perpendicularem rectæ PR in puncto P, & proportionalem diſtantiæ a recta TG, quæque, cum in partes contrarias hinc inde tendat, communem motum minime afficiet. Quodlibet igitur punctum P feretur binis velocitatibus Δ, & φ, quæ toti vi in gravitatis centro impreſſæ reſponderent, atque inſuper velocitatem aliam habebit, qua circa axem TG per gravitatis centrum tranſeuntem revolvi perget.

Jam vero quia vis MΔ juxta KH impreſſa gignit velocitatem communem Δ, & vis Mφ perpendicularis plano BGb gignit velocitatem $\varphi + \frac{PR}{CG}.\varphi$ in puncto quocumque P; intelligamus jam duas alias æquales vires contraria directione imprimi in centro G. Orientur inde velocitates binæ $-\Delta$, & $-\varphi$, quibus communis centri gravitatis, & particularum omnium aliarum motus extinguetur. In hac autem hypotheſi fixum ma-

neret centrum gravitatis, & ſola ſupereſſet velocitas $\frac{PR}{CG}.\varphi$ proportionalis diſtantiæ ab axe, quæque eſt ipſa velocitas rotationis circa gravitatis centrum conceptæ. Quod ſi igitur rigido cuicumque corpori imprimatur vis aliqua, cujus directio per gravitatis centrum non tranſeat, corpus duplicem inde motum concipiet projectionis, & rotationis circa ipſum centrum: & quidem motus projectionis idem erit, ac ſi in centro vis omnis parallela directione impreſſa eſſet: motus autem rotationis erit idem, ac ſi fixum maneret centrum, & vis in ſolum rotationis motum impenderetur.

At inſuper cum ſit H centrum percuſſionis corporis, quod circa axem Bb primo inclinari incipit, ex notis centri percuſſionis formulis habebimus $CO = \frac{\int PB^2.dM}{CG.M}$, & $HO = \frac{\int QB.BC.dM}{CG.M}$. Eſt autem $PB^2 = CG^2 + PR^2 \mp 2CG.QR$, & $QB.BC = \overline{CG - QR}.RG$: atque inſuper ſumma omnium QR, & omnium etiam RG hinc inde a centro gravitatis oppoſitione ſigni deſtruitur. Itaque erit

$$HO = \frac{\int QR.RG.dM}{CG.M}$$

$$CO = CG + \frac{\int PR^2.dM}{CG.M}$$

$$GO = \frac{\int PR^2.dM}{CG.M}$$

$$CO.M\varphi = \frac{\int PB^2.\varphi.dM}{CG}$$

$$GO.M\varphi = \frac{\int PR^2.\varphi.dM}{CG}.$$

Antequam ulterius progrediamur conſiderandum eſt quod cum in poſterioribus hiſce æquationibus ſit $M\varphi$ vis perpendicularis plano TGCB, $\frac{PB}{CG}.\varphi$ velocitas rotationis circa axem BC conceptæ, & $\frac{PR}{CG}.\varphi$ velocitas rotationis alterius, quæ circa axem TG ſuboritur; momentum vis impreſſæ reſpectu prioris axis æquabitur ſummæ productorum maſſæ, velocitatis, & diſtantiæ ab axe ipſo, ſive momento particularum omnium rotantium: ac pariter momentum vis impreſſæ reſpectu axis alterius æquabitur ſummæ momentorum omnium ro-

rotationis, in quam dempto communi motu prior rotatio reſolvitur. Erit etiam $CG.M\varphi$ differentia momentorum duarum rotationum, quæ circa binos axes parallelos per C, & G tranſeuntes haberi poſſunt: æqualis ſcilicet momento ſtrati alicujus cylindrici, per cujus ſuperficiem intelligatur maſſa corporis diſtribui, & cujus radius ſit CG, velocitas autem circa axem per C tranſeuntem ea ſit, qua primo gravitatis centrum moveri incipit. Momentum denique rotationis circa axem tranſeuntem per centrum gravitatis minimum erit momentorum omnium, quæ circa alios parallelos axes ſimiliter poſſent colligi.

Præterea cum ſit $\frac{PQ}{CG}.\varphi$ velocitas, quæ directionem rectæ CG in puncto quocumque P parallelam habet, erit $\frac{PQ}{CG}.RG.\varphi.dM$ ipſius momentum ad corpus omne volvendum circa axem plano BGb perpendicularem in centro G. Atque ut corpore circa axem TG revoluto nulla alia rotatio hujuſmodi habeatur, oportet ut ſumma eorum omnium momentorum exæquetur momento vis $M\Delta$, ſive eſſe debet $\frac{\int PQ.RG.\varphi.dM}{CG} = GO.M\Delta$: quod cum Mozzii æquationibus omnino convenit. Tandem cum ſit $GO = \frac{\int PR^2.dM}{CG.M}$, & $HO = \frac{\int QR.RG.dM}{CG.M} = GO.\frac{\int QR.RG.dM}{\int PR^2.dM}$, pro rotationis motu determinando æquationes binas habebimus

I. $\int PR^2.\Delta.dM = \int PQ.RG.\varphi.dM$

II. $HO.\int PR^2.dM = GO.\int QR.RG.dM$.

Sit modo (*fig.* 10.) Gh perpendiculum demiſſum ex centro G in directionem vis impreſſæ FH, & in plano traducto per Gh normaliter ad directionem ipſam FH ſit SG perpendicularis rectæ Gh. Quod ſi inſuper plano SGh perpendiculare ſit planum TGL, & ex h ducatur recta parallela interſectioni planorum LG, ea cum recta HO, quæ parallela eſt axi TG, ita concurret in puncto O ut anguli TGL, HOh, HFK æquales ſint inter ſe. Denique ex puncto quocumque P in planum TGOH ducatur perpendiculum PQ, & ſit QR perpendicularis axi TG, ac fiat $PQ = Z$, $QR = Y$, $RG = X$, ſitque n ſinus, & m coſinus anguli SGL, p vero, & q ſinus, & coſinus anguli TGL. Erit

 PR²

$PR^2 = Y^2 + Z^2$, & $\frac{KH}{FK} = \frac{\Delta}{\varphi} = \frac{p}{q}$: & ſi ex h in LG ducatur perpendiculum h v, rectæque LG in plano TGL erigatur perpendiculum vV, jungaturque VH, ob rectos angulos Vvh, vhH erit hv = HV = GO = m. Gh, & HO = $\frac{1}{q}$. Oh = $\frac{n}{q}$. Gh. Subſtitutionibus itaque ſuo loco factis duæ ſuperiores æquationes duas alias Euleri æquationes ſuppeditabunt.

I. $p . \int \overline{Y^2 + Z^2} . dM = q . \int XZ . dM$

II. $n . \int \overline{Y^2 + Z^2} . dM = qm . \int XY . dM$.

Ut ex binis hiſce æquationibus eruantur valores duorum angulorum SGL, TGL, ex quibus pendet poſitio axis rotationis, formulas quaſdam geometricas præmittere oportet. Sint (*fig.* 11.) binæ rectæ HG, SG ſe invicem ſecantes ad rectos angulos in puncto G, & in earumdem planum ex puncto quocumque P demittatur perpendiculum PK, & ex K in SG ducatur perpendiculum aliud KV. Deinde ducatur planum TGL, quod planum prius ſecet normaliter in recta LG, atque ex P in planum TGL ducatur perpendiculum PQ, & ex Q in TG perpendiculum aliud QR: tum vero datis rectis PK, KV, VG, & angulis LGS, TGL inveniendus ſit valor rectarum PQ, QR, RG. In primis quia PK perpendicularis eſt plano HGS, & plano TGL parallela, recta PQ perpendicularis plano TGL æqualis erit perpendiculo KD ex K in LG ducto, junctaque QD erit angulus QDG rectus, & fiet QD = PK. Sit PK = z, KV = y, VG = x, PQ = Y, QR = Z, RG = X, ſitque inſuper n ſinus, & m coſinus anguli LGS, p vero ſinus, & q coſinus anguli TGL. Si ex V in GL, & KD productam ducantur perpendicula Vv, Vu, & ex D in GT perpendiculum aliud Dr, erit Gv = mx, & ob æquales angulos VGv, vVK, VKu erit Vu = vD = ny, & GD = $mx + ny$. Erit etiam Vv = uD = nx, & KD = PQ = $my - nx$. Inſuper erit Gr = q. GD = $qmx + qny$: & quia ob angulum QDG rectum anguli qDr, rGD debent inter ſe æquari, erit Rr = p. QD = pz, & GR = $qmx + qny + pz$. Denique erit QR = q. QD — Dr = $qz - p$. GD = $qz - pmx - pny$.

Ita-

Itaque coordinatæ X, Z, Y coordinatis x, z, y plani alterius poſitione dati HGS exprimi poterunt, ſi fiat

I. $X = qmx + qny + pz.$

II. $Z = qz - pmx - pny.$

III. $Y = my - nx.$

IV. $Z^2 + Y^2 = (n^2 + m^2p^2)\,x^2 + (m^2 + n^2p^2)\,y^2 + q^2z^2$
$\quad - 2mn(1 - p^2)\,xy - 2mpqxz - 2npqyz.$

V. $XZ = -m^2pqx^2 - n^2pqy^2 + pqz^2$
$\quad - 2mnpqxy + m(q^2 - p^2)\,xz + n(q^2 - p^2)\,yz.$

VI. $XY = -mnqx^2 + mnqy^2$
$\quad + q(m^2 - n^2)\,xy - npxz + mpyz.$

Quod ſi elementum totius corporis ſit dM, eoque ad planum HGS relato innoteſcant ſummæ omnes, ac fiat

$\int x^2 d\mathrm{M} = A$ $\qquad \int xy\, d\mathrm{M} = D$
$\int y^2 d\mathrm{M} = B$ $\qquad \int xz\, d\mathrm{M} = E$
$\int z^2 d\mathrm{M} = C$ $\qquad \int yz\, d\mathrm{M} = F$, erit etiam

VII. $\int \overline{Z^2 + Y^2}.\,d\mathrm{M} = (n^2 + m^2p^2)\,A + (m^2 + n^2p^2)\,B + q^2C$
$\quad - 2mnq^2D - 2mpqE - 2npqF.$

VIII. $\int XZ.\,d\mathrm{M} = -m^2pqA - n^2pqB + pqC$
$\quad - 2mnpqD + m(q^2 - p^2)\,E + n(q^2 - p^2)\,F.$

IX. $\int XY.\,d\mathrm{M} = -mnqA + mnqB$
$\quad + q(m^2 - n^2)\,D - npE + mpF.$

Cum dato corpore dentur ſummæ omnes A, B, C, D, E, F, ſi quantitates etiam p, q pro conſtantibus accipiantur, & ſolæ m, n ſint variabiles, atque elementum variabilis anguli SGL ſit du, ac fiat $dn = m\,du$, & $dm = -n\,du$, ob $1 - p^2 = q^2$, fiet $d(n^2 + m^2p^2)\,A = 2mnq^2A\,du$, & $d(m^2 + n^2p^2)\,B = -2mnq^2B\,du$; eodemque ordine ſumptis elementis omnibus terminorum, qui ſummam omnium $\overline{Z^2 + Y^2}.\,d\mathrm{M}$ exprimunt, fiet in puncto quocumque P quantitas $\overline{Z^2 + Y^2}.\,d\mathrm{M} = -2q\,du.\int XY.\,d\mathrm{M}$. Pariter ſi m, & n pro conſtantibus, p vero, & q pro variabilibus accipiantur, & ſit dv elementum anguli variabilis LGT, poſito $d.p^2 = 2pq\,dv$, & $d.q^2 = -2pq\,dv$, eodemque modo aliis omnibus elementis ſumptis, fiet in puncto eodem P quantitas $\overline{Z^2 + Y^2}.\,d\mathrm{M} = -2\,dv.\int XZ.\,d\mathrm{M}$. Quare ſi binos angulos SGL, LGT, eorumque ſinus, & coſinus ſimul variari intelligamus, erit $\overline{Z^2 + Y^2}.\,d\mathrm{M} = -2q\,du.\int XY.\,d\mathrm{M} - 2\,dv.\int XZ.\,d\mathrm{M}$: & ſi quo in caſu rectangula

la XY, XZ, & quæ poſitiva, & quæ negativa ſunt, inter ſe æquentur, & ſimul omnia ſe deſtruant, atque in toto corpore fiat $\int XY.dM = 0$, & $\int XZ.dM = 0$; erit etiam $\overline{Z^2 + Y^2}.dM = 0$: ſcilicet quantitas $\int \overline{Z^2 + Y^2}.dM$ vel maxima erit, vel minima.

His poſitis redeamus ad motum corporum, & ad priorem æquationem motus $\int \overline{Y^2 + Z^2}.dM = \frac{q}{p}.\int XZ.dM$. Quia coordinatæ X, Y, Z in fig. 10, & 11 ſunt eædem, ut conſtructionibus inter ſe invicem collatis patet, ſi valores quantitatum $\int \overline{Y^2 + Z^2}.dM$, & $\int XZ.dM$ ſumantur ex formulis VII, & VIII, ac poſterior hæc quantitas ducatur in $\frac{q}{p}$, poſito $n^2 + m^2 = p^2 + q^2 = 1$, fiet primo $(n^2 + m^2 p^2 + m^2 q^2) A = A$, & $(m^2 + n^2 p^2 + n^2 q^2) B = B$. Deinde evaneſcent termini, in quibus occurrent quantitates C, & D. Erit inſuper $-(2mpq + \frac{mq^3}{p} - mpq) E = -\frac{mq}{p}.E$: ac pariter $-(2npq + \frac{nq^3}{p} - npq) F = -\frac{nq}{p}.F$. Quare collectis terminis prior illa æquatio abibit in hanc aliam $\frac{p}{q} = \frac{mE + nF}{A + B}$.

Pariter cum altera æquatio, quæ corporum motum definit, ſit $\int \overline{Y^2 + Z^2}.dM = \frac{qm}{n}.\int XY.dM$, ſi valor ſummæ $XY.dM$ ex formula IX acceptus ducatur in $\frac{qm}{n}$, fiet primo $(n^2 + m^2 p^2 + m^2 q^2)\ A = A$, & $(m^2 + n^2 p^2 - m^2 q^2) B = p^2 B$. Deinde ſupererit terminus $q^2 C$, eritque $-(2mnq^2 + \frac{m^3}{n} q^2 - mnq^2) D = -\frac{m}{n} q^2 D$. Supererit etiam terminus $-mpqE$, ac fiet denique $-(2npq + \frac{m^2}{n} pq) F = -pq.\frac{1+n^2}{n}.F$. Quare cum ſit $A = \overline{p^2 + q^2}.A$, terminis omnibus per pq diviſis fiet altera motus æquatio

$$\frac{p}{q} + \frac{q}{p}.\mathrm{A} + \frac{p}{q}.\mathrm{B} + \frac{q}{p}.\mathrm{C} - \frac{mq}{np}.\mathrm{D} = m.\mathrm{E} + \frac{1+n^2}{n}.\mathrm{F}.$$

Binæ æquationes hujuſmodi pro binis angulis, qui poſitionem axis determinant, eædem ſunt quas invenerat Eule-

le-

lerus. Eſt enim apud Eulerum x, & y quod apud nos y, & $-x$: ac litteris A, B, E, F ordine deſignavit ipſe, quod nos litteris B, A, F, E: & quantitates F, & D apud ipſum negativo ſigno accipiuntur. Quod ſi in poſteriori æquatione valor quantitatum $\frac{p}{q}$, & $\frac{q}{p}$ ex priori æquatione erutus ſubſtituatur, fiet $\frac{A+B}{mE+nF}.(A+C-\frac{m}{n}.D)+mE+nF=mE+\frac{1+n^2}{n}.F$. Inde vero illico eruetur $\overline{A+B}.\overline{A+C}=F^2+\frac{m}{n}.FE+\frac{m}{n}.D.\overline{A+B}$, atque alia habebitur Euleri æquatio $\frac{n}{m}=$ tang. LGS $=\frac{FE+D.\overline{A+B}}{\overline{A+B}.\overline{A+C}-F^2}$.

Itaque ſi planum SGh (*fig.* 10.) perpendiculare ſit directioni vis impreſſæ FH, & per gravitatis centrum G tranſeat, coordinatiſque z, y, x relatis, ut antea, ad planum ipſum, ac poſito $\int x^2 dM=A$, $\int y^2 dM=B$, &c., ex parte coordinatarum y poſitivarum ita accipiatur angulus hGL, ut ſit ipſius tangens $\frac{m}{n}=\frac{\overline{A+B}.\overline{A+C}-F^2}{FE+D.\overline{A+B}}$; ac deinde in plano alio perpendiculari ad SGh ita accipiatur angulus LGT, ut ſit ipſius tangens $\frac{p}{q}=\frac{mE+nF}{A+B}$, habebitur quæſitus rotationis axis TG.

Si in peculiari aliquo caſu fuerit $F=0$, ſcilicet ſi ſumma omnium $yzdM$ oppoſitione ſigni deſtruatur in toto corpore, fiet tangens anguli hGL $=\frac{A+C}{D}$, & ipſius quantitas minime pendebit ex quantitatibus B, E: tangens vero anguli LGT erit $\frac{mE}{A+B}$, & cum m pendeat ex quantitatibus A, C, D, pendebit tangens hujuſmodi ſimul ex omnibus A, B, C, D, E. Si ſit $F=0$, & ſimul $E=0$, evaneſcet tangens anguli LGT, & axis TG cadet in planum hGL.

Si ſimul ſit $F=0$, $E=0$, $D=0$, hoc eſt ſi ſummæ omnium $yzdM$, $xzdM$, $xydM$ deſtruantur in toto corpore, axis TG, ut antea, cadet in planum hGL, & angulus hGL fiet rectus. Patet autem, quantitates eas omnes hinc inde a plano, quod per gravitatis centrum, & directionem vis impellentis tranſit, non poſſe deſtrui, niſi idem

pla-

planum dividat totum corpus in partes æquales, ſimiles, & ſimiliter hinc inde poſitas. In hoc igitur caſu rotationis axis erit perpendicularis plano per directionem vis impellentis, & gravitatis centrum traducto.

Si fiat $p = 0$, ex priori æquatione eruetur $\frac{n}{m} = -\frac{E}{F}$: ex altera vero æquatione cum primo eruatur $A + p^2.B + q^2.C - \frac{m}{n} q^2.D - mpq.E - pq.\frac{1+n^2}{n}.F = 0$, fiet etiam $\frac{n}{m} = \frac{D}{A+C}$. Univerſim igitur niſi tangens anguli LGS hos ſimul binos valores habeat, & ſit $FD = -E.\overline{A+C}$, axis rotationis circa gravitatis centrum conceptæ eſſe non poterit in plano, quod per idem centrum perpendiculariter ad directionem vis impellentis tranſit. Rurſus itaque conſtat, non ſemper verum eſſe quod Joannes Bernoullius principii loco ad motum corporum determinandum in Propoſitionibus Mechanico-Dynamicis aſſumpſerat.

Quia ſummæ omnium x^2, y^2 poſitivum valorem habent, patet angulum LGT ad rectum uſque non poſſe augeri, ut evaneſcat ipſius coſinus, & fiat $A + B = 0$. Fiet autem maximus idem angulus, cum ipſius cotangens $\frac{q}{p}$ erit minima, & cotangentis elemento evaneſcente evadet $E.dm + F.dn = 0$. Cum ſit elementum ſinus $dn = -\frac{m\,dm}{n}$, in caſu maximi anguli LGT fiet $\frac{m}{n} = \frac{E}{F} = \frac{\overline{A+B}.\overline{A+C} - F^2}{FE + D.\overline{A+B}}$. Addemus hiſce omnibus plura alia libro ſecundo Coſmographiæ Phyſicæ, ac Mathematicæ. Hæc vero expoſuiſſe modo ſufficiat.

Pars Tertia.

DE METHODO COMITIS RADICATI.

VOlvatur corpus circa axem aliquem RG (*fig.* 12.) & in planum RGH ex puncto quocumque P demittatur perpendiculum PQ, & ſit, ut antea, PQ $= Z$, QR $= Y$, RG $= X$, & elementum maſſæ totius corporis ſit dM. Vis centrifuga puncti ejuſdem P, qua ſcilicet nitetur recedere a puncto

ćto R, proportionalis erit diſtantiæ PR, ac reſolvetur de more in duas ſecundum RQ, QP, eritque $Z.dM$ vis perpendicularis plano RGH, & vis plano eidem parallela erit $Y.dM$. Erit etiam $XZ.dM$ momentum particulæ P ad corpus inclinandum circa GH perpendicularem axi RG: & $XY.dM$ erit momentum, quo corpus a viribus centrifugis inclinabitur circa axem tertium UG duobus RG, GH perpendicularem in puncto G. Ut ergo corpus circa axem aliquem RG rotari poſſit, quin continuato motu novus emergat axis rotationis, primo ſumma omnium virium centrifugarum hinc inde ab axe æquari debet, ſeu debet fieri $\int Z.dM = 0$, $\int Y.dM = 0$: quod eſſe nequit, niſi axis rotationis RG tranſeat per centrum gravitatis G. Deinde ne corpus inclinetur aut circa axem HG, aut circa axem alium UG plano RGH perpendicularem, eſſe debet $\int XZ.dM = 0$, & $\int XY.dM = 0$: ſive, ut in formulis ſuperioribus monuimus, ſumma momentorum omnium $\int \overline{Z^2 + Y^2}.dM$ eſſe debet maxima, aut minima. Eulerus in Probl. 27 de motu corporum rigidorum iiſdem factis ſubſtitutionibus, quas ſupra indicavimus, & differentialibus nihilo exæquatis in æquationem cubicam incidit, cujus tres omnes radices reales eſſe invenit, oſtenditque in unoquoque corpore ſaltem tres eſſe axes ſe ad angulum rectum ſecantes, circa quos ubi ſemel rotatio inceperit, inæqualitate virium centrifugarum nunquam variari poſſit.

Radicatus æquatione aliter diſpoſita ad eaſdem concluſiones eleganter, ac breviter pervenit. Proceſſus calculi hujuſmodi eſt. Si valor quantitatis $\int XY.dM$ ex IX ſuperiori formula accipiatur, ac nihilo exæquetur, dividaturque per quantitatem q, prodibit

$$\text{I.}\quad \frac{p}{q} = \frac{mn.\overline{B - A} + \overline{1 - 2n^2}.D}{nE - mF};$$

ac pariter ſi ex formula VIII accipiatur valor quantitatis $\int XZ.dM$, dividaturque per pq, ac nihilo exæquetur, fiet

$$\text{II.}\quad \frac{q}{p} - \frac{p}{q} = \frac{m^2 A + 2mnD + n^2 B - C}{mE + nF}.$$

Quod ſi primæ æquationis valor in ſecunda æquatione ſubſtituatur, erit

III. $\frac{m^2 A + 2 m n D + n^2 B - C}{m E + n F} + \frac{m n . \overline{B - A} + \overline{1 - 2 n^2} . D}{n E - m F}$

$= \frac{n E - m F}{m n . \overline{B - A} + \overline{1 - 2 n^2} . D}$.

Ducantur jam fractionum priorum numeratores in denominatores alterius fractionis, ac poſito ſemper $n^2 + m^2 = 1$, reductiſque terminis erit

IV. $m (E D + F C - A F) + n (B E - E C - D F)$

$= \frac{\overline{m E + n F} . \overline{n E - m F}^2}{m n . \overline{B - A} + \overline{1 - 2 n^2} . D}$.

Fiat modo $\frac{n}{m} = t$, ac ſit t tangens anguli SGL (*fig.* 10.) ſtatuaturque $n^2 = m^2 t^2$, $m n = m^2 t$, $1 - 2 n^2 = m^2 - n^2$ $= m^2 . \overline{1 - t^2}$. Prodibit

V. $E D + F C - A F + t (B E - E C - D F)$

$= \overline{E + t F} . \left(\frac{t^2 E^2 - 2 t E F + F^2}{t . \overline{B - A} + \overline{1 - t^2} . D} \right)$.

Ductis igitur in ſe invicem, atque ordinatis terminis omnibus æquationis, eruetur denique

$t^3 (F . \overline{E^2 - D^2} + D E . \overline{B - C})$
$+ t^2 (E . \overline{E^2 - 2 F^2 + D^2} + D F . \overline{B - 2 A + C} + E . \overline{A - B} . \overline{B - C})$
$+ t (F . \overline{F^2 - 2 E^2 + D^2} + D E . \overline{A - 2 B + C} - F . \overline{A - B} . \overline{A - C})$
$+ E . \overline{F^2 - D^2} + D F . \overline{A - C} = 0$.

Quia æquationis cubicæ una ſaltem realis eſt radix, patet in quovis corpore unum ſaltem eſſe axem, circa quem, ſi ſemel inceperit rotatio, invariabiliter continuari poſſit. Statuamus planum HGS ſic duci in fig. 11. ut ſit SG axis hujuſmodi invariabilis, & poſito $\int x y \, d\mathrm{M} = D = 0$, & $\int x z \, d\mathrm{M} = E = 0$, evaneſcet primus, ſecundus, & quartus æquationis cubicæ terminus, atque in tertio æquationis termino fiet $t (F^3 - F . \overline{A - B} . \overline{A - C}) = 0$, ſive pro eodem axe invariabili erit $F^2 = \overline{A - B} . \overline{A - C}$.

Ita vero coordinatis corporis ad invariabilem axem SG relatis, & poſito $D = 0$, & $E = 0$, ſi fiat inſuper $m = 0$, & $n = 1$, ſecunda æquatio ſuperior evadet

$\frac{q}{p}$

$\frac{q}{p} - \frac{p}{q} = \frac{B-C}{F}$: unde facile eruetur

$\frac{p^2}{q^2} + \frac{p}{q} . \frac{B-C}{F} = 1$: & extracta radice fiet

$\frac{p}{q} = \text{tang. TGL} = \frac{C-B \pm \sqrt{(\overline{B-C}^2 + 4F^2)}}{2F}$.

Scilicet bini habebuntur valores anguli TGL, & bini erunt alii axes TG, circa quos pariter invariabilis rotatio corporis haberi poterit.

Si valores bini tangentis anguli TGL in ſe invicem ducantur, prodibit

$$\left(\frac{C-B+\sqrt{(\overline{B-C}^2 + 4F^2)}}{2F}\right)\left(\frac{C-B-\sqrt{(\overline{B-C}^2 + 4F^2)}}{2F}\right) = -1;$$

quod eſſe nequit, niſi tangens unius anguli æqualis ſit cotangenti anguli alterius, hoc eſt niſi bini axes hujuſmodi angulo recto diſtent a ſe invicem. Et cum poſito $m = 0$ planum TGL eſſe debeat rectæ SG perpendiculare; in unoquoque corpore ſaltem tres erunt axes invariabilis rotationis per gravitatis centrum tranſeuntes, & ſibi invicem perpendiculares.

Tres ergo etiam in unoquoque corpore erunt axes ſibi invicem perpendiculares, circa quos particularum omnium rotantium momentum erit maximum, vel minimum. Et quidem reſpectu axis GH, poſito $m = 0$, & $p = 0$, erit momentum totius rotationis $\int Z^2 + Y^2 . dM = A + C$: reſpectu axis SG, poſito $n = 0$, & $p = 0$, momentum erit $B+C$: & reſpectu tertii axis GU, qui plano HGS inſiſtat perpendiculariter in puncto G, erit momentum $A+B$; dataque adeo æquatione corporis, momenta particularum omnium circa aliquem invariabilem axem rotantium determinari facile poterunt.

Si ſint bini axes invariabiles HG, SG, & coincidant rectæ HG, LG, poſito $D = 0$, $E = 0$, $F = 0$, erit tang. TGL $= \frac{C-B}{F} \pm \frac{B \mp C}{F}$, ac prior tangentis ipſius valor erit $\frac{2C-2B}{0}$, & angulus TGL fiet rectus, ut antea dictum eſt. Erit vero etiam alter tangentis valor $\frac{0}{0}$: quæ cum ſit quantitas indeterminata, patet quod ſi in aliquo plano per gra-

 vita-

vitatis centrum traducto pluſquam bini ſint axes invariabiles rotationis, rectæ omnes in eodem plano per idem centrum traductæ erunt totidem axes pariter invariabiles.

Hæc fere in ſchediaſmate quodam undecim ab hinc annis conſcripto mecum communicaverat Radicatus. Deinde vero in epiſtolis ad me datis ſingillatim indicavit quæ ex theoremate trium axium principalium, & theorematis aliis compoſitionis motuum rotationis, & conſervationis momenti ejuſdem particularum omnium rotantium nova methodus erui poſſet motum corporum quorumcumque pro caſu quolibet determinandi. Scilicet vis impreſſa in tres alias reſolvi debet, quæ motum aliquem rotationis circa tres axes principales ſeorſim ſingulæ poſſint gignere: ſubinde vero ex theoremate conſervationis totius momenti erui debet velocitas rotationis uniuſcujuſque: ac denique juxta theorema compoſitionis motuum rotationis binas ſimul rotationes componendo, rotationemque inde prodeuntem componendo rurſus cum tertia inquiri debet velocitas totius compoſitæ rotationis. Radicati methodum nitemur analytice exponere.

Theorema conſervationis momenti rotationis continetur ſuperiori formula $GO.M\varphi = \frac{\int PR^2.\varphi.dM}{CG}$. Nam ſi vis $M\varphi$ ad diſtantiam GO impreſſa (*fig.* 8.) vocetur ψ, & velocitas rotationis $\frac{\varphi}{CG}$ in diſtantia 1 a centro gravitatis G vocetur δ, erit $\delta = \frac{GO.\psi}{\int PR^2.dM}$: nimirum velocitas eadem habebitur momentum vis impreſſæ dividendo per ſummam momentorum omnium rotationis. Theorema vero compoſitionis motuum rotationis, ut illud in præcedenti Commentariorum volumine §. V. diſſertationis *De inæqualitatibus Terræ, ac Lunæ circa axem* jam expoſuimus, hujuſmodi eſt. Si binis viribus ſeorſim impreſſis corpus aliquod circa duos axes LG, UG (*Fig.* 12.) rotari poſſit, & duarum rotationum directiones intra angulum UGL ſint contrariæ, binis viribus ſimul impreſſis corpus rotabitur circa axem tertium TG jacentem in eodem plano, & velocitas rotationis circa axem unum LG erit ad velocitatem circa UG, ut ſin. UGT : ſin. LGT, ad velocitatem autem rotationis circa axem TG compoſitæ ſe habebit, ut ſin. UGT : ſin. UGL.

His poſitis ſint SG, HG bini axes principales ſe ad an-

angulum rectum ſecantes in puncto G, & in ipſorum planum ex puncto quocumque P ducatur perpendiculum PK, & ſit KV perpendiculum aliud ductum ex K in SG. Sit etiam GU axis tertius, qui binis prioribus inſiſtit ad rectos angulos; & ſit ut antea PK $= z$, KV $= y$, VG $= x$, $\int \overline{y^2 + x^2} . dM = A + B$: ſive ſit $A + B$ momentum particularum omnium circa axem UG rotantium, $A + C$ momentum rotationis circa axem HG, & $B + C$ momentum circa SG. Tandem directio vis impreſſæ plano HGS occurrat in puncto O.

Vis omnis, qua motus rotationis gignitur, utcumque ad planum HGS ſit obliqua, ſemper in duas reſolvi poterit, quarum una Ψ ſit plano ipſi perpendicularis in puncto O, altera vero Π in plano eodem jaceat, & ſit ibidem rectæ OG perpendicularis. Altera hæc vis efficiet, ut totum corpus circa axem UG rotetur, eritque rotationis velocitas $\frac{OG . \Pi}{A + B}$. Prior autem vis reſolvi poterit in duas alias plano HGS pariter perpendiculares in H, & S: eritque $\frac{OS}{HS} . \Psi$ vis, quæ in puncto H applicari debet, & velocitas rotationis inde ortæ circa axem Ss erit $\frac{HG . OS . \Psi}{HS . \overline{B + C}}$: ac pariter $\frac{OH}{HS} . \Psi$ erit vis, quæ applicari debet in puncto S, & $\frac{SG . OH . \Psi}{HS . \overline{A + C}}$ velocitas rotationis circa axem Hh.

Jam vero rotationes binæ circa axes Ss, Hh conceptæ, cum intra angulum SGh directionem contrariam habeant, unicam rotationem component circa axem LG jacentem in eodem plano, & juxta leges compoſitionis ipſius erit

$$\frac{\text{ſin. } LGS}{\text{cos. } LGS} = \frac{SG . OH . \overline{B + C}}{HG . OS . \overline{A + C}} = \frac{\frac{OH}{HG} . \overline{B + C}}{\frac{OS}{SG} . \overline{A + C}} = \frac{\text{ſin. } OGH . \overline{B + C}}{\text{cos. } OGH . \overline{A + C}},$$ ſive

erit tang. LGS : tang. OGH $= B + C : A + C$. Inde etiam facile eruetur ſin. LGS $= \frac{\text{tang. } OGH . \overline{B + C}}{\sqrt{\left(1 + \left(\frac{\text{tang. } OGH . \overline{B + C}}{A + C}\right)^2\right)} . \overline{A + C}}$

$= \frac{\text{ſin. } OGH . \overline{B + C}}{\sqrt{\left((\text{cos. } OGH . \overline{A + C})^2 + (\text{ſin. } OGH . \overline{B + C})^2\right)}}$. Erit inſuper rotatio-

tationis hujuſmodi velocitas $\frac{SG.OH.\text{♃}}{\text{ſin. }LGS.HS.\overline{A+C}}$.

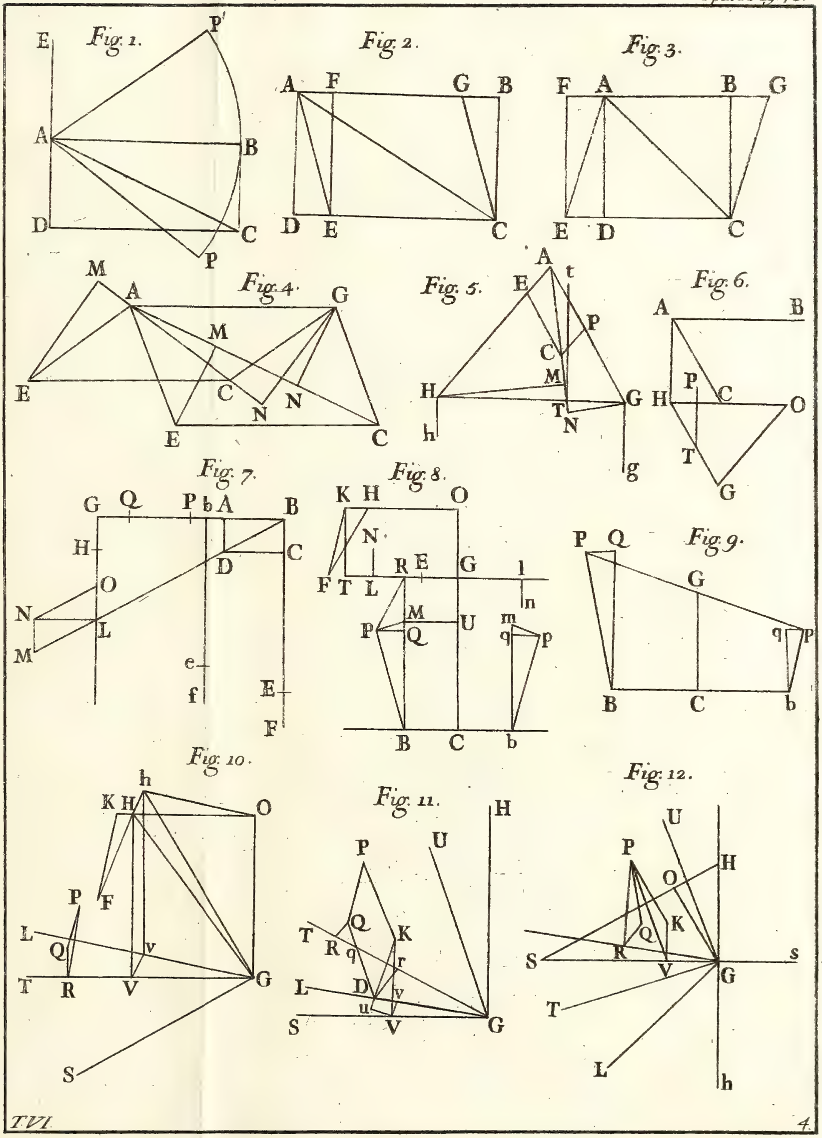
Denique rotationes binæ circa axes LG, UG componunt rotationem aliam circa axem TG, eritque $\frac{\text{ſin. }TGL}{\text{cos. }TGL}$ $= \frac{\Pi.OG.HS.\text{ſin. }LGS.\overline{A+C}}{\text{♃}.SG.OH.\overline{A+B}}$, atque ob $\frac{HS}{OH} = \frac{HS^2}{HG^2} = \frac{SG^2}{OG^2}$ fiet tang. TGL $= \frac{\Pi}{\text{♃}} . \frac{\text{ſin. }LGS}{\text{ſin. }OGH} . \frac{A+C}{A+B}$

$$= \frac{\Pi.\overline{A+C}\ \overline{B+C}}{\text{♃}.\overline{A+B}.\sqrt{((\text{cos. }OGH.\overline{A+C})^2 + (\text{ſin. }OGH.\overline{B+C})^2)}}.$$ Quare datis axibus principalibus, & directione vis impreſſæ innoteſcent ſemper bini anguli, qui poſitionem axis rotationis in unoquoque corpore determinant.

Si æqualia ſint momenta circa axes binos Hh, Ss, ſive ſi ſit $A+C = B+C$, erit tang. LGS = tang. OGH, & tang. TGL $= \frac{\Pi}{\text{♃}} . \frac{A+C}{A+B}$; nimirum erit angulus LGO æqualis angulo SGH, per conſtructionem recto, ac fiet tang. TGL : 1 = ſin. TGL : cos. TGL $= \Pi . \overline{A+C} : \text{♃} . \overline{A+B}$. In hoc caſu ſingulare erit, quod D. Canterzanus ex ſuperioribus formulis recte deduci monuit, quod ſcilicet angulus TGL minime pendeat ex angulo OGH, vel OGS.

Caſus hujuſmodi haberi debet in ſolidis revolutione figuræ planæ circa axem aliquem genitis, in quibus diametri omnes plani per gravitatis centrum tranſeuntis, & perpendicularis axi revolutionis ſunt totidem axes principales. Pro hiſce autem ſolidis elegantia alia theoremata ex iiſdem formulis poſſent colligi. Ut ſi proponatur conus rectus, cujus altitudo ſit a, & radius baſeos c, & juxta Probl. 40 Euleri ſit $\int x^2 dM = \int y^2 dM = A = B = \frac{3}{20} Mc^2$, & $\int z^2 dM$ $= C = \frac{3}{80} Ma^2$, erit tang. TGL $= \frac{\Pi}{\text{♃}} . \overline{\frac{1}{2} + \frac{a^2}{8c^2}}$; ac ſimili modo caſus omnes conoidum determinari facile poterunt.

PAUL-


Fig. 1.
E P′ A B D C P
Fig. 2.
A F G B D E C
Fig. 3.
F A B G E D C
Fig. 4.
M A G M E C N N E C
Fig. 5.
A E t P C M H T G N h g
Fig. 6.
A B P H C O T G
Fig. 7.
G Q P b A B H C D O N L M e f E F
Fig. 8.
K H O N F T L R E G l n M U m P Q q p B C b
Fig. 9.
P Q G q p B C b
Fig. 10.
h K H O P F L Q v T R V G S
Fig. 11.
H U P Q K T R q r L D v u S V G
Fig. 12.
U P H O K S R Q V G s T L h
T.VI.
4.

PAULLI FRISII,

De æquatione quadam differentiali.

DAniel Melander Upſalienſis Aſtronomus, ac Mathematicus clariſſimus litteris ineunte anno 1772 ad me datis æquationem quamdam differentialem exſcripſit ſibi antea a D. Lexell Fennone Mathematico propoſitam, quæ ad integrationem reduceretur, quæque eſt hujuſmodi

$$dy\,d^3y + a\,d^2y\,d^2y + b\,d^2y\,dy^2 + c\,dy^4 = 0.$$

Indicavit etiam Melander quanam ratione Problemati ſatisfecerit. Primo ſcilicet ſtatuit $dy = \frac{dz}{x}$, & poſita dz conſtante, reductiſque terminis æquationem propoſitam convertit in hanc aliam

$$x\,d^2x - (a+2)\,dx^2 + b\,dx\,dz - c\,dz^2 = 0.$$

Deinde poſito $dx = p\,dz$ æquationem aliam obtinuit

$$\frac{p\,dp}{(a+2)p^2 - bp + c} = \frac{dx}{x},$$

in qua indeterminatæ ſeparatæ ſunt, quæque eſt conſtructu facillima.

In hac Melandri methodo ſingulare eſt quod, quæ differentialis quarti ordinis æquatio videtur eſſe, ad primum ordinem binis ſubſtitutionibus reducitur, & unius conſtantis additione integrari poteſt. Ego vero ad Melandrum reſcripſi, quod cum aliæ ſubſtitutiones id ipſum præſtent, quædam etiam ſubſtitutio eſt, cujus ope propoſita æquatio differentialis quarti ordinis illico ad finitos terminos reducitur. Sit e numerus ille qui habet pro logarithmo unitatem, ac fiat $y = e^u$, & du accipiatur conſtans, & ſit propterea $dy = e^u\,du$, $d^2y = e^u\,du^2$, $d^3y = e^u\,du^3$. Subſtitutione facta emerget æquatio

$$e^{2u}\,du^4\,(1 + a + b\,e^u + c\,e^{2u}) = 0$$

$$1 + a + b\,e^u + c\,e^{2u} = 0.$$

Sub-

Subſtitutiones aliæ $x = e^{\int u dp}$, $dz = e^{\int u dp}\, dp$ ſimiliter inſervire poſſunt reſolvendæ æquationi $x d^2 x - (a + 2)\, dx^2 + b\, dx\, dz - c\, dz^2 = 0$. Radicatus Comes clariſſimus, quocum Lexellii problema per litteras communicaveram, novam, atque ingenioſam methodum aliam excogitavit, qua trium conſtantium additione propoſita æquatio, & tribus integrationibus ad finitam formam reducitur. Quæ methodus cum generalis ſit, & varios caſus complectatur pro varietate coefficientium æquationis, ſingillatim in hoc ſpecimine exponi debet.

Caſus prior,
in quo eſt $a = -2$.

Proponatur æquatio $dy d^3 y - 2 d^2 y d^2 y + b dy^2 d^2 y + c dy^4 = 0$, eaque multiplicetur per $e^{by} dy^{-3}$, & ſit e ille numerus, cujus logarithmus eſt unitas. Prodibit æquatio alia

$$e^{by}(dy^{-2} d^3 y - 2 dy^{-3} d^2 y d^2 y + b dy^{-1} d^2 y + c\, dy) = 0,$$

& poſita M conſtanti quantitate, integrando habebitur

$$e^{by}(dy^{-2} d^2 y + \tfrac{c}{b}) = M.$$

Multiplicetur rurſus æquatio per $e^{-by} dy$, & ſit

$$\frac{d^2 y}{dy} + \frac{c\, dy}{b} = M e^{-by} dy.$$

Poſita dx conſtante, & N accepta pro conſtanti alia quantitate, ſecunda integratione orietur

$$\log. \frac{dy}{dx} = -\frac{M e^{-by}}{b} - \frac{cy}{b} - N,$$

atque a logarithmis ad numeros tranſeundo erit

$$dx = e^{\left(\frac{M e^{-by}}{b} + \frac{cy}{b} + N\right)} dy$$

$$x + P = \int e^{\left(\frac{M e^{-by}}{b} + \frac{cy}{b} + N\right)} dy.$$

Caſus alter,
in quo eſt $a = -2$, & $b = 0$.

Si ſit $a = -2$, & $b = 0$, erit propoſita æquatio $dy d^3 y - 2 d^2 y d^2 y + c dy^4 = 0$,

eaque

eaque ſi ducatur in dy^{-3}, atque integretur, fiet
$dy^{-2} d^2 y + cy + M = 0$.
Atque hæc rurſus poſterior æquatio ſi multiplicetur per dy, & nova conſtante addita integretur, exſurget

$$dx = e^{(\frac{1}{2} cy^2 + My + N)} dy$$

$$x + P = \int e^{(\frac{1}{2} cy^2 + My + N)} dy.$$

Caſus tertius,
in quo eſt $\frac{1}{4} b^2 = (a+2)c$.

In tertio hoc caſu erit propoſita æquatio
$$dy\, d^3 y + a\, d^2 y\, d^2 y + b\, dy^2 d^2 y + \frac{\frac{1}{4} b^2}{a+2} dy^4 = 0.$$
Ducantur omnia in $e^{\frac{1}{2} by} dy^{a-1}$, & ſit
$$e^{\frac{1}{2} by}(dy^a d^3 y + a dy^{a-1} d^2 y d^2 y + b dy^{a+1} d^2 y + \frac{\frac{1}{4} b^2}{a+2} dy^{a+3}) = 0.$$
Si ad complendam æquationem pro conſtante accipiatur quantitas $\frac{M}{a+2}$, atque integretur, erit
$$e^{\frac{1}{2} by}\left(dy^a d^2 y + \frac{\frac{1}{2} b}{a+2} dy^{a+2}\right) = \frac{M}{a+2} dx^{a+2},$$
& multiplicando per $(a+2) dy$, ac rurſus integrando fiet
$$e^{\frac{1}{2} by} dy^{a+2} = N dx^{a+2} + My dx^{a+2}$$

$$x + P = \int \frac{e^{\frac{by}{2a+4}} dy}{(N + My)^{\frac{1}{a+2}}}.$$

Caſus quartus,
in quo eſt nec $a = -2$, nec $\frac{1}{4} b^2 = (a+2)c$.

Sit compendii gratia $h = \sqrt{(\frac{1}{4} b^2 - (a+2)c)}$ & propoſita æquatio ducta in $e^{(\frac{1}{2} b - h) y} dy^{a-1}$ hanc aliam formam obtineat

$$e^{(\frac{1}{2}b-b)y}\left(dy^a d^3y + a\,dy^{a-1} d^2y\, d^2y + (\tfrac{1}{2}b-b)\,dy^{a+1} d^2y + (\tfrac{1}{2}b+b)\,dy^{a+1} d^2y + \left(\frac{\frac{1}{4}b^2-b^2}{a+2}\right)dy^{a+3}\right) = 0.$$

Integratione, & additione conſtantis habita orietur

$$e^{(\frac{1}{2}b-b)y}\left(dy^a d^2y + \left(\frac{\frac{1}{2}b+b}{a+2}\right)dy^{a+2}\right) = M\,dx^{a+2}$$

$$e^{(\frac{1}{2}b+b)y}\left(2b\,dy^{a+1} d^2y + 2b\left(\frac{\frac{1}{2}b+b}{a+2}\right)dy^{a+3}\right)$$

$$= 2bMe^{2by}\,dx^{a+2}\,dy$$

$$e^{(\frac{1}{2}b+b)y}\,\frac{2b}{a+2}\,dy^{a+2} = (Me^{2by}+N)\,dx^{a+2}$$

$$x+P = \left(\frac{2b}{a+2}\right)^{\frac{1}{a+2}} \int \frac{e^{\frac{\frac{1}{2}by}{a+2}}\,dy}{(Me^{by}+Ne^{-by})^{\frac{1}{a+2}}}.$$

Caſus quintus,
in quo eſt $\sqrt{(\frac{1}{4}b^2-(a+2)c)} = b\sqrt{-1}$.

In poſteriori hoc caſu cum quantitas $\sqrt{(\frac{1}{4}b^2-(a+2)c)}$ evadat imaginaria, facile ad circulares arcus reduci poterit, valorem debitum aſſignando conſtantibus M, & N, atque integrata æquatio hanc aliam formam induet

$$x+P = \int \frac{e^{\frac{\frac{1}{2}by}{a+2}}\,dy}{(A.\cos.by - B.\cos.by)^{\frac{1}{a+2}}}.$$

VIN-

Vincentii Putii

De Analyſi olei olivarum.

Cum debuerim in oleorum indolem inquirere, ut exinde pateret an probe convenirent cum publicis neceſſitatibus, & an ipſi noxiæ qualitates tribui deberent, ut a certis oleis abſtineremus alia in uſum communem traduᶜturi, debui ex brevitate temporis in eorundem naturam perſcrutandam aliquibus tantummodo exprimentis inſiſtere, quin intimius potuerim in eorundem indolem penetrare. Quædam obvenerunt, quæ rem ultro examinandam ſuaderent, quod perſequi eo ordine volui, ut inciperem ab ipſis olivis, progreſſurus deinde ad oleorum analyſim, tandem ad ipſa eorundem producta diligentius inveſtiganda.

Quoniam vero non modo inter hominis alimenta oleum recenſeri conſuevit, ſed & privatis pluribus aliis uſibus inſervit, & artibus bene multis, hinc me non inutilem omnino rem peragere ſentio, & probabiliter non injucundam.

In primis olivas ipſas examinavi, atque ſubjeci noſtris diſquiſitionibus illas, & antequam matureſcerent, & poſtquam eum maturitatis gradum attigiſſent, ut prælo committi poſſent. Non maturæ plurimum phlegmatis inſipidi conceſſerunt, parum omnino olei, plurimum capitis mortui; emergebat autem oleum albicantium vaporum forma, neque alias conditiones præſeferebat præter communes illas, quæ ſunt propriæ omnium vegetabilium, quæ deſtillatione tractentur: quamobrem ad olivas maturas animum, operamque eouſque converti, ut haberem quid iſtæ præberent, quidque nobis de earundem ingenio ſentiendum eſſet. Phlegma ea quantitate obtentum eſt, ut ſeptimam partem

ponderis olivarum æquaret, quod diverſæ tamen fuit naturæ. Prima ex tribus ejuſdem portionibus plane inſipidi ſaporis erat, &, ſi quem referebat, erat fatuus quidam, in quem aliquando palatus offendit, quin cuipiam ſapori noto valeat adnumerari; nullo autem pacto acidus erat, quod non idem de duabus aliis portionibus, quarum ſecunda aliquanto colorabat ſyrupum violarum, multo magis tertia in rubrum vertebat. Colligendum proinde, naturam phlegmatis referre ſolam tertiam partem primo obtenti liquoris; alias portiones ſecum vehere aliqualem quantitatem acidi, quam tamen ſeparare ab aqueo liquido non licuit. Nil vero mirum ſi ultimo prodiens lympha colorata ſit, ex oleo ſcilicet, quod cum ipſa aliqua parte aſſurgit; intermedium acidum, quod cum phlegmate incipit elevari, conſociat oleum, & aquam, ſic vero intime, ut plane ab invicem noluerint ſecedere.

Poſt hæc prodit oleum denſum quintam olivarum, quas in experimentum vocavimus, partem adæquans. Mihi autem plaudebam de tanta olei quantitate; at cum propius rem examinabam, deprehendi multam aquæ portionem ipſi unitam eſſe, ut ex ſeptem libris olei extillati, vix libram & ſemis veri olei rectificandi obtinuerim; reliquum phlegma erat ſic oleo infixum, ut ſola vi caloris adhibiti potuerim unum ab altero difficulter omnino ſejungere. Mirabilis vis naturæ arte difficillime imitanda! Scit ipſa unire quæ cæterum repelli conſueverunt. At vero his cognitis, negarine poterit olea preſſa quantitatem aliquam aquæ continere, præter etiam illam, qua habent, ut ſint liquida? Revera quamvis eam deinde Chemia valeat ab eiſdem educere, nunquam tamen illud habebit, ut in oleum, ex quo phlegmatis datam portionem ſeparaverit, eandem poſſit iterum inducere. Plura hac de re pericula cepimus, quæ, cum nihil magis comprobent, quam quod annuebam, in medium non profero, ne longa ipſorum ſerie tædium moveam. At oleum obtentum erat rectificandum: hoc autem dum rectificaremus, aqueæ bullæ ad ejuſdem ſuperficiem cum ſibilo, & ſtrepitu conſcendebant, ut liquido conſtaret, adhuc præter ſeparatam diligentiſſime aquam non mediocrem phlegmatis portionem olea conſervaviſſe. Notandum autem, haſce bullas extricari tantummodo cœpiſſe, quando va-

vapores aſcendebant aciduli, quod probat tantum aquæ probabiliter a compedibus olei liberari, quantum acidi ſecedit, quod eſt intermedium, ne ab oleo phlegma ſeparetur. Animadvertendum præterea acidum, quod vi ignis attollitur, lene omnino eſſe, nullimode oculos, aut pulmones afficere, ut admodum diverſarum virium ſit ab illo, quod ab oleis preſſis extricatur. Oleum autem tribus lagenulis aſſervavi; nullimode vero differebat primum ab ultimo obtento; omnes enim lagenulæ iſtæ, aliquo elapſo tempore, ad fundum demittebant portiunculam phlegmatis acidi, quod tempus tantummodo ab ipſo ſeparaverat. Caput mortuum præbet ſalem acrem, omnibus notis alkalinum, deliqueſcentem, efferveſcentem cum acidis, & violarum ſyrupum mutantem in viridem colorem.

Nunc ad oleorum expreſſorum analyſim exponendam. Olea non eandem ſemper faciem præſeferunt, non eundem colorem, & denſitatem, nec ſaporem, qui perſæpe diſſidet inter ipſa, quamvis olea apparenter eadem omnino videantur. Olera diverſo ſolo implantata non eodem gaudent cælo, non ubique eadem ratione coli conſueverunt: fructus & ipſi in diſſitis ab invicem plagis æque non adminiſtrantur: hinc non mirum, ſi multa ſit productorum diverſitas. Illud conſtans eſt, ut olivæ ad maturitatem deductæ lividum colorem ſortiantur, ſaporem amarum aliquanto acrem, & nauſeoſum, dum interim oleum expreſſum pulchre quandoque virideſcit, flaveſcit aliquando, ſemper dulce eſt, & tranſparens; quod indicat auſterum ſaporem olivarum inſidere in parte earundem ſalina mucilaginoſa; ex quibus facile eſt evincere, quod ſi olea avide premantur ab olivis, ſic ut vel torcular exprimat etiam id, quod oleum non eſt, quod tamen non difficulter ab oleis retinetur; vel ſi ars calore aquæ ebullientis ſupra olivas jam preſſas illud præſtet, ut ultro etiam educatur id, quod primæ preſſioni non obedierat, fiat neceſſario, ut commixtis oleo particulis illis, quæ ſaporem acrem olivis tribuebant, etiam oleum ipſum retineat deinde naturam, quam ab heterogeneis admixtis mutuatum eſt. Quid ſi olivæ diutius, quam par eſt, in maſſas collectæ ſibi relinquantur? Intelligitis hoc in caſu vires fermentativas agere debere plus minus pro tempore, quo in tales maſſas coadunatæ olivæ jacuerunt. Mihi autem

ipſi

ipſi evenit, ut dum olivas meis experimentis præpararem, perciperem ipſas longiori tempore in maſſam aſſervatas facillime putruiſſe. Debent certe neceſſario a natura ſua demitti, & quicumque noverit vires fermentativas internas in iſtiuſmodi corporibus effectus gignere parum diſſimiles ab illis ignis, rem ſic eſſe tenebit. Quoniam autem ſemel excitatæ vires fermentativæ ultro ſemper agendo progrediuntur, hinc eſt ut quæ olea a nimis diu coadunatis olivis exprimantur, facile tractu temporis quandam acredinem contrahant, quæ deinde faucibus ſe manifeſtet ſenſu quodam ardoris, cujus effectus pravæ qualitatis oleis a vulgo adſcribi conſueverunt. Neque obſtat, oleum omphacinum ipſum facilem contrahere acrimoniam; aliam enim habet ipſa originem; exprimitur ſiquidem ab olivis nondum maturis, tranſitque in ipſum non mediocris pars olivarum, quæ naturalem maturitatis ſtatum nondum attigerunt: revera autem palatus illico poſt expreſſionem ſenſu quodam adſtringenti afficitur, brevi etiam imprimit ſenſationem acrimonioſam.

Olivæ ad maturitatem pendulæ eſſe deberent arboribus; deberent colligi, non percuti ut decidant, atque in maſſas aſſervari, donec exterior earum tunica corrugaretur: olea vitiis vel pluribus carerent, multo etiam magis, ſi oleum ultimæ expreſſionis cum illo primæ non confunderetur. Præter dicta, ex quibus ſatis clarum eſt, unde ſit oleorum differentia, Chemia ipſa facile ſuadebit, an olea ab alteratis, vel a nimium preſſis olivis educta ſint. Si olea ſint pura, parum phlegmatis concedent, multum ejuſdem, & magis quo a debita puritate recedant: hoc multiplicibus experimentis poſſum aſſerere. Acidum ipſum diverſa quantitate obtinetur pro diverſo puritatis gradu in oleis. Revera tria olea in experimentum vocavi. Lucenſe unum optimum, alterum infimæ conditionis, aliud puriſſimum, quod ſcilicet extillavit guttatim ab olivis quaſi ſponte a tela, ſupra quam matureſcentes olivæ ſtatuebantur, ut ſolo pondere proprio paulatim portionem aliquam incluſi olei demitterent. Diſcrimen fuit, ut oleum lucenſe parum phlegmatis tribueret, mediocrem acidi portionem, & virium non tam intenſarum; oleum fixatum diceres, butyraceum ſubſequebatur quantitate & ipſum mediocri; multum deinde olei ſubtilis, parum tandem capitis mortui.

Ole-

Oleum infimæ conditionis contra multum phlegma, multum acidum, & quidem meraciſſimum, ſatis plus olei fixati, minus olei ſubtilis conceſſit, & plus capitis mortui. At oleum, quod improprie *Virgine* dicitur, phlegma tribuit media quantitate inter unum, & alterum ex dictis, minus vaporum acidorum, minus olei butyracei, plus olei ſubtilis, minus capitis mortui; ex quibus colligere eſt differentiam oleorum ex ſolis productis.

Ordo eorundem ſequens eſt. Primo aſſurgit phlegma, quod in oleis mediocris conditionis parva eſt quantitate, & fere ſtatim acidulum: vis enim ignis acidum olei prompte extricat; atque eadem ratione, qua intelligimus acidum vitriolicum ex ſulphure cum parte ejuſdem inflammabili elevari, quaſi ſupra alas phlogiſti vehatur, quamvis natura ſua vehementem ignem ferat, quin volatilizetur, ſic mirum eſſe non debet, ſi acidi veſtigia ſtatim obtineamus ab oleo, quod veluti aggregatum phlogiſti poteſt conſiderari.

Oleum deinde adparet, ſed fixatum, & dictam conſiſtentiam habens butyraceam: en novum argumentum evoluti acidi ab oleorum compage, quod vires ſuas dum exerit, oleum figit, quod cæterum fluidum obtineremus.

Elevatur ſubinde oleum ſubtile una cum multa vaporum acidorum quantitate, quod acidum in fundo excipuli in liquorem facili negotio ſeparabilem coadunatur: videtur autem quod ideo oleum iſtud non tranſeat fixatum, quod vires ignis non permittant, ut acidum rapidis vaporibus exiens connubium ineat cum oleo, quod tunc temporis & ipſum aſſurgit. Revera autem duodecim circiter horis poſt deſtillationem, ſubtile illud oleum denſari vidimus, idque putamus adſcribendum vaporibus acidis, qui agunt in oleum, cum quo intra recipiens ſunt in proximo conctactu.

Ceſſant vapores acidi antequam omne oleum eductum ſit, & quod deinde tranſit, pacifice fluit, ſed coloratum, & incipiunt diverſi gradus oleorum nigrorum, quorum ultimum eſt magis empyreumaticum; at ſub fine deſtillationis en iterum vapores acidi parva quidem quantitate, ſed admodum intenſi.

Ex dictis conſtat, duplex acidum in oleo conſiderandum, quorum unum intime ejuſdem ſubſtantiæ unitum ulti-

timo prodeat, alterum laxe ipſi adhærens, ſtatim ſe manifeſtet: quod fundamentum præbet, ut intelligamus qui fiat, ut ſola longa trituratione olei cum alkali obtineamus ſalem naturæ mediæ, non tamen referendum ad ullum ex ſalibus cognitis.

Præter hæc conſtat etiam, olea nimis preſſa plurimum habere ab expreſſione, quod oleum non ſit, maxime ſi differentiam ſpectemus productorum oleorum analyſi. Natura acidi, quod ab oleis habemus, eadem ſemper eſt; vapores ſuffocantes non aliter ac illi accenſi ſulphuris, aliquanto tamen diverſi a vaporibus acidi vitriolici validiſſimo igne exaltatis; dat ſiquidem phlogiſtum iiſdem non modo facilem volatilitatem, verum etiam vim pulmonibus infenſam; forte quia ab igne majorem obtinuerunt activitatem.

Inquirens in naturam acidi, tentavi ipſum cum ferro, ac cupro. Obtinui meraciſſimas tincturas, quales expectavi. At cryſtallos formare non licuit; impediebant enim probabiliter oleoſæ particulæ acido commixtæ: revera autem acidum, quod purum obtinuiſſe judicaveram, poſt aliquot dies partem aliquam oleoſam ad ſuperficiem propellebat.

Syrupus violarum in pulchre rubrum colorem mutabatur; acidum affuſum ſupra nitrum vaporem extricabat, qui videbatur nitroſus, unitum cum oleo tartari præbuit ſalem amaricantem figura polyedria tartarum vitriolatum æmulantem; vapores autem per elaboratorium volitantes tales erant, ut nemo non judicaſſet, accenſum ſulphur infenſas particulas diſperſiſſe; ſub enim actione ignis, & conſequenti decompoſitione magis nudum acidum apparebat, proindeque magis, & melius naturales notas exercebat; vetat autem multa pars particularum inflammabilium ejuſdem vim vitriolicam moderantium, ne omnibus notis tale evidenter appareat etiam frigefactum.

Alterum, quod naturam acidi vitriolicam ſuadebat, fuit phænomenon, quod obvenit dum ceſſatis vaporibus aqueis incipiebant alii pure acidi. Ut enim excipulum mutaremus, collum retortæ perpendiculariter ſuper ejuſdem corpus elevabamus; repente autem ſtrepitus exploſivus ſucceſſive iteratus obortus eſt ex deciduis calentis acidi guttis ſupra calens oleum, vaporibus interim albicantibus oleoſis, magna quantitate, elevatis. An non acidum vitriolicum ſu-

pra

pra olea expreſſa calentia eadem phænomena habet? Utrobique paria ſunt; conſtito vero aliunde de acidi natura, & idem debemus judicare de hoc ipſo phænomeno.

Natura ſalis obtenti a capite mortuo multo igne aperto calcinato eſt, ut ſit lamellatum, & omnino neutrum; guſtu refert ſalem marinum, & ſenſum frigoris linguæ admotum imprimit, quaſi naturam etiam nitroſam habeat; in receſſu autem ſaporem amaricantem, ſimilem illi tartari vitriolati. In igne decrepitat mediocriter, funditur facile: ex quibus colligo, ſales illos probabiliter eſſe, quos planta ad fructus adduxit; facile autem eſt & de tartaro vitriolato, & de ſale marino, & de nitro conjectari.

Volo autem notatum, illa olea longiori tempore ardere, quæ magis ſcatent acido, ita ut olea ſubtilia poſt acidum evolutum obtenta celerrime conſumentur; intermedium ſiquidem acidum impedit fortaſſe, quominus phlogiſtum celeri inflammatione conficiatur.

Voluimus oleum tam butyraceum, tam ſubtile rectificare, ut videremus quid ultimo tandem emergeret. Inverſo ordine res proceſſit. Oleum butyraceum rectificatum poſt liquorem acidum oleum præbebat ſubtile, quod non coagulabatur; cogitur autem illud, quod attollitur deinde. In oleo ſubtili rectificando idem fuit; idem & in ſecunda rectificatione ſubtilis olei rectificati. Voluimus iterum, & denuo procedere, ſubjicientes ſemper noviter obtenta olea noſtris experimentis, ut tandem oleum ſine ulla manifeſtæ aciditatis nota recuperaremus. Hæ rectificationes oleum concedebant, quod non tam ſubito congelaverat, at hoc idem oleum iterum in retortam inditum nullam præbuit olei denſi quantitatem. Tandem ultimo tentatum ſubtiliſſimum obtinuimus, in quo nullum fuit veſtigium fixitatis. Erat autem omnino diaphanum, aqueum colorem, & limpiditatem referebat. Oleum iſtud in uſum vocavi ad torporem dirimendum carpo affecto; pluries autem fricata pars torpeſcens paulatim e ſtatu morboſo in ſanum vertebatur; quare & penetrantiſſimum eſſe judicavi, & naturam referens olei dippeliani. Hæc habuimus: en obſervationes, quas aſſequuti ſumus.

Dum quodcumque ex dictis oleis novis experimentis torqueremus, ſemper acidum primo obtinuimus. Quo recti-

ſicationes progrediebantur, ardebat oleum celerius. At olea ultimæ rectificationis dum flammam admotam conciperent, illud habebant, ut primum conſumeretur ad modum ſpiritus vini; ſecundum paulo minus; tertium, & quartum arderet etiam minus celeriter, & cum aliquo ſtridore ſub fine, quod probabiliter aliqua portio acidi adeſſet non intime unita, ſed oleum quaſi coinquinans. De præſentia autem acidi quamvis vix poſſemus ſuſpicari, tamen lotiones, & ebullitiones ſubtiliſſimi olei factæ cum aqua deſtillata acidum evolvebant; aqua enim ſemper guſtum præſeferebat ad vitriolicum accedentem, qui tamen minor erat dum iterum idem oleum nova ebullitione tractaretur; eo enim ventum eſt, ut aquam omnino inſipidam recuperarem. Lotiones ſyrupum violarum tingunt in rubrum, olea vero ſemper aliquid conſervant, quod linguam pungit.

Quæret quiſpiam quid cauſæ fuerit, ut olea expreſſa poſt aciditatem oleum præberent butyraceæ conſiſtentiæ, rectificata autem præberent primo ſubtile. Verum ſuppetat, duplex acidum in oleis conſiderandum; & quoniam rectificatis deeſt illud, quod laxe ipſis adhæreat, excitanda erat vis ignis, quæ acidum ultimo obtentum ex oleis expreſſis evolveret, & in altum ferret in contactu cum particulis oleoſis vires ſuas exerciturum. Sic habemus a Chemia, & quomodo olea ab oleis diſtinguamus, & quænam ipſorum ſint vires, & producta. Ocularis inſpectio, modus ardendi, reſiduum ab ignitione, conditio fumorum, argumenta magis obvia ſuppeditabunt, ut de eorundem qualitate craſſius judicemus. Poterunt hæc non modo Philoſophis eſſe proficua, ſed humano commercio non prorſus inutilia.

FRAN-

FRANCISCI MARIAE ZANOTTI

De thermometris.

NE quæſo miremini, Sodales optimi, me, hominem experimentalis phyſicæ apprime rudem, de thermometris hodie apud vos verba facere; illud enim ſciatis velim, me id facere, non utique ut alios doceam, ſed ipſe ut docear, quod conſequi me poſſe confido, vel ſi errem; ſpero enim fore, ut quidquid erravero, id vos pro humanitate veſtra emendetis, fiamque ipſe ſermonibus veſtris doctior. Ne multis vos morer, ad rem aggredior.

Thermometrorum, quod vos non fugit, plura quam phyſici vellent, ſunt vitia. In his duo conſideranda ſuſcepi; quamquam in altero phyſicorum magis diligentiam, quam thermometri perfectionem requiro. De hoc vitio primum dicam, tum veniam ad alterum.

Phyſici ſunt quidam, qui aquarum medicinalium, aliarumve reconditiorum rerum, puta viſcerum, quæ in apertis vivorum animantium corporibus apparent, explorare calorem cum velint, hanc fere viam ineunt. Thermometrum ſumunt conquiſitiſſimum, & ſumma arte perfectum. Id repræſentet figura AO, quam vobis ante oculos poſui. Locum C accuratiſſime notant, quo mercurius, ſeu liquor quivis alius thermometro contentus, ſe evexit propter calorem externi aeris. Hoc facto globum AB indunt in aquam, ſive aliud quidquid id eſt, cuius calorem metiri volunt. Globo AB in aquam indito, ſi mercurius forte aſcendat a C uſque ad *m* (aſcendere autem ipſum oportet, ſi calor aquæ maior ſit, quam aeris) ex illo aſcenſu C *m* calorem aquæ æſtimant, & cum aeris calore comparant. Fieri interdum poteſt, ac ſæpe fit, ut mer-

curius non aſcendat quidem, ſed deſcendat; nempe ſi minor ſit aquæ, quam aeris, calor; ac tum ex deſcenſu ſimiliter iudicium faciunt. Ego de aſcenſu tantum loquar, ea tamen proponens, quæ facile ad deſcenſum traduci poterunt.

Aſcenſum ergo mercurii conſiderans aperte fateor, iſtam vel metiendi, vel comparandi caloris rationem, niſi ſi correctio adhibeatur, quam adhiberi tamen nullam audio, mihi valde ſuſpectam eſſe. Quid hanc mihi ſuſpicionem faciat, primum explicabo; deinde quam velim correctionem adhiberi.

Non eſt dubium, quin ſi certus caloris gradus totum mercurium, qui in thermometro eſt, afficiat, totum quoque æque dilatet; ſin unam dumtaxat mercurii partem afficiat, eam, quam afficit partem, dilatet, reliquas nequaquam; erit igitur ex eodem caloris gradu in eodem thermometro maior minorve mercurii dilatatio, ideoque etiam maior minorve ipſius mercurii aſcenſus, pro eo ut calor vel mercurium totum, vel maiorem, minoremve attigerit partem. Quod cum ita ſit, male inter ſe calores duo ex altitudinibus, quas mercurius in thermometro obtinet, comparabuntur, ſi calor alter mercurium totum pervaſerit, alter partem tantum; is enim, qui partem tantum pervaſit, potuiſſet maiorem dilatationem, maioremque altitudinem efficere, ſi totum pervaſiſſet.

Id ſi ita eſt, næ illi errant, qui rei cuiuſpiam calorem exploraturi extremam thermometri partem, ideſt globum AB, in eam indunt; ac ſi mercurius ex altitudine AC uſque ad *m* ſe evexerit, ex illo aſcenſu C*m* rei calorem æſtimant, & cum aeris calore conferunt; etenim calor aeris, thermometrum univerſum complexus, mercurium totum afficit, dilatatque; rei vero, quam experiri volunt, calor eam tantum mercurii partem afficit, quæ globo AB continetur, eamque unam dilatat; quod ſi mercurium totum, ſicuti aer, afficeret, minime dubium eſt, quin poſſet idem calor dilatationem maiorem parere, ac mercurium, non uſque ad *m* tantum, ſed aliquanto altius evehere.

Quamvis ergo, ſi calores duo, quos conferre volumus, uni globo AB applicentur ambo, atque ex aſcenſu mercurii, quem calor uterque fecerit, inter ſe comparentur,

tur, iuſta fortaſſe ſit comparatio; minime tamen iuſta erit, ſi calor alter in globo tantum AB inſederit, alter thermometrum totum occupaverit; in eoque peccare videntur illi, qui aut fontes rivoſque neſcio quos, aut animalium viſcera, quam caleant, demiſſo in ea, uti fit, thermometri globo, perquirunt, eumque, quem iſto modo calorem compererint, ſine ulla cunctatione ad calorem aeris referunt.

Minus libenter, Sodales ornatiſſimi, phyſicos amicos noſtros de hac culpa admonerem, niſi facilis atque in promtu eſſet emendatio. Mihi quidem videtur paratiſſima. Quæratur primum (neque erit inventu difficilis) proportio illa, quam habet univerſa mercurii maſſa, quæ a fundo A uſque ad altitudinem C evehitur, ad eam mercurii maſſam, quæ globo AB continetur. Proportione hac cognita, ſi indito in fontem verbi gratia aliquem thermometri globo AB, mercurius aſcenderit a C uſque in *m*, facile erit punctum aliud *n* ſic conſtituere, ut quam habet proportionem univerſa mercurii maſſa AC ad mercurii maſſam AB, eamdem habeat C*n* ad C*m*. Puncto *n* ſic conſtituto, licebit iam colligere ad hunc modum. Satis conſtat, ſi homogenea quidem corpora eodem calore afficiantur, dilatationum ſpatia eamdem inter ſe proportionem habere, quam habent maſſæ, quæ dilatantur. Si ergo calor, cuius menſuram quærimus, eam mercurii maſſam afficiens, quæ globo AB continetur, mercurium ipſum ad ſpatium C*m* dilataverit; dubitandum non eſt, quin mercurium ad ſpatium C*n* dilataſſet, ſi univerſam maſſam affeciſſet. Quem ergo metiri volumus, calor is eſt, qui ſi univerſum complecteretur thermometrum, aſcenſum mercurii pareret a C uſque in *n*. Æſtimari igitur ex aſcenſu C*n* poterit, ac tum denique cum aeris calore comparari. Sic menſura C*m*, quæ fallax erat, emendabitur.

Quamquam ne id quidem ad certiſſimam tutiſſimamque comparationem ſatis erit, niſi ſi vitium quoque aliud emendetur, quod in thermometris ineſt omnibus. Id nempe eſt alterum e duobus illis, de quibus initio propoſui dicere. Hoc vitium quale ſit, primum exponam; deinde quo modo, niſi me res ipſa fallit, emendari poſſe confidam. His peractis finem dicendi faciam.

Certiſſimum illud eſt, ac phyſicis omnibus cognitiſſimum, non liquorem tantum, qui in thermometro includitur

tur, ſed globum etiam ipſum, & tubum, quo liquor continetur, relaxari, adveniente calore, dilatarique. Ea re fit, ut liquor, expandens ſe quaquaverſus, ad eam numquam altitudinem evehatur, quæ caloris magnitudinem poſſit oſtendere. Itaque falluntur ii, qui ex liquoris altitudine calorem æſtimant. Neque vero æſtimari calor ex liquoris altitudine umquam poterit, niſi ſi thermometrum id paretur, cuius interior cavus, quocumque adveniente calore, eamdem ſervet magnitudinem; eoque fiat, ut liquor in eum cavum incluſus relaxare ſeſe & dilatare non poſſit, niſi ſurſum feratur. Omnis igitur emendandi huius vitii ratio eo ſpectat, ut interior vel globi, vel tubi capacitas a calore, ſi quis adveniat, nihil variet.

In id maxime incubuit Bulfingerus, mathematicus longe præſtans, atque adeo in ſummis numerandus. Sed ille cum globum emendaſſet, prætermiſit de tubo. Globum autem ſic emendat. Figuram ſphæricam reiicit, eique ſubſtituit vaſculum, duobus parietibus contentum, convexo altero, altero concavo, ut adſpectantibus ſcutellæ ſpeciem præbeat. Sic autem homo acutus colligit. Dubium non eſt, quin ſi paries ille, qui convexus eſt, dilatetur, interius vaſculi ſpatium augeri debeat; e contrario minui, ſi ille dilatetur, qui eſt concavus; dilatatis igitur, ut aeris calore fit, parietibus ambobus, tum convexo tum concavo, neque augeri interius ſpatium oportebit, neque minui, ſed eamdem ſervare magnitudinem.

Idque ſane ſi a ratione ad experimentum deducatur, vix quidquam aberrabit. Academici noſtri duo, Antonius Leprottus, medicus, cum viveret, florentiſſimus, & Petrus Tabaranus, non illo inferior, cum una Romæ eſſent, artificem vitrarium nacti peregregium, thermometra ſibi condi iuſſerunt complura, ſcutellis, ut Bulfingero placet, inſtructa. Cum hæc & ſæpe & ſtudioſe adhiberent, nihil eis non ex Bulfingeri ſententia ceſſit. Cum partem ſcutellæ convexam calida madefeciſſent, animadverterunt liquorem in tubo continuo deprimi; quod ſcilicet, cum pars convexa ſeſe dilataſſet, interius vaſculi ſpatium auctum fuerat, neque dum calor ad liquorem pervaſerat. Contra vero cum parti concavæ, ut ante in convexa fecerant, aquam calidam admoviſſent, liquorem continuo ſurſum ferri in tubo

bo animadverterunt: quod nempe calore aquæ admoto dilataverat ſe ſtatim pars concava, atque interius vaſculi ſpatium imminuerat. Scutellam totam ſæpe in calidam demiſerunt, ut æque ex utraque parte calefieret; ſubſtitit parumper liquor in tubo ſine motu ullo; tum ſeſe extulit. Quod ſane argumento eſt, calorem primum, cum parietem utrumque vaſculi afficeret, interioris ſpatii magnitudinem nihil mutaviſſe; poſtea vero, cum ad liquorem pervaſerit, eum ſurſum adegiſſe. Hæc atque alia experimenta ſumſerunt ad Bulſingeri ſententiam tuendam aptiſſima; quæ experimenta, quod vos non latet, Tabaranus poſtea edidit; Muſſchenbroeckius vehementer probavit.

Atque hæc quidem globi vitium emendari oſtendunt, ſi is in ſcutellam, uti Bulſingerus docet, convertatur; ea enim re fit, ut calore quovis adveniente nihil vaſculi illius mutetur capacitas. Id quod ſane ſatis ſit ad calores duos quoſvis dimetiendos rite, comparandoſque, ſi uterque modo calor ſcutellam tantum affecerit. Quid vero, ſi calores ambo thermometrum affecerint totum? Quid, ſi alter ſcutellam tantum, alter tubum etiam? Si enim veremur, ne globi mutetur capacitas calore adveniente, eaque re fiat, ut ex altitudine liquoris rite æſtimari calor nequeat, cur non idem vereamur in tubo? Neque vero mirari ſatis poſſum, cur Bulſingerus, ac noſtri illi duo de globo ſolliciti adeo fuerint, de tubo nihil; namque & tubum dilatari oportet ex adventu caloris, non ſecus quam globum; eiuſque capacitatem in latitudine augeri; cuius capacitatis ratio tunc vel maxime habenda eſſe videtur, cum thermometrum, ut ſæpe fit, adhibemus ad calores illos dimetiendos, qui cum globum, tum etiam tubum, afficiunt; cuiuſmodi eſt is calor aeris, quem anni tempus affert, cuiuſque cauſa videntur præcipue thermometra fuiſſe inventa.

Eoque magis miror; quod qua ratione globum emendarunt, eadem, ut mihi videntur, tubum quoque emendare potuiſſent, ſi in id animum intendiſſent. Dicam quod ſentio. Veſtrum erit, Sodales ornatiſſimi, ſi quid erravero, ignoſcere. Sicut globum, figura ſphærica abiecta, in ſcutellam converterunt, eaque re fieri poſſe putaverunt, ut interior illius capacitas nequaquam propter caloris adventum mutaretur, cur non idem potuerint etiam ad tubum transferre?

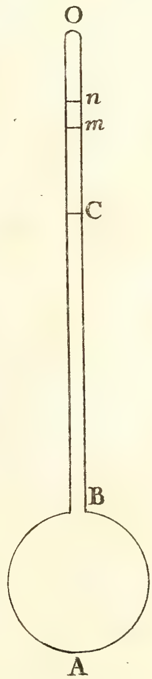
cur

cur non potuerint, figura cylindrica abiecta, ſcutellatum, ut ita dicam, tubum fingere, quem, ſimiliter ut globum, parietes continerent duo, convexus alter, alter concavus? Sic utique fieret, ut neque tubi, ex adventu caloris, augeri latitudo poſſet; eſſetque tota liquoris contenti dilatatio ex altitudine ſpectanda. Quid ergo? An id illi non viderint, acutiſſimi ſcilicet homines doctiſſimique? An magis putem, id illos vidiſſe utique, ſed difficultate fortaſſe quadam, quam ipſe non videam, deterritos curam hanc abieciſſe? Anceps cum ſim ac dubius animi, quid ipſi ſentiatis, Sodales optimi, ſcire cupio; eamque ob rem hunc ſermonem ſuſcepi.

Non ſum neſcius, in his rebus vitrarios quoque eſſe conſulendos; ſæpe enim accidit, ut quæ cogitatione fingimus, quamvis & apta inter ſe ſint, & mire cohæreant, & quamdiu in animo ſunt, præclare reſpondeant, nulla tamen arte poſſint effici. Neque illud mihi memoria excidit, quod Carteſio philoſopho ſummo contigiſſe accepimus, qui cum lentes ſibi in animo finxiſſet pulcherrimas perfectiſſimaſque, omnem vitrariorum induſtriam ſuperavit; itaque vitrarius nemo inventus eſt, qui tantum valeret arte, quantum ille ingenio valuerat; perfectiſſimæque illæ lentes in cogitatione excellunt, re ipſa nullæ ſunt. Quod ſi me de iſtis, quos modo propoſui, ſcutellatis tubis artifices ſimiliter reprehenderint, haud moleſte feram, me id erraviſſe, quod Carteſius erraverit; quamquam ille & difficiliori in re, & ingenioſius erravit. Ceterum, ſi ſcutellati iſti tubi formari probe poſſint, iiſque thermometra componi; haud ſane video, cur non hæc aliis anteponenda ſint, maiorque his, quam aliis, habenda ſit fides.

Hæc habui de thermometrorum forma atque uſu quæ dicerem. In quibus ſi quid vobis mutare placuerit, ſi quid addere, ſi quid demere, ſi quid corrigere, faciam profecto ut intelligatis, me, quod initio dixi (dixi autem doceri me velle, non docere) non id ex uſu, neque oratorie dixiſſe, ſed vere atque ex animo.

JO-



T. VI.

5

JOSEPHI MOSCAE TENTAMEN

De noſtrate Febrifugo noviſſimo

AD CL. VIRUM

SEBASTIANUM CANTERZANUM

Bononienſis Inſtituti Academiæ a Secretis.

CUm olim a te, Canterzane præſtantiſſime, acceperim, illuſtrem noſtram Inſtituti Academiam inter Sociorum diſſertationes ſane doctiſſimas lucubratiunculam meam *de noſtrate Febrifugo noviſſimo* edendam cenſuiſſe, valde miratus ſum, quippe qui nec multi nominis eſſem, nec ſcientiarum dives, neque opuſculum hoc tanti æſtimarem, ut in eo eſſet honore. Ac demiranti mihi id ſponte ſua venit in mentem, tuum nempe erga me ſtudium, ſingularemque humanitatem effeciſſe, ut nobiliſſima iſthæc Societas opuſculum meum Academiæ actis inſerendum decerneret: quamobrem ob id honoris mihi delatum maximas tibi gratias agam, habeamque oportet. Cæterum (quod ſerio attendas velim) opuſculum *de novo Febrifugo* non inſcribendum putavi; quandoquidem, quibus hoc medicamen paratur, vegetabilia jamdudum medicis nota ſunt, & ad febres depellendas uſitata. Si quid ergo tantillæ novitatis redolere ipſum dixerim, id in delectu, unione, ac ejuſdem uſu conſiſtere dictum volo; cujus uſus vim vi corticis peruviani ſæpiſſime potiorem mihi videor etiam atque etiam comperiſſe. Qua de re qui certior fieri voluerit, periculum, ut ego feci, & in tentamine deſcripſi, & ipſe faciat. Vale, Canterzane humaniſſime, & me, ut ſoles, amare perge.

Hujus cogitati Occaſio.

I. PLures ab hinc annos curandis omnigenis febricitantibus animo nimis anxio, & ſollicito fui, vel quia peru-

ruvianus cortex, febrifugum cæteroqui certum, & præſtantiſſimum, licet juxta quasvis artis regulas hactenus inventas adhibitus, nonnullas tamen febres extinguere ſatis non ſemper fuit (1), vel quia peculiaribus ægrotorum habitudinibus incommodi quippiam, aut damni dedit (2), vel tandem quia internarum quandoque inflammationum ſuſpicio, aut abſceſſuum metus (cum maxime febrem fugare, ejuſve præcipitem, ac periculoſum curſum præſentiſſimo remedio cohi-

(1) „ Deceſſere denique mihi (abſque eo quod hiſtorias per extenſum referam) *nil proficiente uſu corticis etiam tempeſtive adminiſtrato*, duo religioſi viri „ ex Carmelitarum familia, quorum unus ſeptuagenarius, debilis, & valetudinarius erat; obiitque correptus tertiana duplici perniciosa, & exitiali facta ob „ continuitatem, & acutiem, *irrito cortice*, progredientem. Alter vero juvenis „ erat, qui a febre primum acuta, & continua proportionata, mox & ab intermittente, in quam recidit, fuerat ſanatus, & quidem ſemper ſine cortice. Recidit ille tertio, febriculas iterum intermittentes longiuſculas paſſus, &, cortice „ leviter per modum alterantis aſſumpto, denuo ſanatus eſt. Recidit quarta vice; „ & quia febres videntur ad acutiem vergere cum tendentia ad ſoporem, præmiſſis ex arte in tali caſu præmittendis, offertur iterum cortex validiuſcule in formam opiatæ, *ſed incaſſum*.....

„ Sunt hi fideliter caſus omnes ægrotantium tractu annorum XL defunctorum, „ quorum ſim memor; eorum videlicet, quibus *cortex incaſſum* a me propinatus „ fuerit in febribus perniciofis antea deſcriptis, quas cæteroqui idem cortex eadem methodo, ſed opportuniori tempore, & in circumſtantiis magis propitiis „ adminiſtratus curare potuiſſet. Nonnullos equidem alios, præter hos, paucoſque „ caſus, in quibus *irrito* pariter *ſucceſſu oblatum eſt remedium iſtud*, referam lib. V. „ *Tortus Therap. Special. l. III. cap. 5. Vide quoque §. XV.*

(2) „ Et Sydenhamius alvum non moderate tantum ſolvi poſt quinquinam affirmat; *ſed perſæpe accidere, ut ab ejus uſu, tanquam a fortiori cathartico aſſumpto, æger violenter expurgetur*; quam in rem Albertinus adjecit numeroſam „ civium noſtratium familiam, qui vel nullatenus, vel difficulter admodum ferunt „ uſum quinquinæ ob nimiam, quæ inde in ipſis ſequitur, alvi ſolutionem; immo eorundem aliquem ſumere illam loco familiaris, ac bene reſpondentis ſolutivi „ *Opuſ. Acad. Inſt. Bonon. tom. I. p. 406, & 407.*

Hæc enim aliquorum ægrotantium adverſa quinquinæ diſpoſitio prohibet ferme, quominus prudens medicus eam in intermittentibus perniciofis, ac in aliis malignæ naturæ febribus curandis adhibeat, interimque ægrotus febrili veneno necatur. Si contra corticem peruvianum, tanquam alexipharmacum illius veneni, liberaliori doſi, ſeu quantitate, ut par eſt, exhibeat, eundem nimio alvi fluxu interimet. Hinc ſanioris erit conſilii ad febrifugum noſtrum, doſibus ſcilicet largioribus confugere, utriuſque periculi vitandi cauſa, febriſque, quantum humanitus fieri poterit, extinguendæ. Nec tantum alvi fluxus immodicus, ſed & immodica ejuſdem conſtrictio ab nimio peruviani corticis uſu frequenter exorta eſt, vel ſaltem ſecuta: quin & rheumatiſmus, Sydenhamio teſte, viſus eſt ſupervenire. Egomet cum florenti eſſem ætate, a duplici tertiana maligna uſu non mediocri quinquinæ ereptus, plures menſes cardialgia poſt prandium fere quotidie laboravi, quæ frequenter vomitu exolvebatur: quem quidem cardialgiæ morbum neque antea, neque poſtea quadraginta fere annorum ſpatio expertus ſum.

cohibere opus eſſet) illius uſum omnino prohibuit (1). Itaque ex quo medicinam facere cœpi, peſſimis his exploratis diſcriminibus permotus, aliquod febrifugum exoptavi, quod vincendi, aut perdomandi febrem æque ac china china virtute polleret, ſanius tamen omnium febreſcentium temperamentis, ac circumſtantiis aptaretur, ac tuto, funditusque morbum illum extirparet, nunquam, vel rariſſime recurſurum, neque vi illa calorifica præditum, qua nonnunqum febrilis calor corticis uſu creſcere, linguæque ſiccitas conſpicitur exoriri: quamobrem quaſi lex medica ſancita eſt, nunquam eo utendum eſſe remedio, ubi hæc inflammationis, aut abſceſſus interni ſigna apparuerint.

II. Hoc autem deſiderium quammaxime adauxit quædam, quæ animum ſubiit animadverſio, credibile nempe non eſſe, nos natura febribus obnoxios natos non ab ipſamet natura iiſdem extinguendis paratam habuiſſe neceſſariam certamque noſtris in regionibus medicinam, quam Peruviæ regio tam longe a noſtris diſſita, nec niſi ultima hac ætate nobis nota tam large exhibuiſſet: immo contra ſumma Dei bonitas, ac providentia credere ſinit, naſci noſtris in agris vegetabilia quædam, quæ bene cognita, recteque adhibita, effectus eoſdem, quos quinquina, producerent, cumque inter nos germinent, noſtris eſſent temperamentis aptiora, & ſine ullo incommodo, aut damno (quæ ab aliis, atque a me in corticis peruviani uſu animadverſum eſt provenire) illi morbo medendo valerent. Hæc conjectura, quæ ſatis mihi arridebat, viſa etiam fuit innixa obſervationibus, ac experimentis tot ſæculorum, in quibus noſtratium medica-

 mi-

(1) „ Atque id difficilius adhuc adimittimus, ſi febres hujuſmodi a principio jam „ continentes, ſeu ſynochi, mox & in continuas proportionatas converſæ non ſo„ litariæ fuerint, ſed vel variolis, vel pleuritide, vel alia inflammatione comita„ tæ. Ita nobiſcum ſentiunt Sydenhamius, Nigriſolus, aliique. *In continuis epi„ demicis* (inquit Sydenhamius) *debellandis non alios effectus ex ejus* (corticis) *uſu „ expectare licet, quam eos, quos hodie in pleuritide, peripneumonia, angina, ac id „ genus febribus inflammatoriis videmus, quibus non tantum non prodeſt, ſed & pla„ ne obeſt*. Nigriſolus vero in ſchol. ad Blegnium diverſe ſentientem: *ab ejus* „ (quinquinæ) *uſu*, inquit, *in internis inflammationibus abſtinere melius ſemper „ ſum arbitratus, nunquam in internis inflammationibus illam propinare auſus fui; „ quin parum felici exitu ſemper ab aliis exhibitam vidi*. Hæc viri iſti experti; „ licet non deſint, qui eam in quibuſvis indiſcriminatim continuis, ardentibus, & „ malignis febribus etiam incipientibus, quin & ſignate in pleuritide ratione ipſius „ quoque inflammationis uſurpandam contendant; ſed inexperti. *Tortus Therap. „ Special. l. V. cap. 2.*

minum ope frequenter fuerunt a medicis febres perſanatæ.

III. Hinc in occaſionibus paulo ante recenſitis periculum facere cœpi iis vegetabilibus, quibus docti Botanici, ac Medici virtutem febrifugam ineſſe dixerunt: ſeorſim ea uſurpavi, nec raro diverſis unionibus conjunctim, ſemper tamen decocti forma, quæ maxime quidem congruit cum aquea diæta frequentiſſima, & utiliſſima apud nos in morbis medendis acutis. Poſt multa demum experimenta ſive caſu, ſive de induſtria reperi unionem, cujus ope frequenter, ac evidenter utiliſſimos effectus vidi, aut videre ſaltem mihi viſus ſum. Cum igitur poſt diutinam inquiſitionem in partes tutiores, atque efficaciores hujus unionis offendiſſem, expertiſſimo pharmacopolæ Dominico Guarino, mihi, cum viveret, amiciſſimo, præſcripſi, ut ex iis ſyrupum pararet, qui promptior uſui, facilior potui, & decoctis efficacior eſſet. Atque hujuſcemodi cogitati hæc vera, breviſque hiſtoria eſt.

Hujus ſyrupi parandi ratio.

IV. SUmantur ergo partes æquales ſuccorum depuratorum Scordii, Cardui benedicti, Chamæmeli, ac Centaurii minoris, & congruenti quantitate ſacchari albiſſimi paretur juxta artis præcepta ſyrupus. Hi ſucci ſeorſim exprimantur ſua quiſque tempeſtivitate, cum ſcilicet ſingulæ plantæ maxime vigent, neque adhuc perfecte floruerint; & ſeorſim quoque, ac depurati ſerventur.

V. Quod ſi hi ſucci deſint, paratus eſt aliquando ſyrupus vel illarum plantarum aquis deſtillatis, vel earundem jam ſiccarum decoctis fortioribus. Verum effectus obſervati ſunt debiliores; etſi quantitas, ſeu doſis adaucta fuerit: debilior enim fuit effectus ſyrupi aqua deſtillata parati illo, quem habuit ex decoctis fortioribus confectus: quapropter ſi experimenta iterare velis, omnino ſuccis ſyrupus paretur oportet. Cumque Chamæmelum, & Centaurium minus naturaliter multum ſucci non emittant, ubi ſucculentiora ad tempus præſto non erint, ſuppleri poterit earundem plantarum decoctis ex herbis non ſiccis, ſed vireſcentibus.

VI. At quoniam non omnes ægroti medicamenta potus

in

in modum haurire poſſunt, horum ſeu impotentiæ, ſeu moroſitati providebitur, ſi ex iiſdem ſuccis lentiſſimi ignis ope denſius, ac duriuſculum extractum parabitur, quod pilulari forma præſcribetur. Nunquam equidem pilulis uſus ſum; probabile tamen eſt, eas ſimiliter atque ſyrupum profuturas. In hoc extracto conficiendo diligenter curandum, ne materies vel leviter comburatur, aliter ejuſdem virtus neceſſario imminuetur. Hujus extracti quantitas, ſeu doſis, ut ratio dictat, erit ſingulis vicibus a drachma una ad duas.

Eodem utendi ratio.

VII. Quando ad febres debellandas quinquinam præſcribere neceſſe eſt, tunc pari profecto utilitate, & aliquando majore, ſyrupus hic, vel præfatæ pilulæ poterunt adhiberi. Id quidem præſtandum poſtquam remedia cuncta generalia, quæ præcipuas ac neceſſarias morbi indicationes, & circumſtantias reſpiciunt, fuerint uſurpata, uti ſunt emeticum, catharticum, venæ inciſio, & id genus alia. Cum in hoc ſtatu res fuerit, ad unciam unam adultis, ad minorem quantitatem junioribus, in aquæ vel gelidæ, vel egelidæ cyatho ſyrupus hic propinabitur ſex aut ſeptem horis ante novi paroxyſmi acceſſionem, ſive febris intermittens, ſive remittens fuerit.

VIII. Donec febris, ac ſuſpicio recurſus ejuſdem non ceſſabunt, ſyrupus hic, vel pilulæ minime ſunt poſthabendæ: doſis vero, quando minor videbitur indigentia, poterit imminui; ſed ubi maxima fuerit, ut in pernicioſis febribus frequenter uſuvenit, poterit duarum, triumve horarum intervallo duplicari, vel triplicari, vel ad duas uncias ſemel, bis, ac etiam ter in diem exhiberi. Nunquam tanta doſi indigui; cenſeo tamen, in quartanis contumacibus tanta quandoque opus eſſe. Conditio neceſſaria in uſu hujus medicamenti, ut magni effectus obtineantur, eſt viſcerum mundities, ac eorundem obſtructionum, quoad fieri poterit, apertio.

Ef-

Effectus a me, atque ab aliquibus Academiæ Inſtituti Bononienſis Sociis hactenus obſervati.

IX. Hic ſane nonnullæ febrium hiſtoriæ forent deſcribendæ, quibus oſtenderem quales, quantaſque febres hujus ſyrupi auxilio viderim adhuc perſanatas. At quanquam hic ſit eorum mos, qui practica in medicina argumenta pertractant, ingenue tamen fateor, hiſtorias haſce me ſcribere neglexiſſe, ſed generatim tantum annotaſſe miros hujus ſyrupi effectus, quos hic ſimpliciter recenſebo. Verum huic meo defectui ſuppleverunt Inſtituti Academiæ clariſſimorum Sociorum teſtimonia, qui ſæpe captis experimentis quæ, quantaque ſit hujus ſyrupi virtus candide indicarunt.

X. Ego vero effectus hoſce conſtanter, pluriesque vidi: febres enim omnes periodicas, vel continuas, vel intermittentes, vel benignas, vel malignas æque ac china china perſanavit. Sæpiſſime quoque curationes perfecit illarum, quæ ſolito longiori uſu corticis peruviani minime potuerunt extingui. Nunquam ruborem, vel linguæ ariditatem attulit, nec febrilem adauxit calorem; nec ſymptoma ullum, quod febrem prius comitabatur, revocavit; nec novum aliquod produxit. Quandoque mihi videre viſus ſum, hoc febrifugum levem ventris fluxum civiſſe, ſemper tamen cum ægrotantis euphoria, & utilitate. Fere ſemper febres compeſcuit, quæ ab internis inflammationibus, aut acutis abſceſſibus vel oriebantur, vel erant comitatæ; quæ quidem febrium coercitio non raro ab ægrotante periculum propulſavit.

XI. In intermittentibus vero perniciofis, in quibus periculum in mora poſitum eſt, cum in tertia, quartave acceſſione ſoleant ejuſmodi febres mortem ægrotis inferre, nunquam adhuc vim hujus febrifugi expertus ſum, ſed corticem peruvianum largioribus, ut par erat, doſibus adhibui. Id caute, ac tuto factum. Verum ſiquando hujuſmodi febres ſymptomata illa præceſſerint, quæ corticis uſum minime patiuntur, ut internæ inflammationes ſunt, & abſceſſus non a ſanguinis, humorumque lentore, ſed ab eorundem orgaſmo provenientes, tunc vero loco corticis, qui vi ſua calorifica obeſſet potius, quam prodeſſet, ad febri-

brifugum noſtrum prudenter confugiendum cenſeo. Quocirca ſi remedium hoc profecerit, eodem utemur tam in perniciosis inflammatricibus, quam in minime inflammatricibus, non ſine magna ægrotantium utilitate, ac levamine; quandoquidem hi plerique omnes ægerrime ferunt viginti quatuor horarum ſpatio unciam unam, & ſæpe duas illius corticis vel pilulis, vel vehiculo ingratiſſimo haurire. Contra hic ſyrupus, etſi ad uncias quatuor, vel ſex eodem die hauriendus ſit, longe tamen minus cortice peruviano ingratus guſtui erit, præſertim ſi multa diluatur aqua, quæ ejuſdem amaritiem quadantenus imminuet.

XII. Quamobrem omnibus medicis ſuaſor, & auctor ſum, ut hunc adhibeant ſyrupum, vel ubi china china febrem explodere non valuit, vel ubi ob inflammationes, aut internos abſceſſus non ſine damno, aut periculo propinaretur, ſed opus interim fuerit febrem deprimere, ne ægrotum ea interimat; vel tandem ubi febribus intermittentibus perniciosis jungantur internæ inflammationes, ſive abſceſſus, aut ægrotantis temperamentum chinæ chinæ fuerit adverſum. Cum enim in hoc ſtatu res erit, melius eſt, ut Celſus edocuit, anceps remedium, quam nullum, experiri.

XIII. Memoratos hujus febrifugi effectus pluries vidi; ſed aliquando vidi quoque febres illas extirpatas, quæ remittentes ſine manifeſta periodo vocantur; atque ſemel etiam extinctam vidi febrem ſymptomaticam plurium menſium a ſputo ſanguinis ſine pulmonum ſuppuratione enaſcentem in Presbytero, qui nunc Archiepiſcopus eſt, Vir ſanctitate, & doctrina inſignis. Hic enim per quadraginta dies unciam unam hujus ſyrupi quotidie hauſit: extincta eſt febris, & ſputum fere ceſſavit: ſed quia defecerat ſyrupus ex ſuccis, opus ei fuit alium ebibere aquis illarum herbarum deſtillatis paratum. Rediit ſane febris, at ſanguinis ſputum non invaluit. Verum aliquot poſt hebdomadas perfecte ſanatus eſt, & adhuc incolumem vitam agit.

XIV. Atque hæc ſunt, quæ hactenus ſuper uſu, & efficacia hujus ſyrupi obſervavi. At quoniam mihi ſoli annis elapſis fidere non audebam, deprecatus ſum etiam atque etiam doctiſſimos Academiæ Inſtituti Socios, ut mea experimenta non abnuerent iterare, ac poſtea de illorum eventu, qua præditi ſunt humanitate, me facerent certiorem.

Li-

Liberaliter mecum egerunt cl. Viri; atque hæc, quæ ſubſequuntur, ſunt eorum teſtimonia ad me litteris perlata VIII. Idus Decembres Chriſtianæ Epochæ MDCCLXVI.

Cl. Dominici Guſmani Galeatii Teſtimonium.

XV. „ TEſtor ego infraſcriptus, cum periculum feciſſem
„ uſus quatuor deſcriptorum ſuccorum in quinque
„ ægrotis, qui febribus intermittentibus, vel periodicis labo-
„ rabant, quique chinæ chinæ uſu minime quiverant exſolvi
„ aut a febribus iiſdem, aut a recidivis; contigiſſe mihi tan-
„ dem eos nedum a febribus, ſed & a recidivis liberare. Sola
„ quædam Monialis corporis habitu gracillima, & cachecticæ
„ temperaturæ, quæ multis ab hinc annis lentæ febri, fre-
„ quentibus diarrhœis, variiſque aliis affectæ valetudinis in-
„ commodis obnoxia eſt, quamvis præfatorum ſuccorum uſu
„ per plures dies continuato a febre, dum illos hauriebat,
„ ſe liberaret, (id quod quinquinæ uſu pluries non potuerat
„ evenire) ubi tamen illos vel minimum intermitteret, reci-
„ debat. Alius inſuper ex quinque prædictis, qui pluribus
„ annis pertinaci ſcabiei fuerat obnoxius, ex qua ope aqua-
„ rum & balneorum Villæ Lucæ liber evaſerat, cum inde in
„ duplicem tertianam gravi cephalalgia comitatam incidiſſet,
„ etſi poſt corticis uſum inutiliter adhibiti ſuccorum ope con-
„ valuiſſet, iis tamen intermiſſis paucos poſt dies in recidi-
„ vam offendit. Verum enim vix eorundem uſu repetito re-
„ valuit, ac etiamnum perbene valet. In tertianis vero per-
„ nicioſis, illis videlicet, quæ juxta Torti obſervationes quar-
„ ta, quintave acceſſione mortem inferre poſſunt, nondum
„ auſus ſum ſolo ſuccorum uſu curationes aggredi, cum in
„ his obſervaverim, quinquina horis, diebuſque intermiſſionis
„ largioribus doſibus propinata febriles periodos perdomatas,
„ ægrotoſque mortis periculum declinaſſe.

Dominicus Guſmanus Galeatius P. P.

Cl. Franciſci Monti ex mandato cl. Joſephi Azzoguidi S. M. Mortis Noſocomii Medicorum teſtimonium.

XVI. „ AD examen revocatus antifebrilis ſyrupus Moſcæ
„ apud Noſocomium Mortis in febribus vere inter-
„ mit-

„ mittentibus ægrotorum cujuſcunque temperamenti, ætatis, „ ac regionis hos habuit exitus.

XVII. „ Cognita febris indole, adhibitiſque prius re- „ mediis aptis, & ad paranda corpora accommodatis, pro- „ pinatus eſt ſyrupus vel ſero, vel juſculo diſſolutus quo- „ tidie ad unciam. Cumque fuerit conſtanter obſervatum, „ hanc quantitatem vel minuendo, vel retardando paro- „ xiſmo nihil profeciſſe, bis in die quantitas eadem porre- „ cta fuit. Ex multis porro, quibus hæc adhibita eſt cura- „ tio, ſex tantum poſt triduum, quatriduumve febre ſoluti „ ſunt; quibus a recidiva ſervandis per aliud tantummodo „ triduum idem ſyrupus propinatus eſt: atque hac curandi „ methodo nemo unus, quandiu in Noſocomio quidem fuit, „ recidit. Ægroti his leviſſimis febribus liberati tempera- „ mento potius ſanguineo-bilioſo prædìti erant, ac vi- „ ſcerum naturalium ſenſibilibus morboſis impreſſionibus „ immunes. Febres in urbe natæ erant; leviſſimo, ac cito „ tranſeunte frigore, ſine vomitu, & parvo capitis dolore „ invadebant.

XVIII. „ Sed enim non ſatis periculi vedebatur factum, „ hoc ſyrupo febribus deſcriptis adhibito: eo etiam uti vo- „ luimus in iis recurrentibus intermittentibus, quæ per „ agros adoriebantur, in pituitoſis temperamentis, & in „ febribus etiam primitus enaſcentibus majori frigore, & „ graviori cephalalgia. In hujuſcemodi ſyrupus nihil pro- „ fuit. Itaque ad chinæ chinæ uſum feſtinandum fuit.

Cl. Alexandri Bonzii P. M. P. Teſtimonium.

XIX. „ CUm parari curaverim ſyrupum antifebrilem ju- „ xta celebratiſſimi Doctoris Moſcæ expoſitam me- „ thodum, veriſſime teſtor, me illum adhibuiſſe variis ſim- „ plicibus febribus intermittentibus, atque ad eaſdem ex- „ tirpandas efficaciſſimum comperiſſe, pro ut ab auctore „ quavis obſervantia digno accurate deſcriptum eſt. In cu- „ jus rei fidem propria manu ſubſcribo. III. Kalend. De- „ cemb. 1766.

Alexander Bonzius P. M. P.

Concluſio.

XX. Ex hucuſque dictis luculenter apparet, meum de febrifugo noſtrate cogitatum neque imaginarium eſſe, neque infructuoſum; quandoquidem experimenta a me capta, & alia multa ab laudatis doctiſſimis Inſtituti Sociis iterata evidenter oſtendunt, hoc verum febrifugum eſſe, remedium nempe, quod æque ac china china multas febres perſanat. Oſtendunt inſuper, hoc remedium chinæ chinæ quodammodo præcellere; nam ubi hæc ad ſanandas aliquas febres ſatis non eſt, hoc earundem curationem non raro perficit; & ubi illa ob aliquorum ægrotantium peculiare temperamentum, aut morboſa impedimenta adhiberi nequit, hoc febrifugum ſanandi ſpe ſubſtitui poteſt.

XXI. D. Galeatii experimenta efficaciam febrifugi noſtri præ cortice peruviano confirmant, cum perficiat curationes earum febrium, quæ a china china ſanari non poſſunt. Quæ vero D. Bonzius cepit, quemcunque generatim certiorem faciunt, eſſe hoc medicamen efficaciſſimum ſimplicibus febribus intermittentibus perſanandis. At experimenta a D. Azzoguido capta oſtendunt, vim hujus febrifugi non tanti faciendam, ſiquidem intermittentes dumtaxat febriculæ ejus ope viſæ ſunt perſanatæ. Probabile fortaſſe erit, vehiculum ſeri, vel juſculi ab ipſo adhibitum potuiſſe majorem medicamenti vim infringere. Verum quacunque ratione de eo judicatur, febrifugum hoc ſemper verum febrifugum eſt, minime vero impoſtura.

XXII. Ad me quod attinet, pluries vidi effectus omnes a me deſcriptos, & ſpe bona ſum, ubi majori diligentia alia atque alia experimenta iterabuntur, fore ut nedum effectus a me obſervati, ſed alii multi videantur, quos adhuc non licuit obſervare. Nova alicujus momenti in medicina cogitata ſolent initio in diffidentiam, & contradictionem impingere; ſed iteratis poſtmodum experimentis æquiſſimo animo recipiuntur. Id ipſum cortici peruviano primitus etiam accidit.

XXIII. Reſtat denique, ut iterum perpauca inculcem de hujuſce ſyrupi uſu in pernicioſis intermittentibus. Neque D. Galeatius, nec egomet adhuc auſi ſumus loco largio-

giorum chinæ chinæ doſium hoc febrifugo in illis uti, ob earum præcipitem curſum, & quia quantitas virtutis hujus medicaminis ignoratur. Verum ſiquando id genus febres accidant, quæ peruviano cortice tractari non poterunt vel adverſante ægroti temperamento, vel inflammationum aut abſceſſuum internorum præſentia; tunc ſane, & tuta conſcientia neceſſe erit, ne ægrotus certa morte occumbat, hunc ſyrupum adhibere. Multæ hujuſmodi occaſiones nobis oſtendent quouſque hujus medicinæ vis perveniat.

JOANNIS BACIALLII

De luti quantitate in aqua Rheni turbida anno 1720 decimo ſexto Cal. Aprilis inventa.

Meminiſtis, ut opinor, Sodales præſtantiſſimi, me annis ab hinc ſeptem pro viribus demonſtraſſe, Dominici Gulielmini ſententiam de fluminibus Æmiliæ, in mare ad dexteram influentibus, neque falſam eſſe, neque Montanarii, magiſtri ſui, ſententiæ oppoſitam, contra atque Janus Plancus in ſuo illo libro de æſtu maris reciproco ad litus portumque Arimini, non ſine præclaræ tanti viri memoriæ offenſione, acerrime contendebat.

Sed alia erant in eodem libro, quæ non privatam tantum inſignis noſtri illius civis famam, ſed publicam etiam cæterorum civium exiſtimationem ac fidem minuebant: Bononienſes nimirum anno milleſimo ſeptingenteſimo vigeſimo, dum aquæ noſtrorum fluminum a celeberrimis viris Summi Pontificis auctoritate inviſerentur, flumen Rheni minus turbidum effinxiſſe, quam ex aliis fluminum obſervationibus cuiquam credibile eſſe poſſet. Et licet fateatur, experimentum de eo flumine *ſolemniter adeo* ab ipſis tunc captum fuiſſe, non veretur tamen ſuſpicionem quandam injicere, quod *aliquid ſubdoli*, ut ipſe ait, potuerit *in eo latere*, *quod a partium ſtudio eſſet profectum*, *& quod rei*, *quam parabant Bononienſes*, *faveret*. Sed hæc & tunc, & uſque adhuc præterii, ratus neminem futurum inconſultum adeo, aut a Bononienſibus abalienatum, qui inanem, & levem unius hominis ſuſpicionem graviſſimo doctiſſimorum illorum virorum judicio, qui experimento aderant, anteferendam putaret.

Jam vero idem ille liber, typis Romæ nuper excu-

cuſus, & auctus, in Gulielminum quidem nihil novi movet, & propterea ne ego quidem iis, quæ dixi, aliquid adjungendum puto: at cum primam illam, Bononienſibus injurioſam ſuſpicionem novo Zendrinii mathematici Veneti, qui experimento interfuit, teſtimonio vehementius confirmet, & augeat, non eſt ſane accuſatio hujuſmodi erroris plena, & noſtris indecora diutius ferenda, a me præſertim, qui aliquam rerum publicarum procurationem habens, ſi unius civis honori, & famæ non defui, multo magis idem præſtare debeo pro cæteris, niſi velim privata publicis anteferens univerſum Bononienſium nomen per ſummam ſegnitiem, aut ſtupiditatem negligere.

Statui igitur in præſentia breviter, ut potero, planum facere, experimentum anno milleſimo ſeptingenteſimo vigeſimo captum, quo limus ab aqua Rheni turbida ſecretus repertus fuit aquæ pars centeſima ſeptuageſima quinta a flumine hauſtæ, certiſſimum eſſe, neque contra illud quidquam facere Planci criminationem, aut Zendrinii allatum teſtimonium: quo fiet, ut omnes verius, ac juſtius de Bononienſium ingenuitate, ac fide deinceps judicent.

Ac primo quidem, quemadmodum experimentum, ac tota res geſta ſit, non ex privatis, plerumque infidis, adverſariis, ſed ex codicibus publica fide ſolertiſſime ea occaſione exaratis, & a viris non ſolum, qui cauſæ aquariæ præerant, ſed ab iis etiam, inter quos cauſa ipſa verſabatur, approbatis, eſt tanquam e ſuo fonte aperiendum, ac tuto integreque cognoſcendum. Illi igitur codices de eo experimento hæc habent.

„ A dì 27 Febbraio 1720.

„ Giunti alla detta Botta di Cucagna (eſt locus proxime ad aggerem fluminis Rheni, Bononia diſtans viginti octo millia paſſuum, a Cento autem decem millia) pri-
„ ma di laſciare il fiume, eſſendoſi queſto trovato *in ſtato*
„ *di eſcreſcenza*, e con acqua torbida, fu ad inſtanza tanto
„ de' *Signori Bologneſi*, quanto de' *Signori Modoneſi* eſtratta
„ d' ordine de' Signori Commiſſarii, e alla loro preſenza
„ acqua torbida dello ſteſſo Reno, e quella *con diligenza*,
„ *e con tutta la ſua torbidezza* fu poſta in un vaſo grande
„ di vetro, quanta in eſſo ne capiva, e quello coperto
„ con carta, e ſigillato con ſigilli di noi Notaro Pontifi-

„ cio,

„ cio, e Ceſareo in cera di ſpagna, e conſegnato a' Si-
„ gnori Commiſſarii per farne poi da' Signori Matematici
„ le dovute oſſervazioni &c.

„ A dì 17 Marzo 1720.

„ Fu eſaminata la depoſizione fatta dell'acqua del Re-
„ no raccolta la ſera delli 27 Febbraio paſſato in un fiaſco
„ di vetro già conſegnato a' Signori Notari ſigillato, e da'
„ medeſimi reſo per ordine de' Signori Commiſſarii per ri-
„ levarne la quantità di detta depoſizione. Si trovò adun-
„ que, dopo avere *decantata*, *e miſurata* l'acqua, ed *aſciu-*
„ *gata* la detta depoſizione, eſſer queſta *la cento ſettanteſi-*
„ *ma quinta parte dell'acqua*, che ſi raccolſe nel predetto
„ fiaſco, eſſendoſi queſta depoſizione riconoſciuta eſſere
„ pura, e ſottile belletta.

Huic experimento ſuffragati ſunt, ad unum omnes, qui aderant: immo ſubſcriptionem quiſque ſuam narrationi, quam modo recitavi, addidit Guido Grandius, & Cæleſtinus Gallianus, Mathematici Pontificii; Joannes Cæva, Doricillius Moſcatellus, Angelus Maria Azzolinus, Joannes Maria Marinonius, Mathematici Cæſarei; Bernardinus Zendrinius, & Dominicus Corradus, Mathematici Sereniſſimi Ducis Mutinæ; Thomas Nicolottus, & Jacobus Mutonus, Architecti Cæſarei; tandem Euſtachius Manfredius Mathematicus Bononienſis.

Jam vero ſi nihil aliud niſi de experimento, ejuſque veritate, ac certitudine quæreretur, quid mihi afferendum eſſet amplius? Cauſa dicta eſſet: qui enim ex iis, quæ attuli, non dicam ambigere, ſed ne ſuſpicari quidem poterit, limum in eo Rheni ſitu, & in eo fluminis æſtu tunc collectum non fuiſſe, ut ab illis aſſeritur, partem centeſimam ſeptuageſimam quintam aquæ ſic, ut ſupra, eductæ? Non video ſane ad certitudinem hujus experimenti, Plancum aut majorem in obſervatoribus famam, aut in judicando peritiam, aut in aſſerendo conſenſum, aut in fide facienda auctoritatem deſiderare poſſe. Si enim unius probati viri obſervationi, difficili quantumvis, & ſubtili, Phyſici aſſenſum, & fidem ſuam non denegant, quanto minus huic adeo ſimplici, minimeque difficili? coram multis, neque Bononienſium cauſa ſolum captæ, ut contra aſſeritur, ſed etiam Mutinenſium, probantibus tum judicibus, qui ei præerant,

tum

tum cæteris omnibus in illud judicium vocatis, ne illis quidem exceptis, qui Bononienſium rationibus & commodis adverſabantur.

Etſi enim dari poſſet Planco, tantam in eo experimento faciendo diligentiam, ac ſubtilitatem adhibitam non fuiſſe, quanta auro, aut argento exquirendo opus fuiſſet, illud profecto nunquam dandum eſſet, obſervatores tam multos, tam ſolertes, de re, quæ ibi agebatur, tam ſollicitos, peccaſſe adeo, ut quem ipſi limum ſtatuerunt partem centeſimam ſeptuageſimam quintam hauſtæ aquæ, æſtimare verius debuiſſent decimam ſeptimam, quam limi quantitatem Plancus ſtatuit in torrentibus, ut Rhenus, haberi nunquam poſſe minorem.

At enim, aquæ torrentium Naris & Mariculæ hanc legem, & limi menſuram ſervant: quaſi vero duo illi torrentes reliquorum omnium, qui in orbe terrarum ſunt, ingenium, & naturam referrent, neque abſurdum eſſet, quod de uno, aut altero torrente dicitur, liberius, quam par ſit, ad univerſos transferre. Rhenus equidem quantum a Nari, & Maricula diſſimilis ſit longitudine, declivitate, aquarum copia, & locorum, quos alluit, natura, facile unuſquiſque poteſt ex tabulis geographicis cognoſcere: ad curſum vero quod attinet, illiuſque in defluendo celeritatem, tanta profecto eſt hinc illincque diſparitas, ut facile argui poſſit, experimentum luti in Nari, & Maricula captum, quocunque tandem in loco captum fuerit (eum enim non deſignat Plancus) majorem luti quantitatem reddere debuiſſe, quam experimentum de Rheno a nobis ſuperius allatum.

Nar enim per montes Umbriæ, a quibus oritur, excurrens, vix ab ipſis egreſſus ad proximum Tyberim deducitur; quo fit, ut alveum habeat, ab initio ad exitum uſque, inclinatiſſimum, & ſaxa glareamque, quemadmodum eorum locorum natura requirit, nedum arenam, & limum, magna vi, præceps ubique, devolvat.

Maricula item, a Galliæ Togatæ montibus decidens, in mare ſtatim illabitur tanta vi, ut, ſi Plancum audimus, *etiam levi quacunque pluvia cœno turbida appareat*: *arenas inſuper*, dum excreſcit, *glareaſque multas una cum majoribus ſaxis* advehat, iiſque portum Ariminenſem occupet, & vexet.

Cum

Cum igitur duo iſti torrentes per devexas montium vias decurrant, glareaque propterea, & ſaxis abundent, locum in illis non eſt invenire, in quo non ſint alvei declivitate, & aquarum curſu incitatiſſimi. Qui igitur unquam fiat, ut eorum aquæ, perpetuo illo motu incitatæ ac perturbatæ, limum, & cœnum alicubi deponant, cum id ſolum placidus, & remiſſus earum curſus præſtare poſſit? Retinebunt igitur ſibi admixtam leviorem illam materiam, cum nullibi ſubſidere ea queat; ſicque in eductis aquis affluere invenietur.

Rhenus autem contra: in eo ſitu, in quo captum eſt experimentum, decem & octo paſſuum millia ab ultimis collibus, nedum a montibus, diſtat, ibique molliter defluit nulla incitatione, æquabiliter, alveo fere planiſſimo, ſaxis glareaque carente. Eo igitur in ſitu, & ab ea curſus lenitate fruſtra expectanda eſt tanta limi & arenæ copia, quantam Onuphrius Caſtellius in Nari, & Plancus in Maricula, torrentibus ubique rapidiſſimis, invenit. Nimirum Rhenus ibi de curſu ſuo jam elanguit, multumque arenæ & limi per viam reliquit; illi viribus perpetuo integri ea ſecum rapiunt, & convolvunt, atque extra oſtia ſua ejiciunt.

Itaque ut experimentum de Nari, & Maricula aliquid contra Rheni experimentum probaret, inſtituendum fuiſſet in torrentibus Rheno ſimillimis tum aquarum copia, tum alvei declivitate, & longitudine: neque id ſolum, ſed in eo etiam ſitu, qui celeritate & materiæ conditione ſimillimus eſſet ei, in quo Rheni experimentum captum eſt. Jam vero cum Nar, & Maricula Rheno diſſimiles ſint, & locus quoque experimenti, ut vidimus, non potuerit non eſſe diſſimilis, inepte eorum torrentium affectiones transferuntur ad Rheni experimentum infirmandum.

Quamquam ne hæc quidem tum in torrentibus, tum in locis, ubi obſervatio fit, ſimilitudo ſufficeret ad noſtrum Rheni experimentum inficiendum. Oporteret inſuper oſtendere, experimenta in omnibus inſtituta fuiſſe, dum ſimiliter excreſcerent, & in ſimilibus torrentium ſectionibus: addite etiam in ſimilibus ſimilium ſectionum partibus. Quis enim ignorat, majores fluminum æſtus majorem etiam limi, & arenæ copiam convehere, quam minores: Velociores item ſectiones idem præſtare poſſe, quod minus veloces: & eandem ſe-

ſectionem, cum non eandem in omnibus ejus partibus velocitatem retineat, neque eandem ubique materiæ quantitatem afferre. Qui igitur nihil aliud, ut Plancus, dicit, niſi in Nari & Maricula certam quandam luti, ac limi quantitatem inventam eſſe, neque quo eorum torrentium loco, qua ſectione, qua iſtius parte, quo eorundem æſtu declarat, ſuaque hac vaga atque indefinita obſervatione argumentari velit, eandem etiam, vel ſimilem limi quantitatem elici debuiſſe ab aquis Rheni, eo uſque in loco, in quo a graviſſimis viris aliter deprehenſum fuit, is certe argumenta afferre non videtur, quibus factum, & experimentum ab illis habitum infirmet; ut non infirmabit experimentum celeb. Grandii, qui, ut habetur in collectione Auctorum de re aquaria Floren. ædita t. 3. fol. 341., in aquis Arni quinquageſimam partem luti invenit.

Neque ad hæc reſpexiſſe videtur Plancus, dum in univerſum ſtatuit, torrentes fere omnes limi partem ſaltem decimam ſextam continere eorum aquæ; nunquam minorem. Cum enim hujuſmodi limi ad aquam proportio oriri debeat, tum a materiæ quantitate, quam torrentes a terra & campis arripiunt, tum ab aquarum copia, quæ eis admiſcetur: utraque autem in torrentibus varia ſit pro varia eorum longitudine, foſſarum influentium numero, alveorum rapiditate, fontium multitudine: pro varia item locorum, quæ alluunt, natura, hic culta & mollia, illic dura & aſpera, hic plana, illic declivia, hic ſicca, illic maximis ac frequentibus imbribus, & nivibus obnoxia: quis unquam tot, ac tam multas terrarum orbis diſſimilitudines ſibi proponere omnes poterit? quis notare ſingulas, & probe colligere? quis eas inter ſe juxta quendam communem aquarum ſtatum, & locorum conditionem ita apte conferre, ut certa quædam luti menſura, a qua nunquam torrentes deficiant, conſtituatur? Infinita ſunt profecto iſta, nec a Naris ſolum, & Mariculæ obſervationibus expectanda.

Verum de his ſatis. Venio nunc ad Zendrinii teſtimonium novæ libri editioni additum, quod his verbis a Planco affertur = Obſervationes factas a mathematicis Bononienſibus circa lutum in parvo Rheno contentum narravit mihi Bernardinus Zendrinius &c., qui interfuit obſervationibus illis, eas non fuiſſe diligenter factas, ſed exiſti-

matione tantum arbitraria, & non ex depoſitione limi, & ex evaporatione aquæ: quare nihil mirum, ſi tantum a vero aberraverint. =

Allatum igitur Zendrinii teſtimonium de obſervationibus loquitur a mathematicis Bononienſibus habitis: de obſervationibus circa lutum in parvo Rheno, & quidem de obſervationibus factis *exiſtimatione arbitraria*, *non ex depoſitione limi*, *& ex evaporatione aquæ*. Id ſi ita eſt, Zendrinius de experimento, quod in quæſtione eſt, non loquitur.

Primum enim, ut audiſtis, ac publicæ tabulæ referunt, experimentum, de quo agimus, factum fuit a multis, iiſque alienigenis: unus aderat Bononienſis Euſtachius Manfredius. Illud igitur dici non poteſt Bononienſium experimentum, quod ab aliis confectum eſt, quam a Bononienſibus, nec etiam eo nomine noſtrum dicendum eſt, quaſi nos ſoli rogaverimus, ut fieret: nam Bononienſes & Mutinenſes ſimul, quemadmodum pariter ſupra audiſtis, rogarunt ut fieret.

Deinde: Plancus Zendrinii teſtimonium in eum finem affert, ut experimentum de luto Rheni reprobet: quodnam autem experimentum? illud nimirum quod habitum fuit ante diem quart. Cal. Februarias anni 1720: eo enim die putat factum fuiſſe. Jam vero cum illud experimentum, quod noſtrum appellat, quodque ipſe criminatur, non eo die habitum fuerit, ut publici codices teſtantur, & collectio antedicta Auctorum de re aquaria confirmat, ſed quarto Cal. Martias, ſi diem ſumimus, quo aqua e Rheno hauſta eſt, ut de ea experirentur; decimo vero ſexto Cal. Aprilis, ſi diem ſumimus, quo de aqua turbida ante collecta experti ſunt; quis non videt Zendrinii teſtimonium minime poſſe experimentum reſpicere, quod nullatenus extitit die a Planco indicato, & inepte ad illud reprobandum afferri? Immo ſi diem a ſe deſignatum Plancus retinere voluerit, cum nullum eo die experimentum de luto Rheni factum fuerit, ut a memoratis codicibus evidenter eruitur, de quonam, peto, experimento Zendrinius teſtimonium dedit, & Plancus attulit?

Ignorans igitur Plancus, ut manifeſto conſtat, verum obſervationis tempus, non potuit hac de re niſi obſcure, atque ambigue cum Zendrinio agere, & illius teſtimonium

niſi inconſulto nunc adhibere: quod ſi melius, ac diligentius illum, ut oportebat, interrogaſſet, non dubito, quin ad rem noſtram accommodatiſſime reſpondiſſet.

Cum enim bina experimenta de luto, ſeu de aqua Rheni turbida tunc inſtituta fuerint (neutrum tamen die a Planco deſignato) alterum decimo ſexto Cal. Aprilis, quod ſuperius expoſuimus, a mathematicis exteris, & noſtratibus expetitum, alterum octavo Idus Martias a ſolis Bononienſibus, quid veriſimilius accidere poterat, quam ut, Planco de Bononienſium obſervatione Zendrinium interrogante, Zendrinius ad hoc poſtremum experimentum animum mentemque converterit, non ad illud alterum, de quo non erat exiſtimandum ſe tentari; jam enim omnibus conſtare debebat, non a Bononienſibus ſolis, ſed a multis aliis, tum a ſe ipſo cum illis, quæſitum, & habitum fuiſſe?

Et hanc quidem, non alteram obſervationem voluiſſe Zendrinium Planco innuere patebit, ſi tota ipſius obſervationis ratio, pro ut in publicis tabulis exponitur, conſideretur.

„ A dì 4 Marzo 1720.

„ Avviſatiſi prima la ſera avanti queſto giorno i Signo-
„ ri Matematici di Mantova, e Modena d'ordine de' Signo-
„ ri Commiſſarii Pontificio, e Ceſareo, che queſti voleva-
„ no portarſi queſta mattina per tempo da S. Carlo al
„ Bondeno, cioè al fiume Panaro, per fare ivi la *ſperienza*
„ *chieſta da' Signori Bologneſi* alla Chiavica di Burana, ed
„ avendo quelli ricuſato d'intervenirvi, ſi partirono dun-
„ que queſta mattina i ſuddetti Signori &c.

„ Prima di partire dal Bondeno, pigliato un vaſo di
„ vetro quello fecero riempire d'acqua corrente del Pana-
„ ro di ſopra allo sbocco di detto condotto Burana, tro-
„ vatala quaſi chiara, levandola contiguo alla ripa, e
„ ſponda del fiume, e chiuſo il vaſo con carta, e legato,
„ e ſigillato con i ſigilli di noi Notari in cera di ſpagna,
„ fu portato al Palazzo di S. Carlo de' Signori Ghiſilieri,
„ dove ſi ritornò la ſera, e prima di portarſi a detto Pa-
„ lazzo ſi andò ſimilmente al Reno, ed avendo un ſimil
„ vaſo di vetro, ſi eſtraſſe acqua dal Reno medeſimo tro-
„ vata pure in iſtato quaſi chiara, levandola ſimilmente
„ dalla ripa, e riempito il detto vaſo d'acqua del Reno,

„ come l' altro ſuddetto, e ſigillato nella ſteſſa forma, ambidue ſi portarono a S. Carlo conſegnandoli queſti a' Signori Commiſſarii per farne le dovute oſſervazioni, e paragoni.

„ 8 Marzo 1720.

„ I Signori Matematici Pontificii, e Ceſarei con tutti quelli di Mantova, Modena, e Bologna intervenienti alla Viſita in preſenza de' Signori Commiſſarii &c. avendo diligentemente oſſervato i due vaſi di vetro ſigillati, e a loro preſentati da' Signori Commiſſarii &c. convennero eſſi Signori Matematici eſſer amendue le acque pochiſſimo torbide, nè eſſervi ſenſibile differenza di torbidezza, e di depoſizione dall' una all' altra, ma piuttoſto *parere* un poco più limpida quella del Reno, ed eſſendoſi votati pienamente i detti vaſi in modo, che nel fondo dell' uno, e dell' altro rimaneva pochiſſima quantità d' acqua, e poſcia agitata queſta acciò s' immiſchiaſſe colla depoſizione caduta al fondo d' ambi i ſuddetti vaſi, ſi votarono le dette due porzioni d' acqua intorbidate, come ſopra, dalle dette depoſizioni in due bicchieri di criſtallo ſeparatamente una dall' altra, e ſi oſſervò concordemente, che quella del Panaro era *viſibilmente* più torbida di quella del Reno.

„ I Signori Mantovani, e Modoneſi però (a Mutinenſibus ſtabat Zendrinius) diſſero di non ammettere queſto ſperimento per non eſſere ſtato fatto con acqua raccolta in tempo di piena, al che replicarono i Signori Bologneſi, dicendo doverſi ammettere tale ſperimento ne' termini, ne' quali era ſtato fatto.

Quæ ſi ita ſe habent, uti ſe ita habere publici codices, e quibus ea tranſcripſi, demonſtrant, palam fit, Zendrinium ad hoc tantummodo experimentum ſermonem ſuum cum Planco referre voluiſſe; nam aliquo modo hoc dici poteſt Bononienſium experimentum, quod ab eis requiſitum, & in eorum tantum gratiam factum ſit. Dici equidem non poteſt, factum fuiſſe *exiſtimatione arbitraria*; ſed forte Plancus id ſibi paulo liberius ſumpſit, & quod oculis æſtimatum fuit, ipſe ab omni mentis animadverſione abeſſe arbitratur: id vero teſtimonii fidem haud multum minuit; patet enim, eam æſtimationem ſubtiliter non fuiſſe

reipſa

reipſa factam; neque a Bononienſibus ipſis, aliter atque habita eſt, acceptam fuiſſe.

Quod ſi Plancus Zendrinii teſtimonium nihilominus retinere mordicus velit ad primum illud experimentum reprobandum, quo ſancitum eſt, lutum Rheni partem eſſe centeſimam ſeptuageſimam quintam totius aquæ, contendatque de hoc Zendrinium ipſum fidem ſibi feciſſe, quid minus credibile erit, aut a Zendrinii honeſtate magis alienum, quam ipſum huic experimento interfuiſſe diligentiæ in luto ab aqua educendo ſcrutatorem, & teſtem; limum eductum feciſſe, ut fecerunt cæteri, partem centeſimam ſeptuageſimam quintam aquæ; integram experimenti hiſtoriam, ut vos ipſi audiſtis, cum cæteris ſubſcripſiſſe: in privato vero cum Planco colloquio omnia novo, & plane impudenti teſtimonio pervertiſſe?

Quæ igitur affert Plancus contra Bononienſes de eo experimento viſa ſunt mihi neque cum natura fluminis Rheni, neque cum tempore, quo illud experimentum captum fuit, neque cum obſervationibus ab illo captis de aliis fluminibus, neque demum cum allato Zendrinii teſtimonio congruere: neque omnino Bononienſium fidei, & famæ convenire.

Si id ipſum vobis etiam, præſtantiſſimi Sodales, videbitur, magnum iis, quæ in præſentia attuli, pondus accedet.

EUSTACHII ZANOTTI

De limi tumentium fluminum aquis admixti quantitate.

PAucis abhinc annis Sodalis noſter Baciallius experimentum de aqua turbida Rheni a Jani Planci obtrectationibus vindicavit, qui ejus exiſtimationem, & publicam fidem minuere ſtuduerat, ſuſpicionem movens, *quod aliquid ſubdoli potuerit in eo latere, quod a partium ſtudio eſſet profectum, & quod rei, quam parabant Bononienſes, faveret.* Memineritis Baciallii ſermonem, quem in Academia habuit; quo ſane ſingulas Planci criminationes ſic perſequutus eſt, ut ad augendam fidelitatis, & æquitatis exiſtimationem nihil dicendum ſuperſit. Quod autem Plancus non dubitat aſſerere, flumen quodlibet, dum intumeſcit, tantum terræ, ſeu limi devolvere, quod æquet circiter decimam ſeptimam partem totius fluidi, certiſſimis rationibus Baciallius oſtendit id univerſis fluminibus non poſſe convenire; alia enim inter aquam, & limum proportio invenietur, ſi flumen maxima declivitate gaudeat, & præceps inter ſaxa ruat; alia ſi motus ejus lentiſſimus fuerit propter minorem declivitatem, & ſupra fundum arenoſum delabatur. Nunc ſupervacaneum foret ſingula commemorare, quæ Baciallius docte perſequutus eſt. Quoniam vero ipſe experimenta deſiderabat, quibus res ſub omnium oculis ſic poneretur, ut in dubium amplius revocari non poſſet, ideo Academiæ referre decrevi quæ de aqua Tiberis expertus ſum; ex quo quiſque intelliget quantum a veritate aberret, qui putat cum Planco, improbabilem omnino eſſe, atque abſurdam proportionem a Bononienſibus acceptam inter limum,

&

& aquam a flumine Rheno exhauſtam, quæ proportio in eo continetur, ut limus ſit pars centeſima ſeptuageſima quinta totius fluidi. Fortaſſe experimentum, quod afferam, nullam habebit fidem apud Plancum, cum nullam habuerit experimentum a celeberrimis viris ſolemniter inſtitutum anno 1720, interea dum torrentes, qui per Bononienſem, Ferrarienſem, & Ravennatenſem agrum devolvuntur, juſſu Pontificis inviſerentur. Quod cum animadvertam, fateri cogor, me aliis, non Planco, ſcribere, qui ſi experimentis fidem negat, experiatur ipſe, meque polliceor tantam ejus integritatis exiſtimationem habere, ut ſim paratus iis aſſentiri, quæ propriis experimentis ſe comperiſſe teſtabitur. Nunc ad rem veniamus.

Anno 1765 cum Romæ diverſarer, illud mihi jam inde ab initio propoſueram, ut diligenter inquirerem luti, ſeu terræ quantitatem, quam Tiberis intumeſcens ſecum aufert, neque me fateri pudet in expectatione fuiſſe de magna terræ copia aquæ permixtæ. Id autem ex eo conjiciebam, quod cum aqua Tiberis ſemper flaveſcat, tum etiam cum propter ſiccam tempeſtatem ſedatius defluit, quo tempore in aliis fluminibus turbatio fere nulla eſt, aut certe vix ſenſibilis, futurum exiſtimabam, ut in modicis etiam intumeſcentiis terra aquæ permixta longe ſuperaret eam, quam Rhenum ſecum abducere experimenta nos docuerunt. Hanc ſuſpicionem adauxit Caſtellii, quam referunt, obſervatio in Nari habita; creditur enim limus ab aqua ſecretus æquaſſe decimam ſeptimam partem fluidi. Atque hic notare oportet, Narem in Tiberim influere tanta aquarum copia, ut duo illa confluentia flumina magnitudine paria videantur.

Die vigeſima ſeptima Octobris, quam modicæ pluviæ præceſſerant, cum veſpere ad Pontem Milvium deambulatum iviſſem, ibique ad ripam fluminis conſtitiſſem, obſervavi aquæ ſuperficiem paſſim ſpuma infectam, ac præter ſolitum folia multa, ac ſtirpes ſecum abducere, quod proximæ intumeſcentiæ indicium eſſe ſolet. Poſtero die ſummo mane de Tiberis ſtatu conquiſivi; cumque intellexiſſem, eum jam excreviſſe, ad ripam fluminis ſtatim me contuli, atque eum locum adivi, ubi flumen urbem vix ingreſſum nondum ſordes, ac immunditias e cloacis profluentes abſterſiſſet, quæ ejus turbationem augerent. Plures naviculæ juxta di-

verſos ordines ad ripam alligatæ tenebantur. Eam, quæ longius a ripa aberat, famulum conſcendere juſſi, ut inde aquam e medio fluminis exhauriret. Lagenam fune ſuſpenſam dimiſit; at verens ne ex impetu currentis aquæ lagena extorqueretur, vix immerſam retraxit; unde aqua exhauſta ſuperficialis dici poteſt. Domi vas paraveram cylindricum ſatis amplum, atque intus læviſſimum, quod compereram, acta menſura juxta romanum pondus, continere libras aquæ pluvialis 18, uncias 0, denarios 20, & granum unum, videlicet grana 124897; idque aqua turbida implevi, poſtquam lagenam diu exagitaſſem eo conſilio, ut, ſi quid limi conſediſſet, cum aqua iterum permiſceretur. Cumque vas immotum ſervaſſem ad multos dies, limuſque omnis fundum petiiſſet, quod ſuperexſtantis aquæ puritas manifeſtabat, decantatione facta, quod aquæ ſupererat, una cum limo in minus vas effudi. Eodem modo iterata decantatione tandem limum adhuc humectantem in cyathum vitreum deduxi. Poſt aliquot dies cum limus calore Solis exſiccatus eſſet, inveni ejus pondus æquipollere granis 1166. Exploratum mihi erat pondus tum cyathi, tum aquæ pluvialis, quam cyathus plenus continere poterat. Aquam itaque pluvialem limo ſuperfudi uſque ad os cyathi; quæ omnia junctim trutinæ impoſita pependi. Hiſce præcognitis expeditiſſimum fuit aquæ pondus deducere ejus voluminis, quo limus exſiccatus continebatur. Hoc autem pondus compertum eſt æquare grana 571. Igitur terræ, ſeu limi ab aqua ſecreti volumen ſe habet ad volumen aquæ in vaſe cylindrico contentæ, uti 571 ad 124897, ſeu quamproxime uti 1 ad 219; atque hanc proportionem Tiberi modice intumeſcenti, ſi de aqua ſuperficiali ſermo ſit, convenire putandum eſt.

Non contentum eo experimento, quippe tunc flumen modice excreverat, cupido inceſſit idem experiundi in majoribus intumeſcentiis. Die 10 Decembris propter crebros imbres, qui die ac nocte præcedente deciderunt, tanta Tiberis exundatio exorta eſt, ut depreſſiores urbis regiones jam ſubmerſæ eſſent. Certior de eo factus eodem me contuli ad aquam fluminis exhauriendam, quemadmodum ſuperius demonſtratum eſt; quamquam in hoc experimento lagena firmiori funi alligata altius immerſa eſt, nempe ad

pedes

pedes circiter quatuor. Cetera peracta fuerunt, ut in allato experimento. Captis menſuris ſequentes numeri prodierunt. Limus ab aqua turbida ſecretus repertus fuit æquare grana 1491; pondus vero aquæ ſub eodem volumine æquare grana 756; quod ſi hoc pondus conferatur cum pondere aquæ in vaſe cylindrico contentæ, exſurget proportio inter volumina limi, & aquæ 1 : 165. Ex his patet, Rhenum æque fere turbidum eſſe ac Tiberim; cumque Plancus ob paucitatem materiæ, quam Bononienſes in Rheno ſe comperiſſe teſtantur, neſcio quid abſurdi in experimento ſibi finxerit, comprobata eadem Tiberis inopia abſurdum tollitur, & ſuſpicionis argumentum corruit, potuiſſe aliquid ſubdoli in experimento latere, quod a partium ſtudio eſſet profectum, & quod rei, quam parabant Bononienſes, faveret.

Cum limus ex aqua Tiberis ſecretus proportionem ſequatur, quæ parum ab ea diſcrepat, quam habet limus cum aqua Rheni, non ideo concludendum putabimus, idem eventurum eſſe in fluminibus univerſis, ac torrentibus, quippe diverſæ tum temporum, tum locorum circumſtantiæ proportionem illam variare poſſunt. Neque ideo contendam, Planci experimentum in Maricula perperam inſtitutum fuiſſe, quod limus, ut refert Plancus, æquaverit decimam ſeptimam partem totius fluidi; ſcimus enim, Mariculam maxima declivitate gaudere, arenas inſuper, glareaſque multas una cum ſaxis majoribus devolvere. Ac ne quis miretur, tantam terræ vim in ſimilibus torrentibus quandoque reperiri, experimentum aliud afferam ad id confirmandum, quod ceteroquin ratio ipſa ſuadere videtur.

Propter Thermas Porectanas rivulus decurrit, qui in Rhenum defluit. Declivitas ejus tanta eſt, ut cuilibet fundum inſpicienti manifeſto ſe prodat. Accidit menſe Auguſto anni 1761, ut ex frequentibus imbribus aquæ in rivulum deductæ copioſe laberentur. Mihi tunc cupido inceſſit experiundi quantus eſſet limus ab aqua rivuli ſecretus, ac Ferdinando Baſſio voluntatem aperui, qui deſiderio meo obſequens, ſtatim vas vitreum cylindricum de aqua illa turbida implendum curavit. Poſt unum vel alterum diem cum limus fundum petiiſſet, & aqua ſuperexſtans ſatis pellucida facta eſſet, non ſine admiratione cognovimus, limum occupare ſeptimam circiter partem cylindri. Interea dum expe-

ctabamus, ut ſeparatio limi ab aqua abſolutior redderetur, vas cylindricum disruptum eſt, diſperſoque limo, & aqua nihil definiri potuit. Poſt eam calamitatem experimenti reficiendi occaſio nulla ſe obtulit. Equidem ſi limus exſiccatus fuiſſet, in minus ſpatium ſe contraxiſſet; attamen non eſt veriſimile, intra decimam ſeptimam partem tubi cogi, ac denſari potuiſſe. At ſi quis eamdem proportionem inter limum & aquam ſervari crediderit, ubi Rhenus e montibus egreſſus per planitiem devolvitur, & inter aggeres decurrit, longiſſime a veritate aberraret.

Fortaſſe quiſpiam dixerit: quod torrenti porectano convenit, cur non putabimus & aliis convenire, qui in Rhenum influunt? & quoniam Rhenus ex torrentibus illis omnibus, ac rivulis coaleſcit, eamdem eorum naturam ſequetur. Cui reſpondere facile erit; aquæ enim omnes cujuſcunque torrentis, ac rivuli non ſunt æque turbidæ, ſed proportio inter aquam, & limum varia eſt pro varietate locorum unde torrentes ſinguli originem ducunt. Ubi enim devolvantur per loca mollia, & culta, plus terræ abripiunt, quam ſi per dura, atque aſpera delabantur. Ad hoc illud etiam accedit, ut in planitie, quæ montibus ſuccedit, aquæ pluviales e ſulcis, & colliquiis derivantes nihil ferme luti ac terræ ſecum auferant; ac proinde flumen ex his auctum minus turbidum efficietur.

Fortaſſe quiſpiam experimentum nobis objiciet, quod inſtitutum fuit anno 1761, dum inviſendis fluminibus plures mathematici juſſu Pontificis convenerant, quod experimentum ſic exponitur (Miſcellanea Lucæ edita tom. IV. §. 54.) *La materia grave incorporata colle piene di Reno, la quale benchè non giunga ad un terzo dell' acqua fluente, come con eſorbitanza in vero troppo manifeſta è ſtato creduto altre volte, tuttavia dalle eſperienze fatte nella Viſita appariſce, che giunga alla trenteſima parte anche nell' acqua preſa vicino alla ſuperficie*. Quod cum ponat auctor, limum ſeu materiam aquæ mixtam æquare trigeſimam partem fluidi, videtur ad eam proportionem accedere, quam Plancus ſtatuit, & noſtram reprobare. Verum, ut fatear, miratus ſum, hominem doctiſſimum in ea ſupputatione tantumdem errare potuiſſe. Experimentum primum referam, ac deinceps examinabo quid ab experimento conſequatur.

An-

Anno 1761 die 15 Novembris cum Rhenus intumuiſſet œnophorum vitreum aqua turbida repletum fuit. Hujus aquæ turbidæ pondus compertum eſt lib. 7, unci: $2\frac{1}{2}$, pondus vero materiæ exſiccatæ unci: $1\frac{19}{72}$; ex quo apparet materiæ ab aqua ſecretæ pondus comparatum cum pondere fluidi in vaſe contenti fuiſſe quam proxime uti 1 : 68. Cum autem materia illa ponderoſior ſit aqua, neceſſario conſequitur, ut ejus volumen comparatum cum volumine totius aquæ minus quam ſexageſimam octavam partem fluidi occupaverit; trigeſimam vero æquare nullo modo potuiſſet, niſi ſi levior fuiſſet. Ad ſtatuendam ex dato pondere proportionem, quam quærimus, oporteret tum limi, tum aquæ gravitatem ſpecificam noſcere, de qua in allato experimento nullus ſit ſermo. Coteſius in ſuis lectionibus tabulam exhibet, in qua ponit, argillam cum aqua comparatam gravitatem ſpecificam habere, quæ ſit uti 2000 : 1076, quæ proportio parum differt ab ea, quam in ambobus experimentis ex aqua turbida Tiberis deduxi. Differentia autem oriri poteſt ex ipſa limi natura, vel etiam ex gradu exſiccationis, quo limus condenſatur; fateor enim me in allatis experimentis ſummum exſiccationis gradum non attendiſſe. Quidquid ſit, non longe a vero aberrabimus, ſi gravitatem ſpecificam limi eamdem poſuerimus, quam Coteſius argillæ convenire nos docet. Ad ſupputandum itaque materiæ volumen ab aqua Rheni ſecretæ inſtituatur hæc proportio, videlicet uti 2000 : 1076 : : $\frac{1}{68}$: ad quartum $= \frac{1}{126}$ quamproxime; atque hoc erit pondus aquæ ejus voluminis, quo limus ab aqua ſejunctus, & exſiccatus coercebatur. Quod ſi pondus aquæ æquat partem centeſimam vigeſimam ſextam totius fluidi in vaſe contenti, ejus volumen, quod idem eſt ac volumen materiæ ab aqua ſecretæ, eamdem partem centeſimam vigeſimam ſextam metietur; quæ proportio longe abeſt ab ea, quam Plancus pro certo ſumit, & ad eam maxime accedit, quam Bononienſes anno 1720 ſolemni experimento deprompſerunt. Hic negleximus differentiam, quæ intercedit inter pondus aquæ turbidæ, quam œnophorum continuerat, & pondus aquæ ſimplicis ſeu pluvialis; quæſtio quippe, de qua agitur, tantam ſubtilitatem non requirit.

Hujuſmodi inveſtigatio de turbatione cujuſlibet fluminis

ad nobiliſſimam, ſi qua eſt alia, quæſtionem illam dirimendam de aucta maris altitudine plurimum facit, de qua docte & eleganter, ut ſolebat, Euſtachius Manfredius plura diſſeruit, qui poſtremus ejus in Academia ſermo fuit. Ad ſupputandum, ac definiendum altitudinis incrementum certo tempori reſpondens nonnulla prænoſcere oportebat, quæ Manfredius diligenter conquiſivit; atque illud in primis, quanta ſit materiæ congeries, quam flumina quæque in fundo maris deponunt. Supponit Manfredius proportionem, quæ intereſt inter aquam fluminis, & terram illi admixtam, eamdem eſſe in omnibus fluminibus, eamque tamquam mediam ponit, quæ prodiit ex aqua turbida Rheni; tum ſubductis rationibus colligit ſuperficiem maris ſic attolli debere, ut annis 348 incrementum altitudinis habeatur unciarum quinque. Monet præterea, incrementum majus ſequi debere, ſi non tantum limi, & terræ, quæ cum aqua permiſcetur, ſed etiam arenarum, & glarearum, quas torrentes nonnulli e proximis montibus delapſi in mare inferunt, ratio habeatur. Nunc videamus quænam elevatio maris ſequi deberet, ſi proportio inter limum, & aquam, quam Plancus prædicat, univerſis fluminibus ac torrentibus conveniret. Quoniam limus, qui æquat partem 175^{am} totius fluidi, ſuperficiem maris evehit uncias quinque ſpatio annorum 348, ſi fuerit limus pars 17^{a}, elevatio eadem neceſſario ſequeretur ſpatio annorum 34. Quid porro ſi materias graviores, veluti arenas, & ſaxa, in hanc ſupputationem adhiberemus? Equidem elevatio tanta eos præſertim non fugeret, qui maris oras incolunt, aut in portubus verſantur, quique neceſſitate coacti deberent ſæpius vias, ac ædificia ſurſum producere, atque altius efferre; neque Manfredio opus fuiſſet ad probandam maris elevationem vetuſtiſſima maritimarum urbium monumenta conſulere.

Quoniam in hunc ſermonem incidimus de aucta maris altitudine, non injucundum Academiæ facturum me puto, ſi id referam, quod paucis abhinc menſibus Maximilianus Hell Aſtronomus celeberrimus per literas ad nos ſcripſit. Anno elapſo, quod nemo ignorat, obſervationis peragendæ cauſa de congreſſu Veneris cum Sole plures aſtronomi in diverſas regiones iter fecerunt. Maximilianus Hell Wardhuſium ad oram ſeptentrionalem Norvegiæ profectus, ibique

que diu moratus non modo aſtronomicis, verum etiam meteorologicis, & phyſicis obſervationibus operam dedit. At prætermiſſis iis, quæ nihil ad rem, ſcitote maris ſuperficiem illic quotannis deprimi, contra quam accidit in noſtris hiſce regionibus, idque ex eo Maximilianus Hell conjicit, quod litora, & inſulæ altius atque altius ſupra maris ſuperficiem evehantur. Poſita hac maris depreſſione prope polum, ad ſupputandam diutinam maris elevationem in regionibus ad meridiem poſitis non modo materiæ, quam flumina in mare inferunt, ratio habenda erit, ſed etiam aquarum, quæ maria ad utrumque polum ſita deſerunt, & ad æquatorem congrediuntur. Tam inſigne phænomenon mihi prorſus dignum videtur, in quod philoſophi cogitationes, ac ſtudia convertant. Verum id nunc a nobis inconſulto fortaſſe fieret, priuſquam de phænomeno ipſo melius conſtet.

JOAN.

JOANNIS CHRYSOSTOMI TROMBELLII
AD
FRANCISCUM MARIAM ZANOTTUM
Bononienſis Scientiarum Inſtituti Præſidem

EPISTOLA

Qua reſpondetur quærenti, an in multis Italiæ locis filum ex geniſta ad telas contexendas conficiatur.

TUis juſſibus obſecutus ſum, præſtantiſſime Zanotte; perquiſivique a non paucis, num in multis Italiæ regionibus filum ex geniſta conficiant, eoque telas contexant, quod Lucenſes ruſticos facere jam pridem tradidi (*a*), didicique ex viro probo, ac cordato, præclariſſimum Civem, ac Principem noſtrum Benedictum XIV, ut populoſa redderet maritima Eccleſiæ Romanæ Dominio ſubjecta loca, ex Epiro (quam nunc *Albaniam* vocamus) plurimas familias in Canini oppidum (quod haud procul a Monte Alto ſitum eſt), regioneſque illi finitimas accivisſe. Quæ familiæ non modo ex geniſta, verum etiam ex urtica artificioſe macerata filum ſubtiliſſimum quidem, ſed firmum, ac conſtans deducebant, atque ex eo non exigui pretii telas conficiebant. Sed novi incolæ adverſante iis cælo, & pingui, humidaque tellure iis infeſta, ideoque ſæpiſſime febribus, aliiſque morbis correpti in patrias regiones quatuor ab hinc annis regredi compulſi ſunt: & pauciſſimi ex iis hodie ſuperſunt, adeo pauperes, ut in ſumma mendicitate vivant. Vides itaque, Zanotte præclariſſime, Italicos campos præter linum, & cannabum conficiendis telis aptiſſima, ideoque uſitatiſſima, alia etiam herbarum, ac fruticum genera alere, ex quibus, ſi ars, ac conveniens labor acceſſerit, telæ non leve incolis emolumentum allaturæ conficiantur. Hæc te ſcire volebam, Zanotte præſtantiſſime; te incolumem diutiſſime ſerva, meque, quod facis, ama.

(*a*) De Bonon. ſcientiar., & artium inſtituto &c. *to. IV. pag.* 349.

JOAN-

JOANNIS ANTONII GALLI

De uſu interno Mercurii ſublimati corroſivi.

DE præſtantioribus remediis accidit fere ſemper, ut cum primum venerint in uſum, fautores invenerint ſimul, & adverſarios. Quod ſane præ reliquis confirmatur de mercurio; tanta enim orta eſt de ejus uſu inter medicos contrarietas, ut dum alii ab ipſo prorſus abhorruerunt, alii, quos Harveus dixiſſet mercuriarios, nullum fere morbum curari poſſe ſine mercurio autumaverint. Verum enim vero medicos haud paucos haberi ſcimus, qui non ad venereos modo, verum etiam ad morbos alios profligandos mercurium aptiſſimum arbitrantur.

Inter iſtos ex recentiſſimis numeratur Xaverius Gratianus Neapolitanus, qui edidit præterito anno obſervationes de mercurio tam externe, quam interne utiliter adhibito adverſus plures acutas, & cronicas affectiones.

Quæ item fuit noſtris temporibus promulgata methodus curandi graves, pertinaceſque morbos, vel a celtico deriventur, vel non, per ſublimatum corroſivum diu etiam, ſi oportuerit, interne, & innoxie ſumptum?

De felici hac methodo nobiliſſimus Gerardus Van-Swieten aliquot ab hinc menſibus ſcripſit Joſepho Benvenuto Lucenſi medico. Benvenutus Swietenas litteras adjunxit diſſertationi epiſtolari, quam de vi mercurii contra verminoſas febres edidit clariſſimo Beccario ſcriptam. Beccarius de exemplaribus a Benvenuto acceptis, uti de aliis opuſculis humaniſſime mecum egerat, unum mihi largitus eſt. Quod porro cum gratiſſimum habuerim, tum quia acceptum a Beccario, cui plurimum tribuo, tum quia nova præditum methodo curandi morbos in primis venereos, peroptavi de hac ipſa non ſemel periclitari.

Sit

Sit itaque ſermonis mei argumentum de uſu interno mercurii ſublimati corroſivi; & cum non ego dumtaxat, ſed alii per idem tempus de ipſo periclitati ſint, nonnullas horum obſervationes meis adjungam.

Ut aliquo procedam ordine, primo attingam Swietenæ curationis methodum. Secundo quæ aliorum fuerint narrabo experimenta. Tertio referam mea. Poſtremo conabor rem totam conficere non ſine aliquibus annotatiunculis, corollariiſque.

Exordiens a curationis methodo collegeram, 1. liquorem confici ex ſublimato corroſivo, & ſpiritu tritici, ea quidem doſi, ut ſingula ſpiritus uncia liquatum ferat ſublimati granum dimidium; 2. de liquore iſto exhiberi adultis mane, & veſpere cochlear unum, atque etiam alterum ratione habita virium ægrotantis, & morbi; 3. hauſtum exigere largum ptiſanæ potum, aut ſimplicis, aut lacti mixtæ; 4. non prohiberi uſum quocunque anni tempore, nec interdici utenti quotidie vagari, niſi rigida ſæviente tempeſtate, qua præcipitur cubiculo detineri.

Præcipitur quoque abſtinentia a pinguibus, veluti lardo, nec non a carnibus ſale, aut fumo induratis; juſcula quidem conceduntur, olera mollia, aliæque carnes, ſed ſimplices potius, & parce.

Curati hac methodo, atque ſanati dicuntur morbi, etſi contumaciores, probaturque exemplo puellæ, cujus linguæ cancerofum ulcus ſanavit liquor innoxie hauſtus ad menſes novem.

Hæc ſunt præcipua de methodo excerpta e litteris Swietenis ad Benvenutum ſcriptis.

Interea Benvenutus, cum alia ex cauſa mecum litterarum commercio uteretur, a me impulſus, ut de ſuis tentaminibus, ſi qua habuiſſet, me commoneret, fecit non ſemel humaniſſime. Dum refero, quæ ad me ſcripſit Benvenutus, alienas aggredior obſervationes.

Monebat Benvenutus de puella laborante ulceribus, a chirurgo jamdiu inutiliter curatis tanquam ſpinis ventoſis. Ut cognovit medicus, ea potius referenda eſſe ad gallicas ſuppuratas gummoſitates (orta enim fuerat puella a parentibus lue celtica infectis) omnis inde curatio concredita fuit ſoli Swieteno liquori, de quo puella poſtquam ſumpſit mane,

ne, & veſpere cochlear unum quadraginta dies, ab ulceribus omnino convaluit.

Scribebat præterea de juvene diu vexato a gallico palati ulcere, a quo manabat ichor admodum fœtidus, & nigricans, nec non multa prodibat caro ſpongioſa; quapropter non levis orta fuit de carie oſſis ſuſpicio: uſu tamen Swieteni liquoris ad menſes ferme quatuor una cum largo potu decocti malvæ, & hordei, depreſſa luxuriante carne, ulcus exſiccatum eſt. De duobus iſtis dumtaxat curationibus me fecit certiorem Benvenutus, non quod aliis careret, ſed quod illas ſatis eſſe exiſtimavit, ut vim remedii probaret.

Addebat, alios ſibi cognitos medicos, qui illud ipſum experiebantur innoxium, quin immo utiliſſimum non ſolum ægris ex lue celtica, verum etiam aliquibus abſque luis ſuſpicione laborantibus. Fatebatur quidem, oportuiſſe hoſtem jamdiu oppugnare, excepta ſcabie, aut alia cutanea affectione, quas extingui cognovit exhibito liquore viginti, aut ad ſummum triginta dierum ſpatio, præſertim vero tempore verno, & æſtivo, quibus illum expertus fuit utiliorem, efficacioremque.

Cum hæc ad me ſcriberet Benvenutus, inſtabat mihi Swietenam methodum experiri. Illi non minus quam mihi hac in re ſatisfacturus, ſtatim ac tulit occaſio in Noſocomio Inſanabilium, ægros induxi nonnullos ad eam ſuſtinendam.

Quæ prima feceram pericula, non multo poſt conſtiterunt Joanni Baptiſtæ Burſerio ſumma cum laude Faventiæ medicinam facienti. Aliunde Burſerius intellexerat nonnulla de Swietena methodo. Sed aliquid exoptabat de illa ipſa a me intelligere, ſicuti etiam ſpiritum tritici habere, quo diſſolveret ſublimatum, atque de innoxio ejus interno uſu propria experientia confirmaretur. Quæ ideo mihi antea fuerat occaſio de hac re certandi litteris cum Benvenuto, illa ipſa fuit cum Burſerio. Hic meas deſiderabat obſervationes; & ego ſuas. Dum ego curabam illius deſiderio ſatisfacere, ſatisfecit ille meo diligenter, ut ſolet, & perhumaniter.

Burſerius itaque ad me ſcripſit, quod ſuſceperat experimenta ſublimati, coactus liquare ipſum cum ſpiritu vini,

non tritici; neque enim ex noſtris, neque ex alienis pharmacopolarum officinis ſpiritum e tritico eductum colligei potuerat. Huic autem libentius ſpiritum vini ſubſtituit, & quod cum laude adhibitum a medicis intellexerat, & quod adhiberi poſſe ipſe probabat Swietenus in epiſtola, quam Burſerius legerat verbis hiſce, monitiſque refertam.

= Mercurium ſublimatum tuto dari poſſe certus ſis. Sex-
= centis lue laborantibus intra anni ſpatium datus eſt opti-
= mo cum eventu etiam in difficillimis caſibus. Nemini
= quid ſiniſtri contigit. Mercurio ſublimato, qui apud
= omnes pharmacopolas proſtat, utor. Spiritum frumenti
= adhibeo, quia cum hoc prima feci tentamina ante mul-
= tos annos, & cum pulchre ſucceſſerit, nil mutare volui.
= Credo tamen facile & vini ſpiritum inſervire poſſe.

Burſerius itaque Swieteno conſilio nixus liquorem compoſuit ex granis ſex ſublimati, & libra ſpiritus vini rectificatiſſimi.

Dum refero tentamina a Burſerio habita de liquore ita compoſito, alienas proſequor obſervationes.

Juvenis mulier phlegmatica, hyſterica, & male affecta doloribus celticis, ulceribus in tibiis, exoſtoſibus in brachiis, ſumpſit primum de liquore drachmam unam mane, & veſpere quotidie. Quamquam ſtatim ab illius hauſtu, eoque magis infra diem bibiſſet admodum copioſe, octava tamen die coacta fuit ſe a liquoris uſu abſtinere propter nimium ardorem in abdomine excitatum, diarrhœam potius moleſtam, nec non hyſtericos labores uſque ad animi deliquium; quæ omnia nedum miteſcere oſtenderunt, imminuta liquoris doſi.

Item de liquore ipſo, nec diſpari methodo, periclitata fuit altera mulier bilioſa, gracilis, non parum conſumpta a diuturnis doloribus gallicis. Etſi vel iſta tam copioſe, quam illa, bibiſſet emollientem decoctionem modo ſimplicem, modo lacti mixtam; nihilominus tamen debuit a liquore ſe abſtinere ante ſeptimum diem tum ob nimium ardorem gutturis, ſtomachi, & inteſtinorum, tum ob additam febrem.

Liquorem ipſum Burſerii conſilio expertus fuit juvenis, cui poſt contractam veneream luem acceſſerunt gummoſitates, & dolores in ſingulis artubus, præſertim vero

in

in utroque genu non ſine indiciis incipientis anchyloſis.

Per decocta ſudorifica, & exſiccantia, nec non per hydrargyroſim viſus fuerat morbus alias miteſcere; at demum ſævierat, nec paucam induxerat maciem, & virium jacturam.

Æger ſic ſe habens cœpit ſumere mane, & veſpere cochlear prædicti liquoris, toties hauriens libram lactis, & decoctionis emollientis, de qua poſtea infra diem potabat octo circiter lagenas.

Primis diebus ſtatim ab aſſumpto liquore conquerebatur duabus circiter horis de ardore nimio gutturis, œſophagi, & ventriculi. Paulo poſt totius corporis agitatione opprimebatur. Etſi quotidie mingeret copioſiſſime, dejiceret non parum, aliquo etiam ſudore perfunderetur, dolebat tamen magis quam antea; affectæ autem partes ſub ipſo dolore potius tumebant. Crura præ reliquis plus ſolito dolebant, & præter modum rubebant. Burſerius noluit impoſterum concedere juveni quolibet die niſi unum cochlear liquoris, decrevitque ad ſublimatum diſſolvendum uti ſpiritu vini minus rectificato.

Hac methodo, & doſi paratum liquorem juvenis tulit ad tres menſes; carne interea ſe obduxit, nullos amplius ſuſtinuit dolores, perdidit gummoſitates, atque faciles acquiſivit artuum motus.

Liquorem ſic compoſitum non dubitavit Burſerius, quin alii ægrotantes ſuſtinerent. Revera cæteri, quibus illum præſcripſit, longe melius ſuſtinuerunt. Quæ autem fuerint adjuncta, non perſequar narrare ſingula; neque enim ille variis, gravibuſque occupationibus diſtentus potuit, ut ſolebat, diligenter, & fuſius de his ad me ſcribere. Expeditus propterea ab alienis obſervationibus, nunc meas exponere aggredior.

I. Hiſtoria.

JUveni ab impuro concubitu innumeræ verrucoſæ excreſcentiæ germinatæ fuerant circa anum, ad inguina, in ſcroto, & undequaque in mentula, ad cujus apicem tam intra, quam extra præputium adeo confertæ reperiebantur,

ut glans ob phimoſim nullo modo detegi poſſet. Ex verrucis aliæ erant parvæ, aliæ majores, nonnullæ aridæ, & duriores, nonnullæ vero ulceratæ, ac manantes fœtidum, ſordidumque ichorem.

Æger etſi miſeria obrutus, peſſime nutritus, & a plurimis diebus a ſordido hoc morbo vexatus, libentius, quam chirurgicis efficacioribus præſidiis, indulſit uſui liquoris antivenerei; neque inutiliter. Statim enim ſudoribus, & urinis copioſe fluentibus intra decem dies ex verrucis aliquæ depreſſæ, & imminutæ, plures vero de ulceratis exſiccatæ.

Dum morbus ad ſanitatem cito nimis perduci videbatur, univerſum corpus fœdatum eſt miliaribus puſtulis. Verum & iſtis promptiſſime exſiccatis verrucæ omnes ſimul ita depreſſæ ſunt, ut quæ undequaque præputium occupabant, glandem omnino detegere permiſerint. Æger nondum ſumpſerat octo grana ſublimati corroſivi, cum jam bene ſe habens noluit ulteriori curationi indulgere.

Verebar ego, ne novæ erumperent verrucæ, aut alter oriretur morbus, præſertim ob victus errores, in quos juvenis procul dubio raperetur in paupertate vitam degens, & extra Noſocomium ſui juris factus. At metum omnem amovit optima valetudo, qua illum continuo gaudere vidi etiam poſt multos elapſos menſes.

II. *Hiſtoria.*

DElatus fuerat ad Noſocomium vir quinquaginta annorum, gracilis admodum, & delicatus, viribus magnopere deſtitutus, & inſigni macie confectus propter diarrhœam, diuturnamque febrem, quæ tandem minui cœperunt poſt parotidem ſuppuratam tam extra, quam intra aurem.

Præterea æger cruciabatur dolore gingivarum adeo tumentium, ut ſupra dentes circumquaque eminerent. Ulterius ob amauroſim in utroque oculo aſpectum amiſerat; infortunium ſane illi relictum tribus antea annis poſt ophthalmiam derivatam a virulenta gonorrhæa indebite curata.

A juſculis nutrientibus, gelatinis, cremoribus hordei, & avenæ macies, atque vires fuerunt non parum reſtauratæ; ore deinde, & dentibus expolitis per abſciſſionem gingivarum,

rum, nec non frequentem ablutionem cum auſtero ſalito vino; parotide item decreſcente, ejuſque ulcere exſiccato, poſtquam pus multum, & diu fluxerit.

Nonnullis ab illinc diebus facti ſunt in eminenti capitis parte varii gummoſi tumores, clara quidem indicia celticæ luis adhuc deliteſcentis. De tumoribus illis inſignior ad frontem, etſi appoſito emplaſtro de ranis cum triplici mercurii doſi, proximus ſuppurationi crevit ad ovi gallinacei magnitudinem.

Tot tumores ſuppurationi diſpoſitos cum renuerit æger cultro aperiri, idcirco coactus fui quærere aliunde præſidium ſatis efficax, & parum moleſtum ad eorum ſin minus reſolutionem, at certe exulcerationem impediendam.

Cum jam antea ægrum expertus eſſem patientem, quemadmodum requiritur in diuturnis curationibus, ſtatui illum ſubjicere uſui liquoris antivenerei. Revera per dies centum quotidie de eo mane ſumpſit ſemiunciam. Primis diebus ſtatim ac ſumpſerat, conquerebatur de incendio faucium, & œſophagi, uſque ad ventriculum. Æſtus iſte intra horæ ſpatium ceſſabat. Augebatur interea ardor in ſtomacho, cui dolores cæteroquin tolerabiles adjungebantur in inteſtinis. Stomachum cito recreabant potus aquæ hordeatæ, inteſtina vero tres, quatuorve dejectiones ante meridiem. Poſt viginti dies liquorem ſtomachus, & inteſtina tantum ſuſtinuerunt, ut ille de ardore, iſta vero de doloribus non amplius conquererentur. Æger quotidie plures habuit dejectiones: quotidie copioſas urinas, ſudoreſque non paucos; quandoque etiam ſalivationem, quandoque lacrymationem illi inaſſuetam.

Quo plus in dies urgebant, & perſeverabant alvi dejectiones, eo magis æger conſtabat viribus, & carne obducebatur; & quanquam victus nunquam fuiſſet quantitate auctus præter vini portiunculam in ſolo prandio poſt menſem conceſſam, ille tamen quotidie florebat facie, & bona valetudine gaudebat, jam penitus conſumptis gummoſis tumoribus capitis, illo ipſo prorſus reſoluto, qui erat magnus in fronte, & ſuppurationi maxime proximus.

Unicum ægrotanti ſupererat viſus deſiderium. Mihi aliquoties utrumque oculum perluſtranti viſa fuerat aliqua pupillæ mobilitas. Vel ipſi ægro viſum eſt diſtinguere ſe-

re-

renos dies a nubiloſis, quæ quidem diſtinctio ejuſdem oculis prorſus erat antea denegata. At nollem deſiderium proficiendi de viſu in cauſa, cur ægro ſimul, & mihi nimio plus, quam eſſet, videretur.

Porro cum a nonnullis admodum polliceatur de vi mercurii contra amauroſim a celtico ſeminio pendentem, vel id mihi pollicitus fuiſſem a diuturno ſublimati corroſivi uſu, præſertim cum ſub tot, & tam copioſis excretionibus, inter quas notabilis eſt ipſa lacrymatio, prompta, & totalis habita fuerit diſſipatio tumoris, qui erat tam magnus, atque ab oculis ipſis parum diſſitus: ideo fecit ſpes mea, ut ægrum hortarer in uſu liquoris antivenerei ultro perſeverare, ad experiendum, an plus de viſu profeciſſet. Verum ille de valetudine acquiſita apprime contentus voluit a Noſocomio diſcedere cæcitatem negligens, quam potius ſibi commodam duxit, dum inde mendicans a caritate obtinebat, & cumulabat id, quod conſuleret ejus paupertati, ſimulque incolumitati, qua adhuc fruitur integra.

III. Hiſtoria.

MUlier vidua ætatis triginta annorum, gracilis potius, & melancholica, jamdiu fœdata erat myrmecia quadam, ſeu formicantibus verrucis ad modum herpetis miliaris per univerſum corpus ſerpentibus, maxime ſub axillis, & ad inguina. Accedebant dolores artuum moleſtiſſimi; fere aſſidua, & intolerabilis cutis prurigo; membrorum omnium languor; corporis macies; nullum cibi deſiderium; ſomnus interruptus, & brevis; mæſtitia multa; ſæpe etiam febricula cum pulſu parvo, & celeri. Procul dubio pendebant hæc omnia a lue venerea jampridem latente, neque unquam propriis efficacioribus remediis curata. Dejectiones habebat mulier perraras, urinas paucas, & valde rubras, ſudores nullos; menſtruis ipſis, quod notabilius eſt, carebat ultra annum.

Miſerrimæ ægrotantis hujus expeditam curationem in Noſocomio aggreſſurus, ſpem ſanationis in liquore antivenereo repoſui. Hunc ergo eadem doſi, & methodo, quibus antedictus æger uſus fuit, vidua ipſa per menſes ſumpſit patienti, conſtantique animo.

Per

Per eum cito obtinuit copioſas excretiones urinæ, & ſudoris, dejectiones vero per alvum moderatas. Pulſuum inde celeritas imminuta, dolores artuum facti mitiores; verrucæ depreſſæ, & explicatæ. Videbatur mulier convaleſcere; niſi quod aucta nimis urinarum, & ſudorum copia, augebantur in dies macies, & virium jactura.

Tunc placuit lac vaccinum miſcere cum decoctione emolliente, & pro ſtomachi tolerantia in diem exhibere. At mulier cum non potuerit lac ferre, optavit victum paulo pleniorem, ſimulque paucum cum ipſo bibere vinum in prandio aquæ ſimplici mixtum. Utroque conceſſo mulier longe melius ſe habuit. Intra menſem myrmecia evanuerat; inde vero per univerſum corpus egreſſa pſora vel ipſa brevi exſiccata.

Poſt hæc cœpit ægra conſtare viribus, indui carne, pulſus habere longe minus celeres; febris autem omnino deſinere. Somnus tantummodo deſiderabatur, qui tamen facile obtentus eſt per emulſiones ſeminibus frigidis cum ſyrupo de meconio edulcatas.

Optaviſſem ego, ut iterum fluerent menſtrua, nec deſperabam, quod demum vel hic ipſe fluxus obtineretur poſt alias obtentas adeo promptas, & conſtantes excretiones. Jam mulier uſa fuerat liquore antivenereo ad duos menſes, cum demum illi bene coloratæ, & ſatis nutritæ, a verrucis, & ſcabie prorſus immuni fluxerunt menſtrua tam facile, & copioſe, quam olim ſolebant. Poſt menſtruorum fluxum verrucæ aliquæ ſub axilla ſiniſtra, in fronte, & capillata capitis parte comparuerunt inſigniores.

Liquoris uſus, ſub menſtruis omiſſus, iterum poſt illa per menſem revocatus eſt, quo completo menſtrua redierunt, non perinde exſiccatis verrucis, immo factis majoribus illis, quæ ſub capillis, & axillis latebant. Non dimiſſo interno liquoris uſu, verrucas volui externe tentatas activiori ſolutione ſublimati corroſivi in aqua deſtillata.

Sic tandem menſtruis iterum tertio recurrentibus, relicto tam interno, quam externo ſublimati præſidio, verrucæ omnes diſſipatæ fuerunt, neque amplius ullæ vel minimæ impoſterum apparuerunt. Mulier e Noſocomio diſceſſit bene valens, proindeque debitis temporibus abunde ſatis polluta menſtruis.

Li-

Liceat modo mihi ab hiſtoriis tantiſper declinare, ut moneam, tria hæc mea de interno ſublimati uſu tentamina vix primum noſtris innotuiſſe medicis, quod aliqui ex oculatioribus, cautioribuſque eundem ferme protinus improbarunt; tum quia veneficam ſublimati indolem potiſſimum metuebant, tum quia tutam ejus exequendi methodum magis perſpectam, atque probatam optabant.

Illorum deſiderio (quod & meo verſabatur animo) ultro ſatisfacturus, nova alacriori animo aggredi experimenta non renui, nec mihi venenoſam ſublimati naturam contemplanti, ut abſtinuiſſem, quidquam acceſſit; pro certo enim, exploratove habebam, pleraque, ut ut venefica, per os quoque ſumpta nullam corpori inferre noxam. Quandoquidem nonne pluries ab oculatiſſimis medicis interne ſumenda præſcripta fuere euphorbium, helleborum, arſenicum, cicuta, cantharides, aliaque ex iis, quæ a regno præſertim minerali chimica ars elicit, atque præparat? Interim minime deſunt medici, quorum auctoritate, & uſu id ipſum confirmatur. Lubeat nobis Melchioris Fricii Ulmenſis medici ſcriptum nuperrime editum adire, & ex illo habebimus = *Nullum eſſe venenum tam vehemens, quod recte, = ac methodice uſurpatum non ſpectet ad antidotum, nullam- = que rem dari tam noxiam, quæ multa bona in ſe non fo- = veat, immo venena in morborum curatione ita ſuperare = activitate alia remedia, ut demum, reliquis incaſſum ten- = tatis, ultimum ſint etiam in deſperatis morbis medicorum re- = fugium, nec non ſacra ægrotantium anchora* = Præterea immortali Boerhaavio aures parumper præbeantur, qui ſublimatum mira præſtitiſſe aſſeveravit, adeo ut in ſuis chemiæ elementis mixturam ſublimati propinandam commendaverit; quanquam de methodo, & cautelis ne verbum quidem addidit, monere contentus, ut *prudenter a prudenti medico adhibeatur, ſibique ab uſu caveat is, qui methodum neſciat*. Quid plura? Swietenus inter Boerhaavii auditores eruditiſſimus Benvenuto ſcribens aliquam demum aperuit methodum, in qua adeo commendat internum ſublimati uſum, ut in morbis venereis hydrargyroſi minus dubitaverit eſſe anteponendum.

Cum itaque ad plures annos de luis venereæ curatione hydrargyroſim expertus fuerim ſatis utilem, ferme hæſita-

ſitabam & ipſe, quin internæ ſublimati mercurii exhibitioni præferre conduceret vivi per cutis affrictum intromiſſionem. Verum cum nollem ita ſublimato adverſari, ut ipſo prorſus rejecto, veneream luem ſola hydrargyroſi cenſerem profligandam; ideo primis ſublimati tentaminibus curavi adjungere alia, atque alia, ut pluribus de uſu cautiorem, certioremque methodum elicerem, & confirmarem. Nunc itaque ad hiſtorias redeamus.

IV. Hiſtoria.

PUella a prima ferme ætate laboraverat ſcabie. Parentes cum male ferrent filiolam tamdiu affectam turpi, ac contumaciſſimo hoc morbo, curationem tentare voluerunt linimento adverſus ſcabiem efficaciſſimo. Parentum deſiderio res bene ceſſit; at vero plures tumores circa collum oborti ſunt. Ex his majores videbantur procliviores ad ſuppurationem, cui obſtiterunt miſſio ſanguinis, & externa reſolventia. Interea difficilis deglutitio, & ſumma puellæ repugnantia prohibuerunt cujuſcunque interni pharmaci uſum. Puella vero tenebatur febri, & macie in dies conficiebatur, tumorum aucta mole, atque duritie. In hoc ſtatu filiola curationi meæ fuit commiſſa.

Quanquam juvandi ſpes non affulgeret multa, ſollicitus tamen de origine, & qualitate ſcabiei repulſæ, detexi in parentibus ipſis non obſcuras luis venereæ notas. Tunc mihi in mentem venit uſus liquoris antivenerei. Et quanquam repugnantia puellæ a pharmacis præſcribendis me retineret, tamen non dubitavi de ipſo periclitari, dummodo puella a lacte aſinino non abhorreret. Non abhorruit: menſes duos ſex uncias aſinini lactis totidem unciis nucerinæ calentis aquæ mixtas, duaſque ſimul liquoris antivenerei drachmas quotidie ſuſtinuit. Potionem iſtam jejuna ſemper, & lecto decumbens intra bihorium ingurgitabat.

Hac methodo, & veris favore, hebdomada exacta vix tertia, cutis univerſa cœpit ſudore primo madere, poſt aliquot dies ſcabie iterum fœdari, tumoribus poſtremo circa collum ſenſim decreſcentibus ſcabies, etſi in dies copioſior, denique extincta eſt.

Itaque aſinini lactis viginti libræ, totidemque nuceri-

næ aquæ, liquoris autem antivenerei unciæ quindecim, hoc eſt ſublimati corroſivi grana ferme octo, ad integram valetudinem ſuffecerunt.

Hiſtoria V.

Altera puella duodecim annos nata in Noſocomio inſanabilium recepta fuit, annos ferme quatuor domi ſuæ ob ulcera ſinuoſa in pede cum carie majorum oſſium tarſi incaſſum curata. Etſi non intellexiſſem tam grave damnum ortum ab aliqua extrinſeca cauſa, adhuc tamen ætas, fortiſque animus ægrotantis me impulerunt ad illi proponendam cruris amputationem. Singulari, & ferme incredibili animi conſtantia quod annuit puella, eam idcirco prius ad tantum diſcrimen præparandam duxi, non ſolum quia pulſum quocunque tempore exploratum invenerim celerem, vibratumque, ſed quod ſanguis e vena bis ductus ſe cruſta præbuit quam duriſſima obductum.

Primo ſerum lactis vere exhibitum, tum cichoreacea, demum jus cancrorum fluviatilium, & ptiſana refrigerans. Interea tumor ad ſternum prodiit, qui paucorum dierum ſpatio fere ad ovi gallinacei magnitudinem extuberans gummoſitatis potius ſpeciem, & notas præſeferebat. Statim de amputatione protracta mihi ipſi complacui, veritus, ne poſt ipſam aut novus invaderet morbus, aut ulcus inſanabile remanſiſſet.

Conditio tumoris ad ſternum me fecit ſuſpicioſum de celtica hæreditaria labe, quam dum quærebam in parentibus, detexi in nutrice. Ad liquorem igitur antivenereum veni tres æſtivos menſes quotidie uſurpatum, atque una quantum hordeatæ ptiſanæ ferre potuerat ſtomachus.

Sudores hinc eliciti uberiores; urina permulta; alvi dejectiones & ipſæ potius frequentes. Quibus excretionibus factum eſt, ut tumor paulatim decreſceret; pulſus longe melius ſe haberet, morbus vero pedis prorſus nihil proficeret. Quare amputationem magnanima puella tam enixe petiit, ut ad eam perſolvendam me identidem incitaret; eandemque fortiter, & in ſuis ipſis oculis adminiſtratam tulerit.

Omnia feliciter acta ſunt. Ulcus ab amputatione reli-

ctum

ctum ante hyemem ita ſanatum eſt, ut proximo anno puellam viderim optime valentem, & ſolo fictitii cruris adjumento expedite ambulantem.

Hiſtoria VI.

MUlier annum agens tertium ſupra quadrageſimum, temperamenti ſanguineo-bilioſi, habitus corporis mediocris multo ante celtica lue erat affecta. Quamvis curata non ſemel decoctis ſudorificis, & exſiccantibus, aliiſque mitioribus antivenereis, duo tamen adhuc patiebatur incommoda ab inveterata ſuperſtite lue procul dubio provenientia. Fuit primum congeries quorundam tumorum ſub integumentis hic illic in artubus ſuperioribus. Figura & magnitudine diſpares, ſinguli tamen mobiles, duri, minimeque dolentes. Fuit alterum moleſtiſſimus, & fere aſſiduus pruritus in crure dextero modo eryſipelate, modo ulcuſculis comitatus, præſertim cum mulier propter intolerabilem moleſtiam nullo modo a ſcalpturigine abſtineretur.

Etſi aliena a remediis, multoque magis ab hydrargyroſi, nihilominus ab afflictione morbi illuc adducta eſt, ut & anguſtias hyemalis cubiculi, & liquoris antivenerei moleſtias pati mallet. Liquoris itaque non renuit quotidie nunc duo, nunc tria cochlearia, duo quidem, ſi præceſſerat dejectionum copia, tria, ſi paucitas. Quotidianam autem portionem, quam ſumeret, ſic dividebat, ut dimidium caperet mane, dimidium veſpere.

Exſpuitio aſſumptum liquorem ſequebatur ſæpiſſime tres, vel quatuor horas continua, tamque affluens, ut languens ægra ſibi pene deficere videretur. Liquorem ſpiritu vini confectum cogebatur temperare puriſſima aqua. Nonniſi hoc modo temperatus tolerabatur, nec tantam movebat exſpuitionem; liquori ſuperbibebat libram juris hordeati, atque una poſt hora alteram, utramque cum lactis vaccini ſelibra permixtam. Stomachus jus hordeatum commode recepit, lacti vero mixtum neutiquam.

Aliquot dies ſibi prandium fuit non injucundum zea lacte vaccino incocta, cui paulo poſt oportuit pultem ſubſtituere ex puro pane, & jure. Hanc reſumebat veſperi, ſimulque libram juris hordeati ſub cœna. Potus interdiu pu-

tealis aquæ ad arbitrium, & ſatietatem. Hanc victus rationem lecto ſemper affixa ſervavit duos menſes mulier, quam conſtantiſſime, ac diutius ſervaviſſet, niſi partim macies, qua confici jam cœperat, partim in crure pruritus adhuc pertinaciſſimus retinuiſſet.

A tanta victus tenuitate utique deſtitit, non ſic ab antivenerei liquoris potatione, cujus cochlear unum quotidie bibere duas hebdomadas continuavit. Tunc vero crus bene habuit, eryſipelate, & ulcuſculis omnino extinctis, quod etſi bonum maluit, quam antivenerei efficacitati, ſuæ a ſcalpturigine continentiæ mulier tribuere, attamen niſi reſedato pruritu, tantam continentiam in ægrotante quis unquam crederet? Huc adde decreſcentem inſigniter tumorum duritiem, & molem; adde expeditiorem horum motionem; adde eorundem diminutum numerum; adde ſurgendi e lecto, & ambulandi redditam facultatem; &, quod caput eſt, adde mulieri reſtitutas ad naturæ legem purgationes menſtruas, quibus integrum annum caruerat.

Hiſtoria VII.

JUveni recens nuptæ, ob virulentam gonorrhæam ſibi incognitam, & male curatam, bubones ad inguina, dolores ad caput, gummata, & ulcera ſupervenerunt. Sub idem tempus diminutis extra graviditatem, ac demum ſuppreſſis menſtruis purgationibus acceſſerunt febris, præcordiorum anxietas, cordis palpitatio, cibi faſtidium, vomitus, diarrhœa. Inopiæ cauſa vix potuit mulier ſibi opportune conſulere, auxiliis more pauperum parum valentibus dumtaxat uſa, quæ dum levibus incommodis proderant, ſævire ſinebant cauſam morbi principem; cujus ſævities brevi ad caput verſa, vix dici poteſt quot, quantaque faciei intulerit detrimenta.

Deformitas, & injuria affectæ partis fœminam ad Noſocomium inſanabilium impulerunt, cujus incommoda etſi non omnia a miaſmate celtico derivata, mecum ipſe tamen conſtitui liquore antivenereo iis occurrere ad unum omnibus. Principio ventriculi ardor, inteſtinorum tormina, moleſtaque univerſi corporis perturbatio ſub ipſam liquoris aſſumptionem ſic ægram deterruerunt, ut ſpe omni dejecta a pharmaco tam infeſto refugiſſet, niſi largioribus potionibus

bus indulgens noxas omnes nedum miteſcere, ſed omnino conquieſcere perſenſiſſet.

Hoc deinceps pacto liquori aſſuefacta ejus uſum ad plures hebdomadas non invita protraxit, immo libentius uſa eſt, quod deturpatam faciem in naturalem formoſitatem paulatim componi experta eſt. Alio quocunque corporis loco ſæviret venereus hoſtis, eundem in dies ſuccumbere apparebat. Id autem cæteris mirabilius, fœminam tandiu ſine lunari cenſu, diuturno liquoris uſu hunc perſolvere, ut par eſt, tandem cœpiſſe, a quo impoſterum non prius ceſſavit, quam prægnans uterus extitiſſet. Fœmina profecto inſperata ſanatione felix, deinde proſpero partu felicior, ſuaque ac filii incolumitate denique feliciſſima.

SEptem hiſce hiſtoriis comparatis ſpero fore, ut ne recens fons deſit meo judicio non contemnendus, unde quæ ad rectam, & magis tutam antivenerei liquoris adminiſtrationem requiri poſſunt, ſatis profluant. Addam itaque modo ea non pauca, quæ non indiligens exercitatio me docuit, quæque primum ad liquoris præparationem, tum ad doſim, deinde ad anni tempus, quo magis juvet adhiberi, poſtremo ad cautiones pertinebunt viſas hactenus perneceſſarias.

Præparationem liquoris quod attinet, duo ſunt præcipua, mercurius ſublimatus corroſivus, & liquor illi diſſolvendo accommodatus. Mercurius ſublimatus ſit quam puriſſimus, quam albiſſimus, ac in pulverem ſumme contritus, idque & quo facilius, & promptius omnino diſſolvatur, & quo commodius, ac tutius poſſit ad doſim redigi minimam, ſi oportuerit, longe exactiſſimam. Diſſolvens liquor vel aqua, vel ſpiritus eſto; illa quidem vel naturalis, vel ſtillata, hic vero aut frumenti, aut vini ad hanc uſque diem in uſum venit.

Londinenſibus medicis referente Ricardo Viſmanno Anglo vulgaris aqua, pura puta, ad hoc uſitata. Boerhaavio placuit deſtillata. Spiritus tritici Swieteno. Vini vero Italis medicis. Numquid ſolventia hæc indiſcriminatim uſurpanda? Porro non repugnarem, niſi rationes aliquæ feciſſent, ut peculiarem ex illis componendam mixturam experientia ductus cenſuiſſem. Aqua enim hic nobis communis cum plerumque ea ſit, quæ multis abundet contentis, quibus forte ſociari poſſunt ſublimati particulæ minus æquo

ſolu-

ſolutæ, idcirco noſtratem aquam conſtitui repudiandam. In ejus locum ſtillatam decrevi ſubſtituendam, non ſolum quia ab omni ſuſpicione immunem, ſed quod magni Boerhaavii auctoritate maxime commendatam, cui quidem ſatis eſt, ſi placuit, ut nemini diſpliceat.

Veruntamen ita ne arridebit, ut illa cuique videri poſſit ad omne opus ſola ſufficere? quin potius alicui ſolus aut tritici, aut vini ſpiritus videatur ſatis? Uterque certe quidem ſpiritus, ſulphureæ indolis qui eſt, aggredietur acida ſublimati ſpicula, eademque involvet, atque ſic frænabit, ut ea ſaltem vi, qua nuda, & libera poſſent, nequeant moleſta eſſe, & infeſtiſſima. Jungatur ergo aquæ ſtillatæ ſpiritus, modo cautiſſime quantitatem ejus, & qualitatem ſpectes, ne dum ſublimatum emendare contendis, illum plus debito inertem reddas, eundemque virtute medica exuas, dum proſpicere ſtudes ſecuritati.

Utinam mihi præſto fuiſſet tritici ſpiritus aliquanto illo vini mitior, cujus defectum ſupplere cum non niſi vini ſpiritu potuiſſem, ſtatim in dubium veni, utrum eſſet ille ſpiritus a prima deſtillatione elicitus, phlegmate fere ad dimidium ferax, rectificatiſſimo anteponendus. A primo metuebam, ne acido phlegmate ſibi mixto minus ad rem tutus eſſet. Alterum ſolutioni propoſitæ noveram omnino ineptum. In hoc bivio hoc mihi iter tenendum ſumpſi, ut diſſolveretur ſublimatum in aqua ſtillata, cui primum adjunctus fuiſſet rectificatiſſimus vini ſpiritus, quoad ſatis eſſet, ut liquor evaderet par illi, qui ex ſolo vini ſpiritu a prima deſtillatione elicito proveniſſet. Atque eo libentius id agendum ſtatui, poſtquam viderim a ſolutione uni ſpiritui vini rectificatiſſimo ardenti, & igneo commiſſa plures, ac moleſtiſſimos tumultus in faucibus, œſophago, ventriculo, atque inteſtinis vel ipſis graviter excitatos.

Liquor itaque, quo ſum uſus, ſic eſt. Conſtat nimirum ſublimato, aqua deſtillata, & ſpiritu vini rectificatiſſimo. Sublimati doſis illa mihi eadem fuit a Boerhaavio, & Swieteno definita, videlicet granum unum; liquoris autem menſtrui doſis unciæ duæ, quarum mihi altera ex aqua deſtillata, altera ex vini ſpiritu maxime rectificato, quibus ſemper drachmæ duæ ſyrupi de toto citro ad gratiam additæ. Hujuſce liquoris quantitas quotidie propinanda

da adultis non plus uncia dimidia, at natu minoribus non plus drachmis duabus. Mea hæc inſtituti ratio nemini, Deo juvante, hactenus noxia.

At enim num ne hæc ita fixa ſunt, ut a cancellis conſtitutæ doſis nequeat egredi? Non ne fertur, liquorem parum ab hoc diſſimilem a nonnullis ad cochlearia impune aſſumptum? De aliis (ſincere fateor, quod ſentio) nihil quæro. Liquorem id genus tam large adhibitum ægris fuiſſe innoxium valde dubito. Medici enim prudentis non eſt ad ægrotantis libitum remedii uſum relinquere, quod natura ſua venenum ſapit. Caſus quippe fatales non deerunt, qui improvidam hanc liberalitatem reprehendant, ac damnent. Itaque, ſi uſpiam, in hujus liquoris adminiſtratione plurimum prudentiæ Profeſſoribus opus eſt, ut vel ab ipſa anni tempeſtate non parum cavendum ſit.

Intelligitis, Sodales ornatiſſimi, quo ſpectem, videlicet ad hyemem perſpirationi, cutaneiſque evacuationibus, ut ſcitis, inimiciſſimam. Enim vero cutis illa una via propoſito liquori ſemper viſa eſt ad profligandum hoſtem commodior cæteris, atque utilior. Expeditius reipſa, & tutius ii ſoli evaſerunt, quibus ſub ipſo remedio quocunque modo cutis ſive maculata eſt, ſive exaſperata. Non is tamen ſum, qui in curatione coacta ab hyeme omnino abhorrerem. Veruntamen ſciat æger, ſe tunc non fore a plurimis moleſtiis, ac tædiis exemptum. In bene clauſo cubiculo degere oportet, perſæpe lecto teneri, calidiſque potionibus frequenter uti, ſingula porro inſuetis incommoda, univerſa omnino non tolerabilia. Cæterum quæ curationes mihi feliciter ceſſerunt, eæ aut fervida factæ ſunt anni tempeſtate, aut ſaltem temperatiore, quanquam illa ſemper omnium aptiſſima, quippe quæ & perſpirationem per ſe ipſa juvat, ac una ſimul quaſcunque cutis eruptiones, & ægros non invitat ſolum ad potum perneceſſarium, ſed excitat.

Qui autem potus ſit cæteris præferendus, non facile dixerim; namque vulgarem aquam plerique pertulerunt; doloribus imi ventris, flatibuſque obnoxii non item. Hiſce aqua ſeminibus hordei, floribuſque violarum, aut malvæ, aut foliis theæ, aliiſque hujus generis incocta tolerabilior. Quibuſdam jus dilutum acceptius, ex carnibus modo pulli, modo vituli, modo columborum paratum, non

ſolum

ſolum interdiu ad libitum, ſed etiam ſtatim ab aſſumpto liquore.

Interea me non latet, lac aquæ aut juri permixtum a nonnullis commendatum, quibus tam non repugno, ut & ipſe nunc vaccinum, nunc aſininum expertus ſim, ſed potius juri quam aquæ ad tertias commixtum. Hoc autem inter aſſuetos potando lacti, & non aſſuetos intereſſe plerumque animadverti, ut quantum illis accommodatum, atque utile, tantum hiſce importunum, & nocuum.

Ad nutriendum, ad ciendam alvum, atque imprimis ad æſtum, ſi qui a liquore excitetur, bene compeſcendum lac non raro profuit. Contra affectioni colicæ, & hypochondriacæ obnoxiis, quibuſque alvus lubrica potius eſt, ſæpe ſæpius obfuit. Lacte mihi rariſſime opus fuit. Meus namque liquor tum præ exigua doſi, tum præ idonea præparatione minus retundi poſtulabat; tum maxime quia quos tractavi ægros, erant ii prædictis mixturis lacteis aut parum ferendis, aut omnino impares; quique tamen pulmenta ex oryza, & vaccino lacte aliquando innoxie pertulerunt.

Sed hæc ſatis multa, & plura potius quam erat neceſſe, ut multo ſatius ſit pauca, quæ remanent, in delectum ægrorum conferre omnia, quibus liquorem hodiernum profuturum confidam. Hic autem paucis me expediam. Sic equidem cenſeo: liquori antivenereo non eſſe dandam operam, niſi quando cum celtico pugnandum eſt, cujus efficaciſſimus expugnator conſenſu omnium nunquam mercurius non extitit. Attamen prudentis medici erit celtico laborantes huic methodo non ſubjicere omnino omnes.

Illos imprimis exciperem, quibus ſuſpecta, & periculoſa ipſa foret hydrargyroſis. Exciperem mulieres vel prægnantes, vel ſub catameniis. Tum quorumcunque ventriculus, & inteſtina ſic male habent, ut cardialgia, diarrhœa, torminibus facile divexentur. Tum eos demum omnes, qui magnis valetudinis tumultibus proclives ad primulam cauſam ſe commovent, atque adeo perturbant, ut a vitæ diſcrimine haud procul abſint. Quod ſi illuc adducatur æger, vel medicus, ut ad liquorem noſtrum veniendum ſit, morem non ante gererem, quam patientis corpus ad hanc medicinam faciendam omni ſtudio, & cura diſpo-

diſponatur, vitia, ſi quæ alia obvenerant, quantum in nobis eſt, emendentur, eaque tandem, quæ ab antivenereo liquore vereri poſſumus detrimenta, præcavere, ac tempeſtive declinare conetur.

Cæterum ne eos quidem ægros cenſeo attingendos, qui ſatis nec morigeri ſunt, neque ad incommoda ferenda parati, quæ ſi minus remedii conditio, diuturnitas certe quidem curationis permulta invehit. Porro liquor antivenereus cautionibus modo dictis confectus, & hac methodo exhibitus non ſolum, ne obſit, nihil vereri debemus, ſed eundem mira quoque præſtiturum confidimus.

VINCENTII RICCATI

De motu rectilineo corporis attracti, aut repulſi a centro mobili.

Disquisitio Prima.

De motu rectilineo corporis attracti, aut repulſi a centro æquabiliter lato.

SI centrum attrahens aut repellens corpora fixum ſit, atque immobile, proprietates motus ita dilucide patefactæ ſunt a geometris, ut theoria hæc in præſens notiſſima, ac propemodum vulgaris eſſe videatur. Verum hactenus legi neminem, qui de motu corporum verba fecerit, dum potentiarum centrum ipſum quoque movetur. Itaque ut hujuſce non vulgaris theoriæ fundamenta jaciam, quod Mechanicæ utiliſſimum fore confido, hoc mihi problema ſolvendum propoſui: ſi centrum moveatur æquabiliter in linea recta, quæritur, quinam in eadem linea futurus ſit motus corporis, dum potentia attrahens aut repellens data eſt per diſtantiam corporis a centro. Sed antequam ad ſolutionem accedam, opportunum judico oſtendere, quomodo formulæ ad certas meſuras redigantur, ut deinceps quantitates conſtantes, & curvarum parametri exacte cognoſci poſſint.

Incipio a motu æquabili, in quo notum eſt, velocitatem eſſe in ratione directa ſpatii confecti, & inverſa temporis, quo conficitur. Quare vocata de more velocitate u, ſpatio s, tempore t, eſt u quemadmodum $\frac{s}{t}$. Itaque proportionem in æqualitatem convertens multiplico fractionem $\frac{s}{t}$ per tempus conſtans k, ut ſit $u = \frac{ks}{t}$. Si ſtatuam $t = k$,

erit

erit $u = s$, ex quo apparet, ſpeciem u exprimere ſpatium, quod tempore k æquabiliter conficitur. Etſi liberum eſt, per ſpeciem k repræſentare quamcumque definitam temporis partem; tamen commodum erit, eam æquare uni minuto ſecundo, in qua ſuppoſitione habenda eſt velocitas u tamquam ſpatium uno minuto ſecundo æquabiliter confectum. His præmiſſis, in quocumque motu ſpatiolum ds conficiatur tempuſculo dt, valebit proportio $u : ds :: k : dt$; ergo $u = \frac{k\,ds}{dt}$, quæ eſt prima formula adhibenda ad proprietates motus detegendas.

Lex motus accelerati docet, potentiam in ſpatiolum proportionalem eſſe maſſæ in velocitatem, ejuſque incrementum, hoc eſt vocata potentia p, maſſa m, erit $p\,ds$ quemadmodum $m\,u\,du$. Ut æqualitatem ſtatuamus, multiplicemus $p\,ds$ per λ, ut fiat $\lambda p\,ds = m\,u\,du$. Species λ per menſuras certas eſt definienda. Pro u ſubſtituatur ejus valor $\frac{k\,ds}{dt}$, & fiet $\lambda p\,ds = \frac{m\,k\,ds\,du}{dt}$, ſive $\lambda p\,dt = m\,k\,du$. Quandoquidem λ conſtans ſit oportet, quicumque ſit valor quantitatum p, & m, ponamus utramque conſtantem, & integremus $\lambda p\,t = m\,k\,u$, & iterum ſubſtituendo valorem u, habebimus $\lambda p\,t = \frac{m\,k^2 ds}{dt}$, ſeu $\lambda p\,t\,dt = m\,k^2\,ds$, & iterum integrando $\frac{\lambda p\,t^2}{2} = m\,k^2\,s$. Si fiat $t = k$, erit s ſpatium illud, per quod potentia conſtans p tempore k promovet maſſam m, quod ſpatium deinceps vocabimus $= \varepsilon$. Igitur $\frac{\lambda p}{2} = m\,\varepsilon$. Statuamus p eſſe pondus corporis terreſtris in data regione, cui maſſa eſt proportionalis: igitur $\lambda = 2\,\varepsilon$; ſcilicet λ æquabit duplum ſpatii, quod tempore k motu accelerato conficitur a corpore terreſtri. Quod ſi k ſit minutum ſecundum, ſpatium hoc ε æquabit proxime pedes rhenanos 15.625, ſeu pariſienſes 15.096. Potentias vero quaslibet deſignabimus per pondera terreſtrium corporum, cum quibus directe æquilibrium faciunt: maſſas vero per pondera terreſtrium corporum, in quibus eadem eſt materiæ quantitas.

His omnibus conſtitutis formulæ in quolibet motu uſurpandæ ſunt hujuſmodi $u = \frac{k\,ds}{dt}$, $2\,\varepsilon p\,dt = m\,k\,du$, $2\,\varepsilon p\,ds$

$= m u d u$. Elementum $d u$ ſumendum eſt poſitive in motu accelerato, negative in retardato. In his formulis u eſt ſpatium, quod tempore k æquabiliter conficeretur, ſi omnis acceleratio, aut retardatio ceſſaret, p eſt pondus corporis terreſtris æquantis potentiam: m pondus corporis terreſtris continentis eamdem quantitatem materiæ, quæ in corpore moto: ε ſpatium, per quod pondus p, aut quodlibet aliud ſuam maſſam transferret tempore k.

Redactis ita quantitatibus omnibus ad menſuras cognitas, rem aggredior, ac primum ago de hypotheſi, in qua potentiæ attrahentes, aut repellentes ſint in ratione ſimplici diſtantiarum a centro; quæ hypotheſis utilitate, ſimplicitate, atque elegantia cæteras antecellit. Suppono, potentiam attrahentem aut repellentem in data diſtantia $= b$ æquare datum pondus $= p$. Sit primum centrum in A (*Fig.* 1.) quod verſus S moveatur æquabiliter velocitate $= C$: corpus diſtet a centro A intervallo $AB = e$, & præditum ſit velocitate $= c$, quæ conſpiret cum centri velocitate. Quæritur, quinam futurus ſit motus corporis a centro attracti.

Interim dum centrum A fertur ab A in S, corpus B motu accelerato percurrat ſpatium BX, & ejus velocitas $= u$. Accipiantur elementa Ss, Xx, quæ eodem tempuſculo a centro, & corpore conficiantur. Vocentur AS $= s$, BX $= x$. Diſtantia XS corporis a centro erit $= e + s - x$. Quoniam potentiæ ſunt ut diſtantiæ, erit $b : e + s - x :: p : \frac{p}{b} . \overline{e + s - x}$, quæ erit potentia trahens corpus in puncto X. Itaque reſultat æquatio $\frac{2\varepsilon p}{b} . \overline{e + s - x} . d x = m u d u$. Quando velocitates ſunt ut ſpatiola eodem tempore peracta erit $u : C :: d x : d s$; ergo $u = \frac{C d x}{d s}$; & acceptis differentiis in ſuppoſitione $d s$ conſtantis, $d u = \frac{C d d x}{d s}$; ergo $u\ d u = \frac{C^2 d x d d x}{d s^2}$: igitur æquatio eſt $\frac{2\varepsilon p}{b} . \overline{e + s - x} . d x = \frac{m C^2 d x d d x}{d s^2}$, ſive $\overline{e + s - x} . d s^2 = \frac{m b C^2}{2 \varepsilon p} . d d x = r^2 d d x$, poſito $r^2 = \frac{m b C^2}{2 \varepsilon p}$. Statuo $e + s - x = z$, quæ eſt diſtantia corporis a centro, & differentiando $d s - d x = d z$, & in eadem ſuppoſitione $d s$ conſtantis differentiando iterum $- d d x = d d z$. Quare factis ſubſtitutionibus prodibit æquatio $z d s^2$

=

$= - r^2 ddz$. Hanc æquationem per duplicem methodum ad integrationem perducam.

Sed claritatis cauſa præſtat dividere hypotheſes, & a facilioribus progredi ad difficiliores. Prima hypotheſis ſupponit tam $e = 0$, quam $c = 0$. Prior methodus præbet inventæ æquationis completam integrationem hoc modo $z = A . \mathrm{Cc}.s + B . \mathrm{Sc}.s$. Duæ quantitates A, B ſunt determinandæ. Si $s = 0$, unde $\mathrm{Sc}.s = 0$, $\mathrm{Cc}.s = r$, debet tam x, quam $z = 0$, quia in hoc caſu in eodem puncto repe2riuntur initio corpus & centrum: ergo fiet $0 = Ar$; ergo $A = 0$: igitur formula integrationis erit $z = B . \mathrm{Sc}.s$. Ut determinata A determinetur item B, ſumptis z, s minimis & evaneſcentibus, quum velocitas corporis ſit nulla, ſeu potius naſcens, & velocitas centri finita, erit $x : s$ in minore ratione quacumque data; ergo $s - x = z : s$ in ratione æqualitatis; ergo $z = s$; ſed etiam $\mathrm{Sc}.s = s$; ergo æquatio fiet $s = Bs$; ergo $B = 1$. Igitur æquatio in hoc caſu rite integrata ſufficiet $z = \mathrm{Sc}.s$.

Ad methodum alteram multiplicetur inventa æquatio per dz, ut evadat $zdzds^2 = - r^2 dzddz$. Fiat integratio adjecta conſtante, $z^2 ds^2 = Ads^2 - r^2 dz^2$: atqui poſita $z = 0$, debet eſſe $dz = ds$; ergo $A = r^2$: ergo vera formula integrationis $z^2 ds^2 = r^2 ds^2 - r^2 dz^2$, ſive $\frac{rdz}{\sqrt{rr - zz}} = ds$. Pars prima hujus æquationis exhibet arcum circularem, cujus radius $= r$, ſinus $= z$: igitur $z = \mathrm{Sc}.\overline{\Delta + s}$. Eſt autem Δ arcus conſtans additus in integratione, qui definiendus eſt per hoc, quod facta $s = 0$, debeat eſſe $z = 0$: ergo $\mathrm{Sc}.\Delta = 0$, & $\Delta = 0$: igitur integratio habebitur $z = \mathrm{Sc}.s$, prorſus ut antea.

Ex inventa æquatione obtinemus $s - x = \mathrm{Sc}.s$; ergo $x = s - \mathrm{Sc}.s$, & $dx = ds - d\,\mathrm{Sc}.s = ds - \frac{ds.\mathrm{Cc}.s}{r}$. Hinc facile eſt determinare corporis velocitatem $= u$. Etenim quum ſit $u : C :: dx : ds$, erit $u = \frac{Cdx}{ds} = C - \frac{C.\mathrm{Cc}.s}{r}$.

Ex tribus formulis inventis $z = \mathrm{Sc}.s$, $x = s - \mathrm{Sc}.s$, $u = C - \frac{C.\mathrm{Cc}.s}{r}$, quarum prima exhibet diſtantiam corporis a centro, ſecunda ſpatium peractum a corpore, tertia ejuſ-

ejuſdem velocitatem, præſtat determinare ſingularum quantitatum valores, ſi s, hoc eſt ſpatium peractum a centro æquet multiplum quadrantis circuli, cujus radius $= r$, quem quadrantem vocabo $= \omega$. Hoſce valores oculis ſubjiciet tabella ſequens

$s = 0$	ω	$2\,\omega$	$3\,\omega$	$4\,\omega$	$5\,\omega$	*ec*
$z = 0$	r	0	$-r$	0	r	*ec*
$x = 0$	$\omega - r$	$2\,\omega$	$3\,\omega + r$	$4\,\omega$	$5\,\omega - r$	*ec*
$u = 0$	C	$2\,C$	C	0	C	*ec*

ex qua tabella apparet, valores z, u poſt quatuor terminos eoſdem redire. Valores x cognoſcentur, ſi ex valoribus s demantur reſpondentes valores z. Quoniam vero $z = \text{S c} . s$ debet eſſe media inter $+ r$, & $- r$, conſtat maximum valorem z eſſe r, & minimum, ſeu maximum negativum $- r$. Et quoniam $\text{C c} . s$ medius eſt inter $+ r$, & $- r$, ac proinde velocitas corporis eſt media inter 0, & $2\,C$, manifeſtum eſt, maximum valorem velocitatis eſſe $2\,C$, minimum vero 0. Hæc a conſtructione lucem accipient, quæ ob oculos ponet ea omnia, quæ detecta ſunt ab analyſi.

Sumpto radio circuli, ſeu ſinu toto $= r$, deſcribatur curva ſinuum circularium AZN, ut AS $= s$ (*Fig.* 2.) SZ $= \text{S c} . s = z$. Agatur recta AT faciens cum AS angulum ſemirectum, quæ proinde tanget curvam ſinuum in puncto A. Produc SZ in T; erit ST $= s$, & TZ $= s - z = x$. Itaque dum centrum motu æquabili fertur per AS, corpus motu accelerato percurret AX æqualem TZ. Ut inveniatur velocitas, ſit AC $= C$, & normalis AS, eidemque parallela CO. Ad abſciſſam CO deſcribatur non curva coſinuum circularium, ſed ejuſmodi, cujus ordinatæ ſint ad $\text{C c} . s :: C : r$, atque hæc erit curva ipſa coſinuum, ſi $C = r$, ſeu ſi $mb = 2\,\varepsilon p$. Perſpicuum eſt, CA eſſe ordinatam curvæ deſcribendæ, quia quum $\text{C c} . 0 = r$, ordinata $= C$. Sit hæc curva AV: erit

$$\text{OV} = \frac{C}{r}\,\text{C c} . s;\ \text{ſed SO} = C;\ \text{ergo SV} = C - \frac{C}{r}\,\text{C c} . s = u,$$

quæ proinde denotat velocitatem corporis in puncto X.

Abſcindantur AM, MN, NP, PQ æquales quadranti circuli radii $= r$. Dum centrum percurrit AN, ſpatium confectum a corpore eſt minus eo, quod conficitur a centro,

ſed

ſed continue augetur ſimul cum corporis velocitate ita, ut in puncto N æqualia ſint ſpatia a corpore, & centro peracta, & corporis velocitas æquet duplicem A C. Dum centrum percurrit N Q, corporis velocitas retardatur, & corpus præcurrit centrum, quia majus eſt ſpatium confectum a corpore, quam a centro. In puncto autem Q hæc duo ſpatia æqualia ſunt, & corporis velocitas nulla eſt. Quare ſicut in initio corpus quieſcens, & centrum reperiebantur in A, ita nunc reperiuntur in Q. Renovatur itaque motus, & fiet ut antea factus eſt. Cæteras determinationes figura clariſſime ob oculos ponit.

Hypotheſis altera ponit quidem $e = o$, non autem c; hoc eſt ponit, initio corpus eſſe in eo puncto, ubi eſt centrum, ſed data in eo puncto velocitate donari. Si corpus poſitum in puncto, ubi eſt centrum, præditum eſſet velocitate æquante duplam velocitatem centri, res eſſet in hypotheſi ſuperiore penitus abſoluta. Etenim corpus & centrum ſint in puncto N. Agatur N T' parallela A T, quæ proinde faciet angulum ſemirectum cum N S'. Dum centrum pertranſit N S', corpus percurrit lineam æqualem T' Z', & præditum eſt velocitate S' V'. Quare in puncto Q æqualia erunt ſpatia confecta a corpore & centro; ergo in uno eodemque puncto reperientur. Quum autem nulla ſit in hoc puncto velocitas corporis, hypotheſis prima jam abſoluta redibit. Verumtamen ſi velocitas corporis ſit major, aut minor quam $2C$, nondum conſtat, quinam corporis motus futurus ſit.

Prima methodus integrandi æquationem differentialem $z ds^2 = - r^2 ddz$ ſuppeditat $z = A . \mathrm{Cc} . s + B . \mathrm{Sc} . s$. Quoniam s, x, z debent ſimul evaneſcere, fiet $A = o$, & æquatio, ut antea, $z = B . \mathrm{Sc} . s$. Ad determinandam B adverte, initio motus, quum s, x ſunt naſcentes, eſſe $s : x :: C : c$, & dividendo $s : s - x = z :: C : C - c$; ſed ex æquatione $\mathrm{Sc} . s = s : z :: 1 : B$; ergo $1 : B :: C : C - c$, & $B = \frac{C - c}{C}$: igitur proveniet æquatio $z = \frac{C - c}{C} \mathrm{Sc} . s$.

Secunda methodus rite tractata eamdem æquationem ſufficiet. Nam facta multiplicatione per dz naſcitur $z dz ds^2 = - r^2 dz ddz$, & integrando $z^2 ds^2 = A ds^2 - r^2 dz^2$, ſive $r dz = ds \sqrt{A - z^2}$; ſed poſita $z = o$, debet eſſe $dz : ds ::$

C —

$C - c : C :: \sqrt{A} : r$; igitur $A = \overline{\frac{C-c}{C^2}}\, r^2$. Quare æquatio fiet $\frac{r\,dz}{\sqrt{\overline{\frac{C-c}{C^2}}^2 r^2 - z^2}} = ds$. Facile eſſet redigere primam æquationis partem ad multiplum arcus circularis, cujus radius $= \frac{C-c}{C}\, r$, & ſinus $= z$: verum ut eumdem retineamus ſinum totum, qui antea, ita formulam diſtribuamus $\frac{r.\frac{C}{C-c}.dz}{\sqrt{r^2 - \frac{C^2}{\overline{C-c}^2}z^2}} = ds$. Atqui prima pars æquationis exhibet elementum arcus circularis, cujus radius $= r$, ſinus $= \frac{C}{C-c}\, z$: ergo integrando $\frac{C}{C-c} z = \mathrm{Sc}.s$, quia quum z, s debeant ſimul evaneſcere, ſuperflua eſt additio conſtantis: igitur $z = \frac{C-c}{C} \mathrm{Sc}.s$.

Determinatio velocitatis eruitur ex formula $u = \frac{C\,dx}{ds}$. Nam quum ſit $x = s - \left(\frac{C-c}{C}\right.. \mathrm{Sc}.s$, erit differentiando $dx = ds - \left(\frac{C-c}{C}\right. d\mathrm{Sc}.s = ds - \left(\frac{C-c}{C}\right.. ds \frac{\mathrm{Cc}.s}{r}$; ergo facta ſubſtitutione $u = C - \left(\frac{C-c}{r}\right.. \mathrm{Cc}.s$.

Ex tribus æquationibus $z = \frac{C-c}{C}.\mathrm{Sc}.s$, $x = s - \left(\frac{C-c}{C}\right. \mathrm{Sc}.s$, $u = C - \left(\frac{C-c}{r}\right.. \mathrm{Cc}.s$ definiantur valores z, u, x, dum s æquat multiplum quadrantis $= \omega$

$s = 0$	ω	2ω	3ω	4ω	5ω	ec
$z = 0$	$r\frac{C-c}{C}$	0	$-r\frac{C-c}{C}$	0	$r\frac{C-c}{C}$	ec
$x = 0$	$\omega - r\frac{C-c}{C}$	2ω	$3\omega + r\frac{C-c}{C}$	4ω	$5\omega - r\frac{C-c}{C}$	ec
$u = c$	C	$2C - c$	C	c	C	ec

Su-

Superfluum eſt adnotare, diſtantias corporis, & centri, ac velocitates corporis poſt quatuor terminos redire eaſdem.

Velocitates C, c centri & corporis ſint conſpirantes. Sit primum $c < C$: diſtantia z corporis a centro in ſecundo termino eſt poſitiva, indicans centrum præire, ſubſequi corpus: in termino quarto eſt negativa, hoc eſt corpus antecedit, ſequitur centrum. Diſtantiæ autem ſemper mediæ erunt inter $r.\frac{C-c}{C}$, $-r.\frac{C-c}{C}$. Velocitates, quæ ſemper inveniuntur poſitivæ, mediæ ſunt inter maximam $2C - c$, & minimam c. Si $c = C$, diſtantiæ corporis a centro ubique nullæ ſunt, ſpatia peracta a centro & corpore æqualia, velocitas corporis ſemper eadem $= C$, quod etiam ſine calculo facile cognoſci potuiſſet. Si $c > C$, at $< 2C$, diſtantiæ in ſecundo termino exurgunt negativæ, poſitivæ in quarto: velocitates autem mediæ erunt inter maximam c, & minimam $2C - c$, quæ ſemper ſunt poſitivæ. Si $c = 2C$, velocitas $2C - c$, quæ eſt in tertio termino, evadit $= 0$. Demum ſi $c > 2C$, velocitas ejuſdem termini fit negativa, & indicat corpus regredi per ſpatium aliquod. Velocitates autem mediæ ſunt inter maximam c, & minimam, ſeu maximam negativam $2C - c$. Si velocitas corporis ſit contraria velocitati centri, mutato ſigno ſpeciei c, ut ex negativa fiat poſitiva, apparebit, diſtantiam corporis & centri in ſecundo termino eſſe poſitivam, in quarto negativam, inter quas mediæ erunt reliquæ omnes; & velocitates eſſe medias inter maximam $2C + c$, & minimam, ſeu maximam negativam $-c$. Conſectaria hæc fient per conſtructionem clariora.

Conſtructio ita peragitur. Ad rectam A S (*Fig.* 3.) deſcribatur non curva ſinuum circularium, ſed curva, cujus ordinatæ S Z habeant ad ſinus circulares abſciſſæ A S $= s$ rationem $C - c : C$. Erit S Z $= z$ diſtantia corporis a centro. Ducatur A T faciens cum A S angulum ſemirectum: erit T S $= s$; ergo T Z $= s - z = x$, hoc eſt ſpatio A X peracto a corpore. Ad velocitates inveniendas normalis A S agatur A C $= C$, in qua abſcindatur A c $= c$. A punctis C, c ducantur duæ parallelæ rectæ A S. Ad abſciſſam C O deſcribatur curva, cujus ordinatæ ſint ad coſinus abſciſſæ C O $=$ A S $= s$ in ratione data $C - c : r$, cujus cur-

væ ordinata prima eſt C c $= C - c$. Curva ſit c V. Producta T S donec ſecet curvam in V, abſciſſam in O, erit V O $= \frac{C - c}{r} . Cc . s$; ſed S O $= C$; ergo S V $= C - \left(\frac{C - c}{r} . Cc . s\right.$ $= u$. Dum centrum venit in S, velocitas corporis in X deſignatur a recta S V.

Ad determinationes faciendas intelligantur ſectæ A M, M N, N P, P Q æquales quadranti circuli radii $= r$. Conſidero primum, velocitatem corporis $= c$ negativam eſſe ita ut corpus tendat ad plagam oppoſitam illi, ad quam graditur centrum. Quare linea eam repræſentans, nempe A c (*Fig.* 4.) debet ſtatui in C A producta. Ad abſciſſam A S deſcribenda eſt curva A Z, cujus ordinatæ S Z ſint ad ſinus circulares A S ut C c : A C. Patet, angulum, in quo curva incidit in lineam A S in A, eſſe majorem ſemirecto. Igitur A T curvam A Z ingreditur, eamque ſecat in alio puncto l: curva autem velocitatum ſecat abſciſſam A S in puncto H. Initio, conficiente centro ſpatium A S, velocitas S V, & ſpatium T Z, per quod movetur corpus, negativum eſt: quod oſtendit, corpus velocitate contraria velocitati centri ab eo recedere. Dum centrum venit in H, velocitas corporis nulla eſt, ibique ſpatium confectum a corpore eſt omnium negativorum maximum. Progrediente centro ultra H, velocitas corporis evadit poſitiva, & ſpatia negativa corporis minuuntur ita, ut dum centrum exiſtit in k, nullum ſit ſpatium, & corpus redierit in A. Poſtea corpus velocitate poſitiva movetur ad eam partem, ad quam movetur centrum, & perveniente ad S′ centro, corpus confecit ſpatium T′ Z′, ejuſque velocitas eſt S′ V′. In puncto N corpus cum centro conjungitur, ejuſque velocitas fit maxima. Reliqua figura ſatis oſtendit. Si celeritas A c non ſit ſatis magna, ſola pars curvæ A Z N ſecabitur a linea A T: verum ſi fuerit maxima, aliæ quoque partes ſitæ ad eamdem plagam pariter ſecabuntur: quod ubi accidat, corpus non ſolum movebitur velocitate contraria velocitati centri, ſed etiam ultra A per aliquod ſpatium feretur.

Si velocitas A c ſit nulla, quinam ſit motus corporis, ſatis in prima hypotheſi eſt explicatum, & oſtenditur a fig. 2ª. Si c ſit poſitiva ſed minor C, ponenda eſt A c ut in fig.

fig. 3ª. Angulus A factus a curva A Z, & recta A S eſt minor ſemirecto; curva velocitatum incipit in puncto c. Si $c = C$, hoc eſt ſi punctum c cadat in C, curva A Z cadet ſuper lineam abſciſſarum A S, & curva c V ſuper lineam C O; unde colligitur, corpus & centrum ſimul juncta procedere velocitate $= C$. Si ſit $c > C$, Fig. 5ª. motum corporis manifeſtat. Curva A Z cadit ad alteram partem A S, & docet, ſpatium peractum a corpore majus eſſe ſpatio centri in duobus primis quadrantibus A N; in duobus ſequentibus N Q præibit centrum, ſequetur corpus. Scala velocitatum præbet velocitates omnes poſitivas, maximam ad puncta A, Q $= c$, minimam ad punctum N $= 2C - c$. Si $c = 2C$, eadem remanent cum hoc tantum diſcrimine, quod curva velocitatum c V venit ad contactum lineæ A S in puncto N, & velocitas minima fit nulla. Si A c (*Fig. 6.*) fuerit major duplici A C, curva A Z faciet cum A S angulum majorem ſemirecto, & curva velocitatum c V ſecabit lineam A S ita, ut velocitates evadant negativæ, & corpus in ſuo itinere regrediatur. Si velocitas A c multum excederet duplicem A C, contingeret, ut linea A T ſecaret partem curvæ reſpondentem duplici quadranti N Q; imo, aucta A c, etiam partes ſubſequentes ſitas ad eamdem plagam: quare corpus in ſuo regreſſu procederet ultra punctum A. Plures determinationes omiſi, & lectorum induſtriæ reliqui, ne nimiæ prolixitatis accuſationem ſubirem.

Res poſcit, ut tertiam quoque hypotheſim evolvamus, ubi corpus diſtat a centro A intervallo A B $= e$ (*Fig.* 1.) In æquatione integrationis, quam exhibet prima methodus, nempe $z = A \,.\, \mathrm{C\,c} \,.\, s + B \,.\, \mathrm{S\,c} \,.\, s$ determinandæ ſunt conſtantes A, B. Si s, & $x = 0$, eſt $z = e$, $\mathrm{C\,c} \,.\, s = r$, $\mathrm{S\,c} \,.\, s = 0$: ergo $e = Ar$, ſive $A = \frac{e}{r}$. Æquatio itaque oritur $z = \frac{e}{r} \,.\, \mathrm{C\,c} \,.\, s + B \,.\, \mathrm{S\,c} \,.\, s$. Si fiant s, x minimæ, ſe habet $s : x :: C : c$; ergo $s : s - x :: C : C - c$; ſed $s - x = z - e$; ergo $s : z - e :: C : C - c$: igitur $z = e + \frac{C - c}{C} s$. Æquatio itaque provenit $e + \frac{C - c}{C} s = \frac{e}{r} \mathrm{C\,c} \,.\, s + B \,.\, \mathrm{S\,c} \,.\, s$; atqui $\mathrm{C\,c} \,.\, s = r$, & $\mathrm{S\,c} \,.\, s = s$; ergo $e + \frac{C - c}{C} s = e + Bs$; igitur $B = \frac{C - c}{C}$. Quare reſultabit æquatio $z = \frac{e}{r} \mathrm{C\,c} \,.\, s + \frac{C - c}{C} \,.\, \mathrm{S\,c} \,.\, s$.

Æquatio ſpectare ad curvam ſinuum facile videbitur, ſi duo termini ad unum redigantur. Hac methodo utor: determino ejuſmodi arcum Δ, cujus ſinus ad coſinum ſit ut $\frac{e}{r} : \frac{C-c}{C}$: ergo $Sc.\Delta : Cc.\Delta :: \frac{e}{r} : \frac{C-c}{C}$; ergo $\frac{C-c}{C} = \frac{r\,Cc.\Delta}{r\,Sc.\Delta}$. Æquatio porro in hanc mutatur $z = \frac{e}{r} Cc.s + \frac{e\,Cc.\Delta}{r\,Sc.\Delta} Sc.s$: ergo $\frac{z.Sc.\Delta}{e} = \frac{Sc.\Delta.Cc.s + Cc.\Delta.Sc.s}{r} = Sc.\overline{\Delta + s}$; ergo $z = \frac{e.Sc.\overline{\Delta+s}}{Sc.\Delta}$. Q. E. I.

Secunda methodo utens multiplico æquationem per dz, ut habeam $z\,dz\,ds^2 = -r^2\,dz\,ddz$. Integro $z^2 ds^2 = A\,ds^2 - r^2 dz^2$, ſive $r\,dz = ds\sqrt{A - z^2}$. Si $z = e$, $dz : ds :: C - c : C$: ergo $r.\overline{C-c} = C\sqrt{A-e^2}$; igitur $\frac{r^2.\overline{C-c}^2}{C^2} + e^2 = A$. Naſcitur itaque æquatio $\frac{r\,dz}{\sqrt{\frac{r^2.\overline{C-c}^2}{C^2} + e^2 - z^2}} = ds$. Ut facilior evadat calculus, pono $\frac{r^2.\overline{C-c}^2}{C^2} + e^2 = r^2 M^2$, & ita æquationem diſtribuo $\frac{r.\frac{1}{M}.dz}{\sqrt{r^2 - \frac{z^2}{M^2}}} = ds$, & integrando non ſine additione conſtantis $\frac{1}{M} z = Sc.\overline{\Delta + s}$. Si $s = 0$, eſt $z = e$; ergo $\frac{e}{M} = Sc.\Delta$; igitur $\frac{z\,Sc.\Delta}{e} = Sc.\overline{\Delta + s}$, ſeu $z = \frac{e.Sc.\overline{\Delta+s}}{Sc.\Delta}$. Determinare oportet arcum Δ. Quoniam $\frac{e^2}{M^2} = \overline{Sc.\Delta}^2$, erit $r^2 - \frac{e^2}{M^2} = r^2 - \overline{Sc.\Delta}^2 = \overline{Cc.\Delta}^2$; igitur $\frac{r^2 M^2 - e^2}{M^2} = \overline{Cc.\Delta}^2$: atqui $r^2 M^2 - e^2 = \frac{r^2.\overline{C-c}^2}{C^2}$: ergo $\frac{r^2.\overline{C-c}^2}{M^2 C^2} = \overline{Cc.\Delta}^2$, & $\frac{r.\overline{C-c}}{MC} = Cc.\Delta$. Quamobrem $Sc.\Delta : Cc.\Delta :: \frac{e}{M} : \frac{r.\overline{C-c}}{MC} :: \frac{e}{r} : \frac{C-c}{C}$. Itaque ejuſmodi debet eſſe ar-

cus

cus Δ, ut ejus ſinus ad coſinum ſit in ratione data $\frac{e}{r} : \frac{C-c}{C}$.

Velocitatis valorem definiemus ex formula $u = \frac{Cdx}{ds}$. Quoniam inventa eſt $z = \frac{e.Sc.\overline{\Delta+s}}{Sc.\Delta}$, erit $e+s-x = \frac{e.Sc.\overline{\Delta+s}}{Sc.\Delta}$, ſeu $e+s-\frac{eSc.\overline{\Delta+s}}{Sc.\Delta} = x$, & differentiando $ds - \frac{edSc.\overline{\Delta+s}}{Sc.\Delta} = dx$, ſeu $ds - \frac{eds.Cc.\overline{\Delta+s}}{rSc.\Delta} = dx$; igitur $u = \frac{Cdx}{ds} = C - \frac{eC.Cc.\overline{\Delta+s}}{rSc.\Delta}$.

Pono ob oculos tres formulas inventas, quæ exhibent problematis ſolutionem: nimirum diſtantia corporis & centri $= z = \frac{e.Sc.\overline{\Delta+s}}{Sc.\Delta}$, ſpatium confectum a corpore $= x = e+s-\frac{eSc.\overline{\Delta+s}}{Sc.\Delta}$, ejuſdem corporis velocitas $= u = C - \frac{eC.Cc.\overline{\Delta+s}}{rSc.\Delta}$. Si diſtantia corporis a centro $= e$ fiat nulla, ut corpus & centrum in eodem puncto reperiantur, non ſtatim apparet, quomodo ex his formulis illæ oriantur, quas ſupra tradidimus. Verum advertendum eſt, fore $\Delta = 0$, adeoque $Sc.\Delta = 0$, ſi $e = 0$. Quare in omnibus formulis habetur fractio $\frac{e}{Sc.\Delta} = \frac{0}{0}$, cujus valorem neceſſarium eſt determinare. Quoniam eſt $Sc.\Delta : Cc.\Delta :: \frac{e}{r} : \frac{C-c}{C}$, erit $\frac{e}{Sc.\Delta} = \frac{r.\overline{C-c}}{C.Cc.\Delta}$; ſed quoties $e, \Delta = 0$, eſt $Cc.\Delta = r$; ergo $\frac{e}{Sc.\Delta} = \frac{C-c}{C}$, quo valore ſubſtituto in tribus formulis eæ oriuntur, quas ſupra poſuimus.

Non erit ſupervacaneum, exhibere valores, quum s æquat multiplum quadrantis. Quinam ſint, tabula docet

$s =$	0	ω	2ω	3ω	ec
$z =$	e	$\frac{eCc.\Delta}{Sc.\Delta}$	$-e$	$-e\frac{Cc.\Delta}{Sc.\Delta}$	ec
$x =$	0	$\omega+e-\frac{eCc.\Delta}{Sc.\Delta}$	$2\omega+2e$	$3\omega+e+\frac{eCc.\Delta}{Sc.\Delta}$	ec
$u =$	$C-\frac{eC.Cc.\Delta}{rSc.\Delta}$	$C+\frac{eC}{r}$	$C+\frac{eC.Cc.\Delta}{rSc.\Delta}$	$C-\frac{eC}{r}$	ec

Quan-

Quandoquidem $\frac{eCc.\Delta}{Sc.\Delta} = \frac{r.\overline{C-c}}{C}$, facile eſt, ſuperiores ſeries ad quantitates primitus datas revocare hoc modo

$$
\begin{array}{llllll}
s = 0 & \omega & 2\,\omega & 3\,\omega & ec \\
z = e & \frac{r.\overline{C-c}}{C} & -e & -r.\frac{C-c}{C} & ec \\
x = 0 & \omega + e - r.\frac{C-c}{C} & 2\,\omega + 2\,e & 3\,\omega + e + r.\frac{C-c}{C} & ec \\
u = c & C + \frac{eC}{r} & 2\,C - c & C - \frac{eC}{r} & ec
\end{array}
$$

Harum ſerierum termini nulli præbent generatim diſtantias & velocitates z, u maximas aut minimas, quæ proinde habentur in terminis intermediis.

Ut conſtructio expedite perficiatur, juvabit hanc hypotheſim, in qua initio motus diſtat corpus a centro, reducere ad ſuperiorem, in qua in eodem puncto primum reperiuntur. Hanc ob rem inveniamus punctum illud, in quo nulla eſt diſtantia corporis a centro, hoc eſt $z = \frac{eSc.\overline{\Delta+s}}{Sc.\Delta} = 0$. Ergo $Sc.\overline{\Delta+s} = 0$, quod contingit ſi $\Delta + s = 0$, ſeu ſi $s = -\Delta$. Ad partem ſpatiorum negativorum abſcinde A F $= \Delta$ (*Fig.* 7.) & deſcribe curvam F Z, cujus ordinatæ S Z ſint ad ſinus F G : : e : $Sc.\Delta$; unde deducitur, in puncto A ordinatam A b $= e$. Dum centrum concipitur progredi ex F in A, ducta F t faciente cum F A angulum ſemirectum, corpus percurret lineam f b. Dum centrum ex F venit in S, corpus percurrit lineam t Z: ergo, ducta b T parallela F t, quæ producta tranſibit per punctum B, dum centrum ex A veniet in S, corpus conficiet ſpatium T Z. Velocitas autem corporis in puncto F invenietur, ſi in valore velocitatis $u = C - \frac{eC.Cc.\overline{\Delta+s}}{rSc.\Delta}$ fiat $s = -\Delta$, ut evadat $u = C - \frac{eC.Cc.0}{rSc.\Delta} = C - \frac{eC}{Sc.\Delta}$, & nullo negotio per ea, quæ in caſu ſuperiore dicta ſunt, delineabitur ſcala velocitatum.

Aliquot determinationes non omnino omittendæ videntur, ſed breviter indicandæ. In proportione $Sc.\Delta : Cc.\Delta :: \frac{e}{r} : \frac{C-c}{C}$, ſi utraque quantitas fuerit poſitiva, aut

utra-

utraque negativa, tam S c. Δ, quam C c. Δ ſpectandus eſt ut poſitivus: ergo arcus Δ accipiendus eſt minor quadrante, cui hypotheſi tam tabula, quam conſtructio eſt accommodata. Verum ſi ex duabus quantitatibus $\frac{e}{r}$, $\frac{C-c}{C}$ una fuerit poſitiva, altera negativa, ſpectari poteſt ſinus ut poſitivus, coſinus ut negativus; ergo accipiendus eſt arcus Δ major quadrante, qui quum habeat coſinum negativum, in tubula C c. Δ negative eſt accipiendus. Conſtructio vero ita peragitur. Ad partes ſpatiorum negativorum abſcinde A F (*Fig.* 8.) majorem quadrante, & ad angulum ſemirectum duc F f, & deſcribe de more curvam diſtantiarum F Z. Juncta B b, eaque producta, donec concurrat in T cum ordinata S Z, corpus percurret lineam T Z, dum centrum pertranſit A S. Formula velocitatis nihil mutatur. Potuiſſem ſpectare coſinum ut poſitivum, ſinum ut negativum, ſed res in idem recideret. Arcus enim Δ accipiendus eſſet negative, & fieret $s = \Delta$. Quare abſcindenda A F' $= \Delta$ complens cum A F ſemicircumferentiam, & curva diſtantiarum deſcribenda F' Z', quæ ad partes oppoſitas cadit, producenda eſſet uſque ad ordinatam A b. Velocitas autem corporis in puncto F', mutato ſigno arcui Δ, proveniret $= C + \frac{e\,C}{S\,c.\,\Delta}$. Hæc ſatis ſint de potentiis attrahentibus: quæ brevitatis cauſa de induſtria omittimus, ſponte ſua induſtrius lector facile ſupplebit.

Ad potentias repellentes veniens ſpecto centrum in A (*Fig.* 9.), corpus in B, eorum diſtantia A B $= e$; velocitas centri in A $= C$, corporis in B $= c$, quam contrariam ſuppono centri velocitati. Interim dum centrum venit in S, corpus percurrat B X, & ſit A S $= s$, B X $= x$. Accipiantur elementa S s $= ds$, X x $= dx$, quæ eodem tempuſculo percurrantur. Diſtantia S X corporis a centro $= e + s + x$; ergo potentia repellens in X $= \frac{p}{b} . \overline{e + s + x}$. Habebitur proinde æquatio $\frac{2\,\varepsilon\,p}{b} . \overline{e + s + x} . dx = m\,u\,du$: atqui quum ſit velocitas in X $= u : C :: dx : ds$, in hypotheſi ds manentis erit $u\,du = \frac{C^2 dx\,ddx}{ds^2}$; igitur $\frac{2\,\varepsilon\,p}{b} . \overline{e + s + x}$

$. dx = \frac{mC^2 dx ddx}{ds^2}$, ſive $\overline{e + s + x} . ds^2 = \frac{mb}{2ep} C^2 ddx = r^2 . ddx$. Pono $e + s + x = z$, unde $ds + dx = dz$, & $ddx = ddz$: igitur provenit æquatio $z ds^2 = r^2 ddz$.

Duplici modo æquatio inventa integratur, ſed juvat ſeparare hypotheſes. Prima ſit, quum $e = 0$, & initio motus corpus, & centrum ſint in eodem puncto. Prima methodus dat integrationem $z = A . \text{C h} . s + B . \text{S h} . s$. Si tam s, quam $x = 0$, etiam $z' = 0$; ergo, quia $\text{S h} . s = 0$, $\text{C h} . s = r$, remanebit $z = rA$, hoc eſt $A = 0$: igitur æquatio $z = B . \text{S h} . s$. Si x, s ſint minimæ, & naſcentes erit $s : x :: C : c$, & componendo $s : s + x = z :: C : C + c$. Jam vero $z : \text{S h} . s = s :: B : 1$; ergo $B : 1 :: C + c : C$, ſeu $B = \frac{C + c}{C}$: ergo æquatio rite integrata dabit $z = \frac{\overline{C + c} . \text{S h} . s}{C}$.

Secunda methodus poſtulat, ut multiplicetur æquatio inventa per dz, ut oriatur $z dz ds^2 = r^2 dz ddz$: ergo integrando $\overline{z^2 + A} . ds^2 = r^2 dz^2$. Atqui poſita $z = 0$, debet eſſe $ds^2 : dz^2 :: C^2 : \overline{C + c}^2$; ergo $r^2 : A :: C^2 : \overline{C + c}^2$; ergo $A = \frac{r^2 . \overline{C + c}^2}{C^2}$. Quare æquatio provenit $\frac{r dz}{\sqrt{z^2 + \frac{r^2 . \overline{C + c}^2}{C^2}}} = ds$,

ſive $\frac{r . \frac{C}{C + c} . dz}{\sqrt{\frac{C^2 z^2}{\overline{C + c}^2} + r^2}} = ds$, unde integrando $\frac{C}{C + c} z = \text{S h} . s$,

aut $z = \frac{C + c}{C} . \text{S h} . s$. Nulla addita in integratione eſt conſtans, quia s, $\text{S h} . s$, z debent ſimul evaneſcere.

Ad velocitatem corporis inveniendam, quum ſit $z = s + x = \frac{C + c}{C} \text{S h} . s$, erit $x = \frac{C + c}{C} \text{S h} . s - s$, & differentiis acceptis $dx = \frac{C + c}{C} d \text{S h} . s - ds = \frac{C + c}{C} . \frac{ds . \text{C h} . s}{r} - ds$: ergo $u = \frac{C dx}{ds} = \frac{C + c}{r} \text{C h} . s - C$.

Ex formulis inventis conſtructio clare deſcendit. Ad abſciſſam A S (*Fig.* 10.) deſcribatur non curva ſinuum hyperbolicorum, ſed ea, cujus ordinatæ ſint ad ſinus hyperbolicos A S :: $C + c : C$. Ea ſit A Z. Agatur recta A T faciens

ciens cum AS angulum ſemirectum: erit SZ $= z$, TS $= s$: ergo TZ $= z - s = x$. Ad obtinendam velocitatem, quæ exprimitur a formula $u = \frac{C + c}{r}$ Ch. $s - C$, pone AC $=$ C, Ac $= c$, ductaque CO parallela AS, deſcribatur ejuſmodi curva cV, cujus ordinatæ OV ſint ad coſinus hyperbolicos s ut $C + c : r$, quæ curva habebit verticem in puncto c. Erunt OV $= \frac{C + c}{r}$ Ch. s; ergo dempta OS $=$ C, remanebit SV $= \frac{C + c}{r}$ Ch. $s - C = u$.

Determinationes ſunt omnino indicandæ. Si c velocitas initialis corporis ſit poſitiva, curva AZ ſecabit AS in angulo majore quam ſemirectus: ergo AT ſemper media remanebit inter curvam AZ, & rectam AS: ergo ZT $=$ AX poſitiva eſt, & corpus in infinitum recedit per directionem contrariam directioni centri. Ejus autem velocitas SV continuo augetur, ut indicat ſcala velocitatum. Idem contingit, ſi $c = o$, in quo caſu curva AZ eſt curva ſinuum hyperbolicorum, & tangitur in A a linea AT: curva autem velocitatum cV habet verticem in A.

Si c negativa ſit, & minor quam C, curva AZ (*Fig.*11.) facit cum AS angulum minorem ſemirecto: ergo AT eam ſecabit in alio puncto l: ergo intra puncta A, l rectæ TZ exprimentes ſpatia peracta a corpore negativæ ſunt, & oſtendunt, corpus per aliquod ſpatium iter facere ad partes, in quas progreditur corpus. Quoniam autem Ac $= c$ ad partem oppoſitam ſtatuenda eſt, curva velocitatum habebit verticem in c ſitum inter puncta A, C, & velocitas SV negativa erit, hoc eſt conſpirabit cum velocitate centri. Hæc curva ſecat axem in H, cui reſpondet maximum ſpatium negativum LK: poſt hoc punctum velocitates fiunt poſitivæ, & ferunt corpus ad A, quo perveniet, quum centrum venerit in k, cui reſpondet punctum interſectionis l. Deinceps per directionem oppoſitam directioni centri ab A recedet in infinitum, & majorem ſemper velocitatem acquiret. Si c negativa ſit $= C$, curva AZ coincidit cum recta AS, punctum c cadit in C, & curva velocitatum coincidit cum CO. Hæc omnia indicant, corpus & centrum ſi-

mul juncta procedere cum velocitate $= C$, quod etiam ſine calculo cuique certum apparet.

Si c negativa ſit major C, curva AZ (*Fig.* 12) ad plagam oppoſitam ſita eſt, & TZ erit ſpatium, quod in centri directione peragit corpus, dum centrum venit in S: quod ſpatium majus eſt ſpatio AS peracto a centro. Itaque corpus antecedit centrum. Quoniam punctum c cadit poſt puncta A, C, & curva velocitatum jacet poſt AS, CO, velocitates corporis, quæ negativæ inveniuntur, augentur in infinitum.

In potentiis attrahentibus omnes hypotheſes, quæ excogitari poſſunt, reduximus ad illam, ubi corpus & centrum primum in eodem loco exiſtunt. Sed hoc fieri non poteſt in repellentibus, quod & ex dictis conſtat, & deinceps magis magiſque conſtabit. Quapropter neceſſarium duco conſiderare hypotheſim ſecundam, ad quam reducantur illæ, quæ ad primam reduci nequeunt. Hypotheſis iſta pertinet ad corpus, quod diſtet a centro diſtantia $= e$, & præditum ſit ea ipſa velocitate, qua graditur centrum, ſecundum eamdem directionem, ut habeatur $c = -C$. In æquatione integrali, quam ſufficit prima methodus, $z = A$ Ch.$s + B$ Sh.s, definiendæ ſunt conſtantes A, B. Si tam s, quam $x = o$, ut Sh.$s = o$, Ch.$s = r$, debet eſſe $z = e$; ergo $e = rA$, & $A = \frac{e}{r}$: igitur fit æquatio $z = \frac{e}{r}$ Ch.$s + B$ Sh.s. Si s, x ponantur minimæ, valet in præſenti caſu $s : x :: C : -C$, & componendo $s : s + x :: C : C - C = o$; ergo $z - e = o$, & $z = e$. Quum coſinus hyperbolicus, facta s minima, non differat a ſinu toto, niſi per ſinum verſum, qui eſt infinities infiniteſimus, erit Ch.$s = r$: ergo $e = e + B$.Sh.$s = e + Bs$, ſeu $Bs = o$; ergo $B = o$: ergo vera æquatio erit $z = \frac{e}{r}$ Ch.s.

Multiplicata, ut poſcit ſecunda methodus, æquatione differentiali per dz, habebimus $z\,dz\,ds^2 = r^2\,dz\,ddz$, & integrando $\overline{z^2 + A}\,.\,ds^2 = r^2\,dz^2$. In principio motus, ubi $z = e$, debet eſſe $dz = o$: ergo $e^2 + A = o$, & $A = -e^2$: ergo $\frac{r\,dz}{\sqrt{z^2 - e^2}} = ds$, ſive $\frac{r.\frac{r\,dz}{e}}{\sqrt{\frac{r^2 z^2}{e^2} - r^2}} = ds$. Prima æquationis

pars

pars dat logarithmum analogum, cujus coſinus $= \frac{rz}{e}$: igitur integrando $\frac{rz}{e} = Ch.s$, ſeu $z = \frac{e}{r} Ch.s$. Nulla adjecta eſt conſtans, quia facta $s = 0$, debet $z = e$, quod præſtat æquatio.

Nunc determinanda eſt corporis velocitas per formulam $u = \frac{Cdx}{ds}$. Quandoquidem $e + s + x = z = \frac{e}{r} Ch.s$, erit $x = \frac{e}{r} Ch.s - s - e$, & differentiando $dx = \frac{e}{r} dCh.s - ds = \frac{edsSh.s}{rr} - ds$: igitur $u = \frac{Cdx}{ds} = \frac{eC}{r^2}.Sh.s - C$.

Conſtructio per inventas formulas in hunc modum peragitur. Sit initio centrum in A (*Fig.* 13) corpus in B. Normalis & æqualis A B ſit A b $= e$. Ad abſciſſam A S deſcribatur curva b Z, cujus ordinatæ S Z ſint ad coſinus hyperbolicos A S :: $e : r$; quæ curva habebit verticem in b. Parallela A S ſit b O, cum qua faciat angulum ſemirectum b T, quæ, ſi produceretur, tranſiret per punctum B: erit S Z $= z$, O Z $= z - e$; ergo quum O T $= s$, erit T Z $= z - s - e = x$, quæ exhibet ſpatium confectum a corpore, dum centrum venit in S.

Ad inveniendam ſcalam velocitatum, ſume A C $= C$, & ad lineam C o parallelam A S deſcribe curvam C V, cujus ordinatæ o V ſint ad ſinus hyperbolicos A S ut $eC : r^2$; ergo S V $= \frac{eC}{r^2} Sh.s - C = u$. Deſcripta eſt itaque ſcala velocitatum.

Si A B $= e$ poſitiva ſit, & corpus initio jaceat reſpectu A ad plagam oppoſitam illi, ad quam iter facit centrum, patet rectam b T ſecare curvam b Z in alio puncto l, & curvam velocitatum ſecare A S in H. Perſpicuum eſt, initio ſpatia T′Z′ peracta a mobile eſſe negativa, & velocitates S′V′ pariter negativas. Ex hoc diſcimus, corpus B incedere verſus S. Quum centrum venit in H, velocitas corporis nulla eſt, & ſpatium negativum L K eſt omnium maximum. Deinceps corpus regreditur ad B, quum centrum attingit k, quod reſpondet puncto interſectionis l, & inde deſerit B, atque ab eo in infinitum recedit, ejuſque velocitas in infinitum augetur.

Facilior evadit conſtructio, ſi e ſit negativa, & initio

corpus B jaceat ad eam partem, ad quam incedit centrum. Ad oppoſitam partem conſtituatur A b $= e$ (*Fig.* 14.), & ad b O parallelam A S deſcribatur curva b Z, cujus ordinatæ O Z ſint ad Ch. $s :: e : r$. Erunt S Z, T Z negativæ: primæ dant diſtantias corporis a centro, ſecundæ ſpatia a corpore peracta. Sit A C $= C$, & ad abſciſſam C o deſcribatur curva, cujus ordinatæ ſint ad Sh. $s :: eC : r^2$: erunt S V velocitates negativæ. Quare corpus ſemper præibit centrum, & novas ſemper velocitates accipiens in infinitum recedet.

Reliquum eſt, ut generatim ſpectemus corpus, quod initio motus diſtet a centro A (*Fig.* 9.) diſtantia A B $= e$, & præditum ſit velocitate qualibet $= c$. In formula $z = A\,\text{Ch}.s + B\,\text{Sh}.s$, quam prima præbet integrationis methodus, determinandæ ſunt A, B. Si s, & Sh. $s = 0$, eſt $z = e$; ergo $e = rA$, & $A = \frac{e}{r}$. Si s ſit minima, unde Ch. $s = r$, Sh. $s = s$, habemus $s : x :: C : c$; ergo $s : s + x :: C : C + c$: ergo $z - e = \frac{C+c}{C} s$: quare erit æquatio $e + \frac{C+c}{C} s = e + Bs$; ergo B $= \frac{C+c}{C}$. Itaque æquatio rite integrata dabit $z = \frac{e}{r}\,\text{Ch}.s + \frac{C+c}{C}\,\text{Sh}.s$.

In hac æquatione duplex diſtinguendus eſt caſus. Vel enim, ſumptis quantitatibus ſemper poſitive quæcumque ſint earum ſigna, $\frac{e}{r}$ eſt minor $\frac{C+c}{C}$, vel eſt major, inter quos adeſt caſus medius, ubi $\frac{e}{r} = \frac{C+c}{C}$. In primo caſu fiat $\frac{e}{r} : \frac{C+c}{C} :: \text{Sh}.\Delta : \text{Ch}.\Delta$; ergo erit $\frac{C+c}{C} = \frac{e\,\text{Ch}.\Delta}{r\,\text{Sh}.\Delta}$. Quare æquatio evadet $z = \frac{e}{r}\,\text{Ch}.s + \frac{e\,\text{Ch}.\Delta}{r\,\text{Sh}.\Delta}\,\text{Sh}.s$, ſive $\frac{z.\text{Sh}.\Delta}{e} = \frac{\text{Sh}.\Delta.\text{Ch}.s + \text{Ch}.\Delta.\text{Sh}.s}{r} = \text{Sh}.\overline{\Delta + s}$; igitur $z = \frac{e\,\text{Sh}.\overline{\Delta + s}}{\text{Sh}.\Delta}$. Si $\frac{e}{r}$ ſit major $\frac{C+c}{C}$, quoniam fieri nequit, ut coſinus ſit minor ſinu, hæc proportio uſurpanda eſt

eſt $\frac{e}{r} : \frac{C+c}{C} :: Ch.\Delta : Sh.\Delta$: ergo $\frac{C+c}{C} = \frac{e}{r} . \frac{Sh.\Delta}{Ch.\Delta}$: igitur æquatio $z = \frac{e}{r} Ch.s + \frac{e}{r} . \frac{Sh.\Delta.Sh.s}{Ch.\Delta}$, vel $z = \frac{e}{Ch.\Delta} . \frac{Ch.\Delta.Ch.s + Sh.\Delta.Sh.s}{r} = \frac{e.Ch.\overline{\Delta+s}}{Ch.\Delta}$. Caſus medius nos ducit ad logarithmicam; eſt enim s logarithmus numeri z, quod ita demonſtro. Æquatio ita ſe habet $z = \frac{e}{r} . \overline{Ch.s \pm Sh.s}$: ergo differentiando $dz = \frac{e}{r} . \overline{dCh.s \pm dSh.s} = \frac{e}{r} . \frac{ds.Sh.s \pm ds.Ch.s}{r}$: atqui $\frac{e}{r} . \overline{Sh.s \pm Ch.s} = \pm z$; ergo $dz = \pm \frac{zds}{r}$, ſive $\pm \frac{rdz}{z} = ds$, quæ æquatio, poſita ſubtangente $= r$, oſtendit s eſſe logarithmum numeri z. Ita autem accipiendus eſt, ut $s = 0$, quum $z = e$.

Ad methodum ſecundam multiplicata æquatione per dz, & facta integratione proveniet $\overline{z^2 + A} . ds^2 = r^2 dz^2$; ſed poſita $s = 0$, & $z = e$, debet eſſe $dz : ds :: C + c : c$: ergo $e^2 + A : r^2 :: \overline{C + c}^2 : C^2$: igitur $A = \frac{r^2 . \overline{C+c}^2}{C^2} - e^2$. Itaque obtinemus æquationem $\frac{rdz}{\sqrt{z^2 + \frac{r^2 . \overline{C+c}^2}{C^2} - e^2}} = ds$.

Pono $\frac{r^2 . \overline{C+c}^2}{C^2} - e^2 = \pm r^2 M^2$. Signum ſuperius valebit, ſi $\frac{r^2 . \overline{C+c}^2}{C^2}$ ſit major e^2, inferius, ſi ſit minor; ſi autem æqualis ſit, qui eſt caſus medius, erit $M = 0$. Æquationem ita diſtribuo $\frac{r . \frac{1}{M} . dz}{\sqrt{\frac{z^2}{M^2} \pm rr}} = ds$.

Si valeat ſignum ſuperius, integratio dabit $\frac{1}{M} z = Sh . \overline{\Delta + s}$. Determinandus eſt logarithmus analogus Δ. Quoniam facta $s = 0$, eſt $z = e$, fiet $\frac{e}{M} = Sh.\Delta$, & $\frac{e^2}{M^2} =$

$\overline{Sh}$

$\overline{Sh.\Delta}^2$; igitur $r^2 + \frac{e^2}{M^2} = r^2 + \overline{Sh.\Delta}^2 = \overline{Ch.\Delta}^2$, ſeu $\frac{r^2M^2+e^2}{M^2} = \overline{Ch.\Delta}^2$: atqui $r^2M^2 + e^2 = \frac{r^2.\overline{C+c}^2}{C^2}$: ergo $\frac{r^2.\overline{C+c}^2}{M^2C^2} = \overline{Ch.\Delta}^2$, & $\frac{r.\overline{C+c}}{MC} = Ch.\Delta$: igitur $Sh.\Delta$: $Ch.\Delta :: \frac{e}{M} : \frac{r.\overline{C+c}}{MC} :: \frac{e}{r} : \frac{C+e}{C}$. Ejuſmodi itaque debet eſſe logarithmus analogus Δ, ut ejus ſinus ad coſinum ſit in data ratione $\frac{e}{r} : \frac{C+c}{C}$. Æquatio inventa, ſi in ea valeat ſignum inferius, ita erit integranda $\frac{1}{M}z = Ch.\overline{\Delta+s}$. Eadem ut antea methodo determinabitur logarithmus analogus Δ. Nam facta $s=0$, & $z=e$, provenit $\frac{e}{M} = Ch.\Delta$: ergo $\frac{e^2}{M^2} - r^2 = \overline{Ch.\Delta}^2 - r^2 = \overline{Sh.\Delta}^2$. Igitur $Ch.\Delta$: $Sh.\Delta :: \frac{e}{r} : \frac{C+c}{C}$. In caſu medio, in quo $M = 0$, ut vitentur quantitates infinitæ, oportet confugere ad æquationem $ds = \frac{rdz}{\sqrt{MM+zz}} = \pm\frac{rdz}{z}$: ergo s erit logarithmus numeri z poſita ſubtangente $= r$.

In caſibus ſingulis determinanda eſt corporis velocitas. In primo caſu $z = \frac{e.Sh.\overline{\Delta+s}}{Sh.\Delta}$; ergo $x = \frac{eSh.\overline{\Delta+s}}{Sh.\Delta} - s - e$; ergo differentiando $dx = \frac{e.dSh.\overline{\Delta+s}}{Sh.\Delta} - ds = \frac{eds.Ch.\overline{\Delta+s}}{rSh.\Delta} - ds$: igitur $u = \frac{Cdx}{ds} = \frac{Ce.Ch.\overline{\Delta+s}}{rSh.\Delta} - C$. In caſu ſecundo habemus $z = \frac{e.Ch.\overline{\Delta+s}}{Ch.\Delta}$; ergo $x = \frac{e.Ch.\overline{\Delta+s}}{Ch.\Delta} - s - e$, & differentiando $dx = \frac{e.dCh.\overline{\Delta+s}}{Ch.\Delta} - ds = \frac{eds.Sh.\overline{\Delta+s}}{rCh.\Delta} - ds$; igitur $u = \frac{Cdx}{ds} = \frac{CeSh.\overline{\Delta+s}}{rCh.\Delta} - C$. In caſu medio, ubi $dz = \pm\frac{zds}{r}$, erit $dx + ds = \pm\frac{zds}{r}$, ergo

ergo $dx = \frac{\pm z - r}{r} . ds$: igitur $u = \frac{Cdx}{ds} = C . \frac{\pm z - r}{r} = \pm \frac{Cz}{r} - C$.

In caſu primo æquationes valent $z = \frac{eSh.\overline{\Delta + s}}{Sh.\Delta}$, $x = \frac{eSh.\overline{\Delta + s}}{Sh.\Delta} - s - e$, $u = \frac{CeCh.\overline{\Delta + s}}{rSh.\Delta} - C$. Hæ æquationes, facta $e = 0$, ut initio corpus & centrum idem punctum occupent, debent cohærere cum illis, quas tradidimus in prima hypotheſi. Ut convenientia appareat, quia tam e, quam $Sh.\Delta = 0$, oportet invenire valorem fractionis $\frac{e}{Sh.\Delta}$. Quoniam eſt $Sh.\Delta : Ch.\Delta :: \frac{e}{r} : \frac{C+c}{C}$, habebimus $\frac{e}{Sh.\Delta} = \frac{r.\overline{C+c}}{CCh.\Delta}$: atqui poſito $\Delta = 0$, eſt $Ch.\Delta = r$; ergo $\frac{e}{Sh.\Delta} = \frac{C+c}{C}$, quo valore ſubſtituto, ex formulæ prodibunt, quæ inventæ ſunt in prima hypotheſi.

Conſtructio reducitur ad primam hypotheſim, quemadmodum fecimus in potentiis attrahentibus: determinatur enim abſciſſa s, ubi diſtantia corporis a centro nulla eſt. Erit itaque $z = \frac{eSh.\overline{\Delta + s}}{Sh.\Delta} = 0$; ergo $\Delta + s = 0$, & $s = -\Delta$. Abſcinde itaque A F $= \Delta$ (*Fig.* 15.), & ex puncto F deſcribe curvam F Z, cujus ordinatæ Z S ſint ad ſinus hyperbolicos F S ut $e : Sh.\Delta$. In puncto A invenietur ordinata A b $= e$. Ducta ad angulum ſemirectum linea F f, dum centrum concipitur progredi ex F in A, corpus B conficiet ſpatium f b: dum centrum percurrit F S, corpus conficit Z t: ergo ducta B b T parallela F f, dum centrum iter facit per A S, corpus feretur per T Z. Velocitas autem corporis in F invenietur, ſi in valore velocitatis ponatur $s = -\Delta$, unde velocitas in F $= \frac{Ce}{Sh.\Delta} - C$. Quare ſcala velocitatum, ut in prima hypotheſi, invenietur faciendo $c = \frac{Ce}{Sh.\Delta} - C$.

In proportione $Sh.\Delta : Ch.\Delta :: \frac{e}{r} : \frac{C+c}{C}$, ſi, ſervata conditione, ut $\frac{e^2}{r^2} < \frac{\overline{C+c}^2}{C^2}$, utraque quantitas $\frac{e}{r}$, $\frac{C+c}{C}$

fue-

fuerit aut poſitiva aut negativa, logarithmus analogus Δ poſitive accipiendus eſt, quia & ſinum, & coſinum habet poſitivum, cui hypotheſi ſuperiorem conſtructionem accommodavimus. Verum ſi ex duabus quantitatibus una poſitiva fuerit, negativa altera, logarithmus analogus Δ negative ſumendus eſt, quia ſinus eſt negativus, exiſtente coſinu poſitivo. Conſtructio autem ita inſtituenda. Ad partes ſpatiorum poſitivorum abſcinde $AF = \Delta$ (*Fig.* 16.): ex vertice F deſcribe curvam diſtantiarum FZ, quæ, deſcripto ramo conjugato Fb, producta tranſibit per punctum b, exiſtente ordinata $Ab = e$. Per punctum B duc BbT, quæ efficiet cum AS angulum ſemirectum. Dum centrum A venit in S, corpus percurret ſpatia æqualia TZ vel ad unam, vel ad alteram partem, pro ut TZ fuerint vel poſitivæ, vel negativæ. Spectata autem Δ negativa, ſcala velocitatum nullo negotio determinatur.

Æquationes, quæ valent in ſecundo caſu, ubi $\frac{e^2}{r^2} > \frac{\overline{C+c}^2}{C^2}$, ſunt hujuſmodi $z = \frac{e\,Ch.\overline{\Delta+s}}{Ch.\Delta}$, $x = \frac{e\,Ch.\overline{\Delta+s}}{Ch.\Delta} - s - e$, $u = \frac{Ce\,Sh.\overline{\Delta+s}}{r\,Ch.\Delta} - C$. Si fuerit $c = -C$, manifeſtum eſt ex proportione $Ch.\Delta : Sh.\Delta :: \frac{e}{r} : \frac{C+c}{C} = o$, fore $Sh.\Delta$, adeoque etiam $\Delta = o$, & $Ch.\Delta = r$: ergo formulæ prodibunt $z = \frac{e\,Ch.s}{r}$, $x = \frac{e\,Ch.s}{r} - s - e$, $u = \frac{Ce\,Sh.s}{r^2} - C$, quæ prorſus conveniunt cum illis, quas in ſecunda hypotheſi invenimus.

Caſum hunc deducemus ad ſecundam hypotheſim, in qua $c = -C$. Itaque determinandum eſt punctum, in quo velocitas corporis ſit $= -C$. Erit itaque $\frac{Ce\,Sh.\overline{\Delta+s}}{r\,Ch.\Delta} - C = -C$; ergo $Sh.\overline{\Delta+s} = o$, ſeu $\Delta + s = o$, & $s = -\Delta$. Secta igitur $AF = \Delta$ (*Fig.* 17.) quum centrum reperitur in F, corpus B præditum erit velocitate $= -C$. Sed determinandum eſt punctum, ubi reperietur corpus, exiſtente centro in F. Sit hoc punctum G. In formula diſtantiarum $z = \frac{e\,Ch.\overline{\Delta+s}}{Ch.\Delta}$ fiat $s = -\Delta$, & erit $z = \frac{re}{Ch.\Delta}$,

quæ

quæ indicabit diſtantiam corporis a centro. Quare abſcinde FG $= \frac{re}{Ch.\Delta}$: dum centrum erit in F, corpus reperietur in G, & movebitur velocitate $= - C$. Res itaque ad ſecundam hypotheſim redacta eſt.

Conſtructio hæc naſcitur. Seca AF $= \Delta$, FG $= \frac{re}{Sh.\Delta}$, cui pone æqualem & perpendicularem Fg. Deinde deſcribe curvam gZ, cujus ordinatæ ſint ad coſinus hyperbolicos FS, ut $e : Ch.\Delta$, quæ curva in puncto A habet ordinatam Ab $= e$. Duc rectas Ggt, BbT, quæ angulos ſemirectos efficient cum AF. Dum centrum ex F venit in A, corpus conficiet ſpatium negativum Lb, dum ex F venit in S, corpus percurret tZ: ergo dum centrum ex A venit in S, corpus percurret rectam TZ. Scala autem velocitatis invenietur in formulis ſecundæ hypotheſis, ſi pro e ſcribas $\frac{er}{C.Sh.\Delta}$.

Si ambæ quantitates $\frac{e}{r}$, $\frac{C+e}{C}$ ſint poſitivæ, aut ambæ negativæ, logarithmus analogus Δ, & Sh.Δ poſitivus eſt, cui hypotheſi accommodata eſt ſuperior conſtructio. Verum ſi altera ſit poſitiva, altera negativa, tam Δ, quam Sh.Δ ut negativus ſpectandus eſt. Quare ſumenda eſt AF $= \Delta$ (*Fig.* 18.) ad partes ſpatiorum poſitivorum, tum factis FG, Fg $= \frac{er}{Ch.\Delta}$ deſcribatur curva diſtantiarum gZ, quæ ad partes A producta habebit ordinatam Ab $= e =$ AB. Ducantur, & producantur Gg, Bb, quæ cum AS efficient angulos ſemirectos. Dum centrum fertur ex F in A, corpus perficit ſpatium æquale Hb, dum centrum venit ex F in S, corpus conficiet ſpatium tZ, & dum venit ex A in S, percurret ſpatium TZ. Ulteriores determinationes omittendas cenſui, ne in vitium prolixitatis incurrerem. Poſtquam docui, qua methodo ultima univerſalis hypotheſis ad duas priores reducatur, haud difficile erit omnia exacte determinare, niſi in lectoribus deſideretur induſtria. Diligentius caſum medium tractabo, qui ad hypotheſes ſuperiores reduci non poteſt.

In caſu medio valent æquationes $ds = \frac{\pm r dz}{z}$, $x =$

$z - s - e$, $u = \pm\frac{Cz}{r} - C$, exiſtente $\frac{e^2}{r^2} = \frac{\overline{C+c}^2}{C^2}$. Si utraque quantitas $\frac{e}{r}$, $\frac{C+c}{C}$ fuerit aut poſitiva aut negativa, ſignum ſuperius accipiendum eſt; inferius, ſi una fuerit poſitiva altera negativa. Ponamus primum utramque poſitivam. Sit A B $= e$ (*Fig.* 19.) diſtantia corporis B a centro A, & ei æqualis erigatur perpendicularis A b; tum ad aſymptotum A B deſcribatur logarithmica prædita ſubtangente $= r$ tranſiens per punctum b, ita ut creſcentibus abſciſſis A S, creſcant etiam ordinatæ S Z. Si c eſt poſitiva, manifeſtum eſt, eſſe $C + c > C$; ergo $e > r$: ergo tangens in puncto b faciet cum A S, adeoque cum ejus parallela ducta ex puncto b, angulum ſemirecto majorem: ergo b T tota cadet ad partem convexam curvæ, & T Z $= z - s - e$ erit ſpatium, per quod iter facit corpus B, quod quum ſit poſitivum, indicat corpus recedere in infinitum per directionem contrariam directioni centri. Scala velocitatum habetur per eamdem logarithmicam, quæ hoc modo conſtruitur. Secta A C $= C$, A c $= c$, duc C O parallelam A S: ad aſymptotum O C deſcribe logiſticam ſubtangentis $= r$ tranſeuntem per punctum c. Dum centrum eſt in S, corpus præditum eſt velocitate S V, qua continue aucta corpus recedit in infinitum.

Si c eſt poſitiva, quæ facta eſt conſtructio ſine ulla mutatione locum habet. Si $c = 0$, fit $e = r$, & b T eſt tangens logiſticæ: curva autem velocitatum tranſit per punctum A. Si c ſit negativa, ſed minor C, ponenda eſt A c (*Fig.* 20.) ad partem alteram. Quoniam $e < r$, tangens logiſticæ in puncto b facit cum A S angulum ſemirecto minorem: ergo B b T faciens angulum ſemirectum intra curvam ingreditur, eamque ſecat in alio puncto l poſito ad plagam motus centri: curva vero velocitatum c V ſecabit axem A S in puncto H. Initio quum T′ Z′, S′ V′ ſint negativæ, velocitas, & ſpatium peractum a corpore negativa erunt, & corpus B habebit directionem conſpirantem directioni centri A, donec centrum veniat in H, ubi nulla eſt velocitas, & ſpatium negativum omnium maximum. Poſt punctum H velocitas corporis fit poſitiva, adeoque contraria velocitati centri; quare ſpatium negativum peractum a corpore minui-

nuitur. Quum autem centrum venit in k, hoc ſpatium nullum eſt, adeoque corpus reperietur in B. Poſt velocitate poſitiva iter facit, & in infinitum recedet.

Si *c* negativa ſit major *C*, aſſumenda ſunt ſigna inferiora, & deſcribenda logiſtica b Z (*Fig.* 21.) ita, ut accedat ad aſymptotum ad partem S, tum ducenda B b T, ut interceptæ T Z, quæ ſemper negativæ ſunt, exhibeant ſpatia peracta a corpore ad plagam, ad quam graditur centrum, quod tamen numquam corpus aſſequetur. Sectis A C = *C*, A c = *c*, deſcribatur logiſtica accedens ad aſymptotum C O. Velocitates S V ſemper negativæ ſunt, & continue minuuntur ita, ut in puncto infinite remoto corporis & centri velocitas ſit eadem.

Quum *e* negativa eſt, & corpus B initio ſitum eſt ad plagam, ad quam fertur centrum, ſi *c* fuerit poſitiva, adhibenda ſunt ſigna inferiora, & logiſticæ ita deſcribendæ ſunt, ut, creſcente *s*, earum ordinatæ ad aſymptotum decreſcant. Centrum initio ſit in A (*Fig.* 22.), corpus in B: ſit A b = A B = *e*, quæ ad oppoſitam partem conſtituitur, quia ponitur negativa. Deſcribatur itaque logiſtica b Z, quæ erit curva diſtantiarum. Quoniam $e > r$, & tangens ad punctum b faciet cum A S angulum ſemirecto majorem, b B T intra curvam ingreditur: quare initio ſpatia T Z' erunt poſitiva, tum evadent T Z negativa. Facta A C = *C*, A c = *c*, ad aſymptotum C O deſcribatur logiſtica c V: velocitates S' V' initio erunt poſitivæ; tum fient nullæ exiſtente centro in H, ubi L K eſt ſpatiorum poſitivorum maximum; demum fient negativæ, & creſcent ita, ut in puncto infinite remoto velocitas corporis æqualis evadat centri velocitati. Ubique autem corpus anteibit centrum. Si *c* = o, eſt $e = r$, punctum c cadit in A, & linea b B tanget logarithmicam in puncto b. Quare ſpatia & velocitates ubique erunt negativæ.

Hoc pariter continget, ſi *c* negativa ſit, ſed minor *C*. Nam tangens in puncto b (*Fig.* 23.) faciet cum A S angulum ſemirecto minorem, quia eſt $e < r$: ergo B b T tota cadet ad partem convexam curvæ. Punctum c cadit intra puncta A, C, unde logarithmica tranſiens per punctum c jacet inter rectas A S, A O. Itaque tum ſpatia a corpore confecta, tum velocitates erunt ſemper negativæ. Corpus

itaque anteibit centrum, eorum diſtantia ſemper minuetur, ſed non fiet nulla niſi in puncto infinite remoto, ubi eadem eſt corporis, & centri velocitas.

Si c negativa fuerit major C, quoniam ambæ quantitates ſunt negativæ, ſuperiora ſigna accipiantur. His acceptis facillima oritur conſtructio. Tranſeat per punctum b (*Fig.* 24.) logiſtica b Z, quæ ita deſcribatur, ut creſcentibus abſciſſis A S creſcant item ordinatæ S Z. Jungatur b B T: rectæ T Z negativæ exprimunt ſpatia peracta a mobile B. Quum punctum c cadat poſt puncta A, C, logarithmica c V cadet poſt A S, C O: quare velocitates S V erunt negativæ, & ſemper augebuntur. Itaque corpus anteibit centrum, eorumque diſtantia continue augebitur.

Hæc ſatis ſint de potentiis vel attrahentibus, vel repellentibus, quæ ſervant rationem diſtantiarum a centro. Nunc accedo ad problema univerſale, in quo ponuntur potentiæ, ut quæcumque functiones diſtantiarum a centro, quas exprimam litera F. Incipio ab attrahentibus. Centrum A (*Fig.* 1.) præditum ſit initio velocitate $= C$, corpus B velocitate $= c$ ſecundum eamdem directionem, eorumque diſtantia ſit A B $= e$. Conficiente centro ſpatium A S $= s$, corpus percurrat B X $= x$: erit nova diſtantia $= e + s - x$, quam vocabo $= z$. Quoniam in data diſtantia $= b$ centrum attrahit potentia $= p$, erit $F.b : F.z :: p : \frac{p.F.z}{F.b}$, quæ erit potentia applicata corpori in X: ergo reſultabit æquatio $\frac{2\varepsilon p.F.z}{F.b}.dx = mudu$, vocata $= u$ corporis velocitate, ſeu $dx.F.z = \frac{m.F.b}{2\varepsilon p}.udu$, & facta $\frac{2\varepsilon p}{m} = r$, erit $dx.F.z = \frac{F.b}{r}.udu$. Quoniam $u = \frac{Cdx}{ds}$, erit differentiando, ſuppoſita ds conſtante, $du = \frac{Cddx}{ds}$; ergo $udu = \frac{C^2dxddx}{ds^2}$. Itaque $dx.F.z = \frac{F.b.C^2dxddx}{rds^2}$, ſive $ds^2.F.z = \frac{F.b.C^2ddx}{r}$: atqui $e + s - x = z$, & bis differentiando $ds - dx = dz$, $-ddx = ddz$: ergo $ds^2.F.z = -\frac{F.b}{r}C^2ddz$.

Pri-

Prima methodus, quam adhibuimus in potentiis ſervantibus ſimplicem diſtantiarum rationem, hic nos deſerit: ſed ſecunda formulam hanc quoque univerſalem feliciter abſolvit. Multiplicetur itaque æquatio per dz, ut fiat $ds^2 . dz . F . z = -\frac{F.b}{r} C^2 dz ddz$, & facta integratione $ds^2 . \int dz.F.z = A ds^2 - \frac{C^2.F.b.dz^2}{2r}$, ſive $\frac{C^2.F.b}{2r} dz^2 = \overline{A - \int dz.F.z} . ds^2$. Fiat $\int dz.F.z = r.G.z$, litera G denotante aliam congruam functionem, ut proveniat $\frac{C^2.F.b}{2r}.dz^2 = \overline{A - r.G.z} . ds^2$. Si $z = e$, eſt $dz : ds :: C - c : C$: atqui ex æquatione $dz : ds :: \sqrt{A - r.G.e} : C\sqrt{\frac{F.b}{2r}}$: ergo $\overline{C-c}^2 = \frac{2rA - 2r^2.G.e}{F.b}$, ſeu $\frac{\overline{C-c}^2.F.b + 2r^2G.e}{2r} = A$. Quare æquatio hæc naſcetur $\frac{C^2.F.b}{2r}.dz^2 = \overline{\frac{\overline{C-c}^2.F.b}{2r} + r.\overline{G.e - G.z}}.ds^2$, ſeu

$$\frac{Cdz.\sqrt{F.b}}{\sqrt{\overline{C-c}^2.F.b + 2r^2.\overline{G.e - G.z}}} = ds,$$

in qua, quum ſeparatæ ſint indeterminatæ, conſtructio perfici poteſt. Ita autem facienda eſt, ut quum $z = e$, ſit $s = 0$.

Per æquationem conſtructam dabitur s per z: atqui $e + s - z = x$; ergo invenietur x per z. Ad determinandam velocitatem, ſcimus eſſe $u = \frac{Cdx}{ds}$; ſed $dx = ds - dz$: ergo $u = C - \frac{Cdz}{ds}$, & pro ds ſubſtituto ejus valore

$$u = C - \sqrt{\overline{C-c}^2 + 2r^2\frac{G.e - G.z}{F.b}}.$$

Similis methodus valet in potentiis repellentibus. Initio diſtantia corporis B a centro A (*Fig.* 9.) ſit AB $= e$, velocitas centri verſus S $= C$, corporis verſus X $= c$. BX $= x$ ſit ſpatium peractum a corpore, dum centrum percurrit AS $= s$, velocitas corporis in X $= u$, diſtantia corporis in X a centro in S $= e + s + x = z$. Igitur exurgit æquatio $\frac{2ep.F.z}{F.b} dx = mudu$, vel $dx.F.z = \frac{m.F.b}{2ep}.udu$

$. u\, d u = \frac{F.b}{r} . u\, d u$, poſita $\frac{2ep}{m} = r$: atqui $u = \frac{C dx}{ds}$, & manente ds, eſt $du = \frac{C ddx}{ds}$: ergo $dx . F . z = \frac{F.b}{r} . C^2 . \frac{dx\, ddx}{ds^2}$, ſeu $ds^2 . F . z = \frac{F.b}{r} . C^2\, ddx$: atqui $ddx = ddz$: ergo $ds^2 . F . z = \frac{F.b}{r} . C^2\, ddz$.

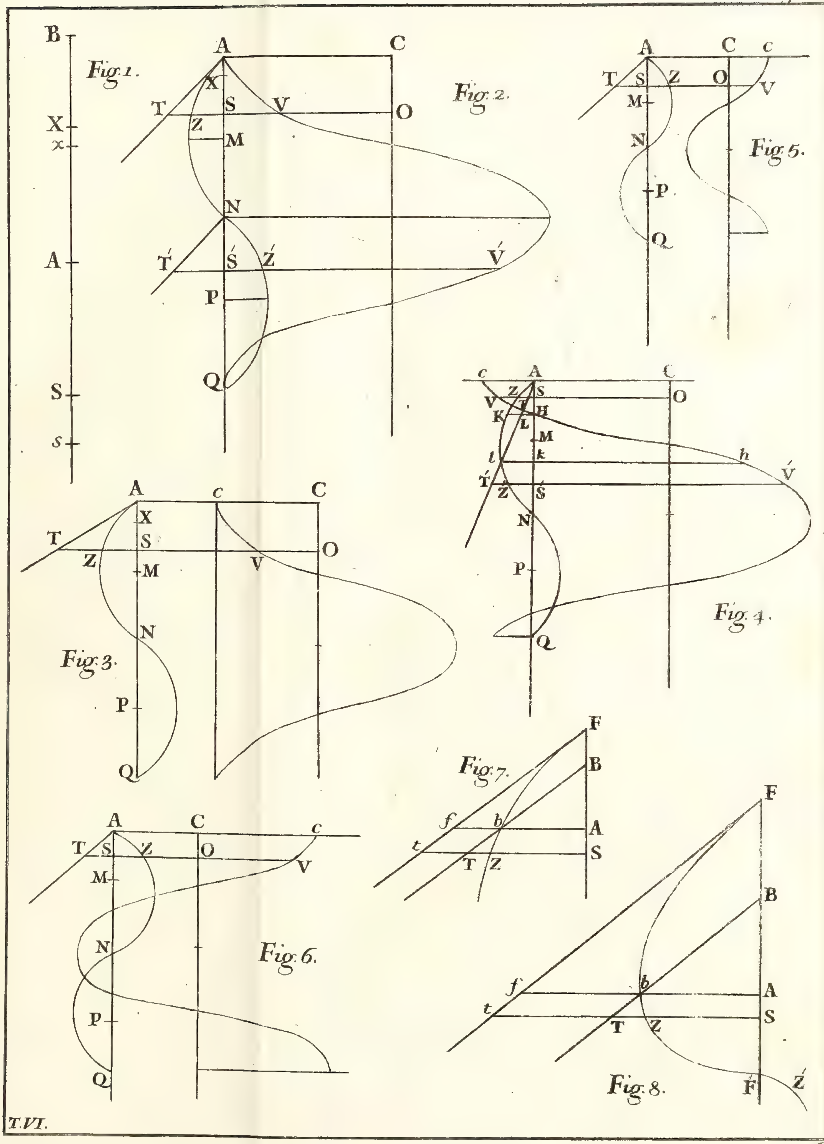
Fiat multiplicatio per dz, & erit $ds^2 . dz . F . z = \frac{F.b}{r} . C^2 dz\, ddz$, & poſita $\int dz . F . z = r . G . z$, integrando erit $\overline{A + r . G . z} . ds^2 = \frac{C^2 . F . b}{2r} . dz^2$. Facta $z = e$, eſt $dz : ds :: C + c : C :: \sqrt{A + r . G . e} : C\sqrt{\frac{F.b}{2r}}$; ergo $A + r . G . e = \frac{\overline{C+c}^2 . F . b}{2r}$, ſive $A = \frac{\overline{C+c}^2 . F . b}{2r} - r . G . e$. Itaque hæc reſultat æquatio $\frac{ds\sqrt{\overline{C+c}^2 . F . b - 2r^2 . \overline{G . e - G . z}}}{C\sqrt{F.b}} = dz$, vel

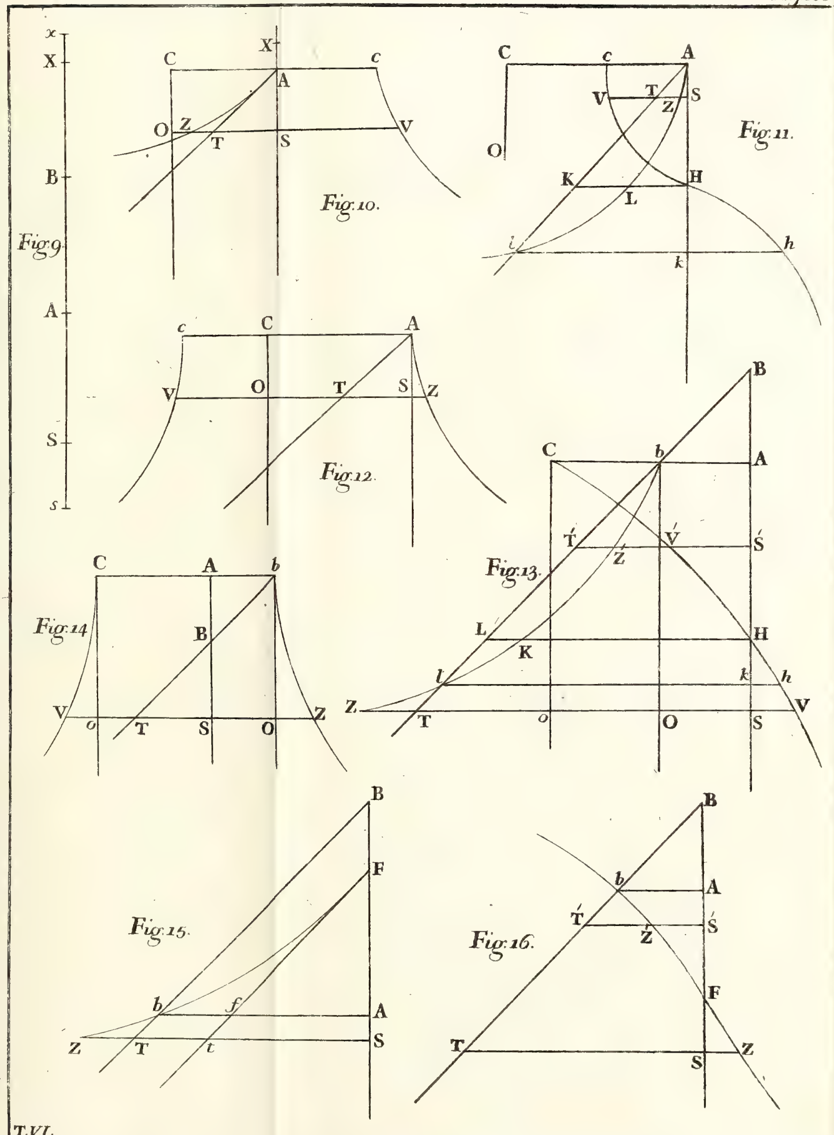
$$\frac{C dz . \sqrt{F.b}}{\sqrt{\overline{C+c}^2 . F . b - 2r^2 . \overline{G . e - G . z}}} = ds.$$

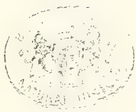
Per hanc datur s per z; ſed $x = z - s - e$; ergo dabitur x per z. Velocitas demum corporis B., nempe $u = \frac{C dx}{ds}$ fiet $u = \frac{C dz}{ds} - C = \sqrt{\overline{C+c}^2 - 2r^2 \frac{G . e - G . z}{F . b}} - C$.

Numquam loquutus ſum de tempore, quia quum centrum iter faciat æquabiliter velocitate $= C$, erunt tempora ut ſpatia peracta a centro. Quare vocato quolibet ſpatio $= s$, erit $C : s :: k$ ad tempus, quo motus factus eſt a centro per ſpatium $= s$. Quæ hactenus expoſui de motu corporis attracti aut repulſi a centro æquabiliter lato, video multis perquiſitionibus phyſicis non mediocrem utilitatem allatura. Sed in præſentia ſatis mihi ſit plenam tradidiſſe problematis propoſiti ſolutionem.

VIN-


Fig. 1.
Fig. 2.
Fig. 3.
Fig. 4.
Fig. 5.
Fig. 6.
Fig. 7.
Fig. 8.
T.VI.


Fig.9.
x
X
B
A
S
s
Fig.10.
C
X
c
A
O
Z
T
S
V
Fig.11.
C
c
A
V
T
S
Z
O
K
H
L
l
h
k
Fig.12.
c
C
A
V
O
T
S
Z
Fig.13.
B
C
b
A
T′
V′
S′
Z′
L
H
K
l
k
h
Z
V
T
o
O
S
Fig.14.
C
A
b
B
V
o
T
S
O
Z
Fig.15.
B
F
b
f
A
Z
T
t
S
Fig.16.
B
b
A
T′
S′
Z′
F
T
Z
S
T.VI.



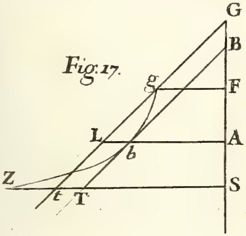


Fig. 17.

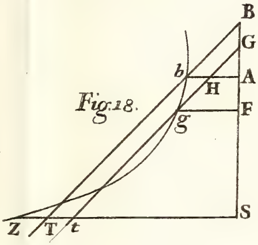


Fig. 18.

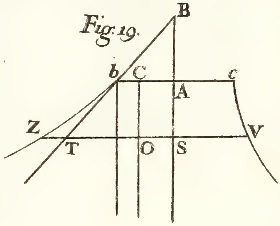


Fig. 19.

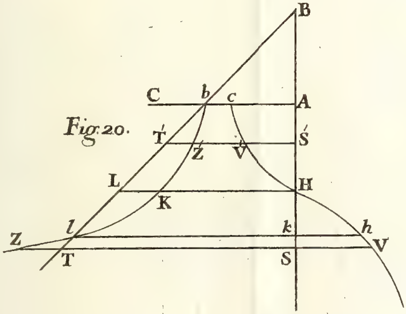


Fig. 20.

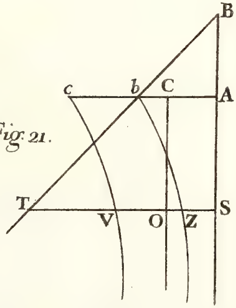


Fig. 21.

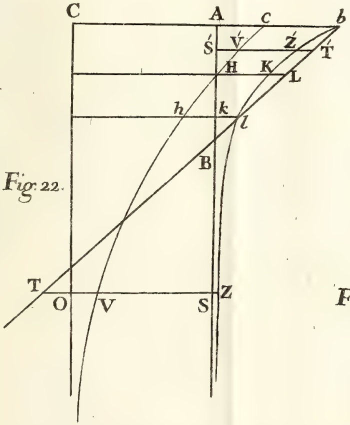


Fig. 22.

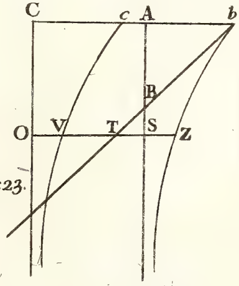


Fig. 23.

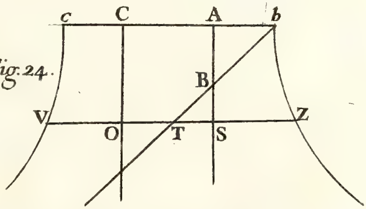


Fig. 24.

T. VI.

VINCENTII RICCATI

De motu rectilineo corporis attracti, aut repulſi a centro mobili.

Disquisitio Secunda.

De motu rectilineo corporis attracti, aut repulſi a centro, quod fertur motu æquabiliter accelerato, aut retardato.

Si centrum attractionis aut repulſionis æquabiliter per lineam rectam progrediatur, motus rectilineus corporis attracti aut repulſi in ſuperiore diſquiſitione ita declaratus eſt, ut nihil ulterius deſiderandum eſſe videatur. Verum ſi centrum alio quocumque motu accelerato aut retardato præditum concipiatur, ſolutio problematis nos ducit ad æquationem differentio - differentialem, quæ generatim ex regulis analyſeos hactenus cognitæ nondum conſtat, quomodo integretur, aut reſolvatur. Hoc autem ſæpenumero accidit, ut problemata, quæ per principia mechanices ad breves æquationes perducuntur, ex defectu analyſeos inſoluta remaneant. Quare ſi novis inventis analyſis locupletetur, facultas item mechanica maximis augebitur incrementis. Nihilo tamen minus ſi centrum attractionis aut repulſionis cieatur motu æquabiliter accelerato aut retardato, æquatio ſecundo - differentialis, ad quam pervenimus, rite tractata ad integrationem perducitur, & problematis completa ſolutio exhibetur. Hoc autem oſtendet præſens diſquiſitio, quæ deteget proprietates motus corporis attracti, aut repulſi a centro, quod graditur motu æquabiliter accelerato aut retardato.

Sed prius de hoc motus genere nonnulla determinanda viden-

videntur. Corpora terreſtria, in quibus gravitates ſunt ut maſſæ, ita motu accelerato deſcendunt, ut tempore $= k$ conficiant ſpatium $= \varepsilon$, ut definivimus in ſuperiore diſquiſitione; unde ex natura motus conſequitur, tempore $= k$, & per ſpatium $= \varepsilon$ ea acquirere velocitatem $= 2\,\varepsilon$. Ut generalis evadat ſolutio noſtri problematis, ſupponamus, centrum motu æquabiliter accelerato tempore $= k$ conficere ſpatium $= \mu$, & acquirere velocitatem $= 2\,\mu$. Quapropter ſi centrum in aliquo puncto præditum ſit velocitate $= C$, facile obtinebimus ſpatium illud, per quod a quiete deſcendens acquiret datam hanc velocitatem $= C$. Etenim fiat $4\,\mu^2 : C^2 :: \mu : \frac{C^2}{4\,\mu}$; ultimus terminus exhibebit ſpatium requiſitum. Similiter ſi inquiras tempus, fiat $2\,\mu : C :: k : \frac{kC}{2\,\mu}$; habebitur in ultimo termino tempus, quo acquirit velocitatem $= C$.

Incipiam, quemadmodum in ſuperiori diſquiſitione, a potentiis ſervantibus rationem diſtantiarum directam, ac primum agam de attrahentibus. Initio motus ſit centrum in A (*Fig.* 1.) præditum velocitate $= C$, corpus in B, cujus velocitas ad eamdem plagam ſit $= c$. Dum centrum motu æquabiliter accelerato pertranſit A S $= s$, corpus percurrat B X $= x$. Velocitas centri in S $= V$, corporis in X $= u$. Diſtantia prima corporis & centri ſit A B $= e$: igitur diſtantia S X $= e + s - x = z$, & potentia applicata corpori in X erit $= \frac{p}{b} . \overline{e + s - x} = \frac{p}{b} . z$. Provenit itaque æquatio $\frac{2\,\varepsilon p}{b} z\, dx = m\, u\, du$: atqui $V : u :: ds : dx$; ergo $u = \frac{V dx}{ds}$. Igitur æquatio evadet $\frac{2\,\varepsilon p}{b} z\, dx = \frac{mV dx}{ds} . D \frac{V dx}{ds}$, ſive $\frac{z\, ds}{V} = \frac{m b}{2\,\varepsilon p} . D \frac{V dx}{ds}$; ſed $dx = ds - dz$; ergo effecta ſubſtitutione $\frac{z\, ds}{V} = \frac{m b}{2\,\varepsilon p} dV - \frac{m b}{2\,\varepsilon p} . D \frac{V dz}{ds}$.

Definiamus V per s, pro ut poſtulat lex motus æquabiliter accelerati. Quoniam velocitas C acquiritur per ſpatium $\frac{C^2}{4\,\mu}$, patens eſt, velocitatem V acquiri per ſpatium $\frac{C^2}{4\,\mu}$

+

$+ s$: ergo erit $V^2 : C^2 : : \frac{C^2}{4\mu} + s : \frac{C^2}{4\mu} : : C^2 + 4\mu s : C^2$: igitur $V = \sqrt{CC + 4\mu s}$, ſive $\frac{V^2 - C^2}{4\mu} = s$, & $\frac{VdV}{2\mu} = ds$. Eliminetur ds ab æquatione, & reſultabit $\frac{zdV}{2\mu} - \frac{mb}{2\varepsilon p} dV = - \frac{mb}{2\varepsilon p} . D \frac{2\mu dz}{dV}$; & poſito conſtante dV fiet $\frac{zdV}{2\mu} - \frac{mbdV}{2\varepsilon p} = - \frac{mb\mu}{\varepsilon p} . \frac{ddz}{dV}$. Multiplicemus per $2\mu dV$, ut ſit $zdV^2 - \frac{mb\mu}{\varepsilon p} . dV^2 = - \frac{2mb\mu^2 ddz}{\varepsilon p}$. Fiat $\frac{2mb\mu^2}{\varepsilon p} = r^2$, & $\frac{mb\mu}{\varepsilon p} = \frac{r^2}{2\mu}$, ut tandem oriatur $\overline{z - \frac{r^2}{2\mu}} . dV^2 = - r^2 ddz$.

Ad integrandam hanc æquationem duplici illa methodo utar, qua uſus ſum in priore diſquiſitione. Prima methodus, poſito ſinu toto $= r$, ſtatim præbet $z - \frac{r^2}{2\mu} = A . \text{Cc} . V + B . \text{Sc} . V$. Ad alteram methodum multiplica per dz, ut ſit $\overline{z - \frac{r^2}{2\mu}} . dz dV^2 = - r^2 dz ddz$. Integra non omiſſa neceſſaria conſtante $\overline{z^2 - \frac{r^2 z}{\mu}} . dV^2 = E dV^2 - r^2 dz^2$, ſive $\frac{rdz}{\sqrt{E - z^2 + \frac{r^2 z}{\mu}}} = dV$. Prima æquationis pars dependet a circuli quadratura, quod tibi conſtabit, ſi in hunc modum diſponas $\frac{rdz}{\sqrt{E + \frac{r^4}{4\mu^2} - \left(\overline{z - \frac{r^2}{2\mu}}\right)^2}} = dV$. Ut formulam integrem per circulum, cujus radius $= r$, pono $E + \frac{r^4}{4\mu^2} = r^2 N^2$, unde patet conſtantem N determinari per E, & viciſſim: poſtea formulam ita diſtribuo $r . \frac{\frac{1}{N} dz}{\sqrt{rr - \frac{1}{N^2} . \overline{z - \frac{r^2}{2\mu}}^2}} = dV$. Integro $\frac{1}{N} . \overline{z - \frac{r^2}{2\mu}} = \text{Sc} . \overline{\Delta + V}$, ſive $z - \frac{r^2}{2\mu}$

$=$

$= N.Sc.\overline{\Delta + V}$. Vides Δ eſſe arcum conſtantem in integratione adjunctum.

Æquatio hæc facili negotio reducitur ad formam, quam præbet prima integratio; eſt enim $Sc.\overline{\Delta + V} = \frac{Sc.\Delta.Cc.V + Cc.\Delta.Sc.V}{r}$; ergo $z - \frac{r^2}{2\mu} = \frac{N.Sc.\Delta}{r}.Cc.V + \frac{N.Cc.\Delta}{r}.Sc.V$, quæ eſt eadem cum priore, ſi $A = \frac{N.Sc.\Delta}{r}$, $B = \frac{N.Cc.\Delta}{r}$. Similiter poſitis his valoribus prima æquatio ad formam ſecundæ reducitur. Determinationes conſtantium A, B in prima formula, N, Δ in ſecunda dependent a ſtatu initiali corporis, & centri.

Ex his fluit determinatio velocitatis corporis $= u$. Etenim quum ſit $V : u :: ds : dx = ds - dz$, erit $u = V - \frac{Vdz}{ds}$: atqui $ds = \frac{VdV}{2\mu}$; ergo $u = V - \frac{2\mu dz}{dV}$. Jam vero ſi utamur formula primæ integrationis, eſt $dz = A.dCc.V + B.dSc.V = \frac{-A.dV.Sc.V}{r} + \frac{B.dV.Cc.V}{r}$: ergo $u = V + \frac{2\mu A.Sc.V}{r} - \frac{2\mu B.Cc.V}{r}$. Si autem utamur formula integrationis ſecundæ $dz = N\,d\,Sc.\overline{\Delta + V} = \frac{NdV.Cc.\overline{\Delta + V}}{r}$: ergo $u = V - \frac{2\mu N.Cc.\overline{\Delta + V}}{r}$. Quoniam $V = \sqrt{CC + 4\mu s}$ datur per s, invenientur z, u per s ex formulis traditis; atqui z datur per s, x, quia $z = e + s - x$: ergo x quoque invenietur data per s.

Ut innoteſcat modus determinandi conſtantes in integratione additas, aliquot hypotheſes diligenter evolvam, atque eas præcipue ſpectabo, quæ majorem habere videntur difficultatem, ut in aliis expedita cuique fiat hujuſmodi determinatio. Prima hypotheſis ſtatuit, centrum A in initio motus omni eſſe velocitate ſpoliatum, unde ſit $C = 0$; corpus autem B diſtet a centro diſtantia $AB = e = \frac{r^2}{2\mu}$. Hujus hypotheſis caſus primus poſcit, ut corpus B pariter in

in initio motus quieſcat, & ſit $e = 0$. Spectemus formulam primam. Quoniam poſitis s, & $V = 0$, debet eſſe $z = \frac{r^2}{2\mu}$, æquatio proveniet $0 = A \cdot Cc \cdot 0$; ergo $A = 0$: igitur æquatio fit $z - \frac{r^2}{2\mu} = B \cdot Sc \cdot V$. Difficilior eſt determinatio conſtantis B. Facto ſpatio s minimo definiendum eſt, quodnam futurum ſit ſpatium x peractum eodem tempuſculo, quod vocabimus $= t$. Inveniamus primum tempus, quo conficitur a centro ſpatium minimum s: habebimus $\mu : s :: k^2 : t^2$; ergo $t = \frac{k\sqrt{s}}{\sqrt{\mu}}$. Nunc inveniendum eſt ſpatium x confectum a corpore eodem tempuſculo t. Quoniam diſtantia corporis a centro eſt $e = \frac{r^2}{2\mu}$, fiat, ut $b : \frac{r^2}{2\mu} :: p$: ad potentiam applicatam corpori $= \frac{r^2 p}{2\mu b}$, quæ tempuſculo t tamquam conſtans uſurpanda eſt. Appellata conſtante potentia $= p$, & ſpatio $= s$, ſcimus valere æquationem $t = \frac{k\sqrt{ms}}{\sqrt{\epsilon p}}$: ergo ſubſtituto pro p valore præſentis potentiæ $\frac{r^2 p}{2\mu b}$, & x pro s, fiet $t = \frac{k\sqrt{2m\mu b} \cdot \sqrt{x}}{r\sqrt{\epsilon p}}$. Igitur æquatis temporibus exſurgit $\frac{k\sqrt{s}}{\sqrt{\mu}} = \frac{k\sqrt{2m\mu b} \cdot \sqrt{x}}{r\sqrt{\epsilon p}}$, ſive $r\sqrt{s} = \frac{\mu\sqrt{2mb} \cdot \sqrt{x}}{\sqrt{\epsilon p}}$; atqui $r = \frac{\mu\sqrt{2mb}}{\sqrt{\epsilon p}}$; ergo $\sqrt{s} = \sqrt{x}$, & $s = x$. Æqualia ſunt itaque ſpatiola minima confecta a corpore, & centro tempore eodem; ergo $s - x = 0$; eſt autem $s - x = z - e = z - \frac{r^2}{2\mu}$; igitur $z - \frac{r^2}{2\mu} = 0$. Igitur æquatio $z - \frac{r^2}{2\mu} = B \cdot Sc \cdot V$, facta s minima, evadit $0 = B \cdot Sc \cdot V$. Velocitas V invenietur ſi fiat $\mu : s :: 4\mu^2 : V^2$; ergo $V = \sqrt{4\mu s}$. Minima itaque eſt velocitas V, ſed infinities major quam s: igitur æquatio, quæ ad hanc re-

reducitur $o = BV$, ſubſiſtere non poteſt, niſi fuerit $B = o$. Igitur tandem æquatio naſcitur $z - \frac{r^2}{2\mu} = o$, quæ indicat diſtantiam corporis a centro eamdem ſemper remanere, atque adeo centrum & corpus eodem prorſus motu æquabiliter accelerato progredi.

Eadem conſectaria ex formula ſecundæ integrationis orientur. Nam ſi $s = o$, eſt $z = \frac{r^2}{2\mu}$; ergo $o = N . \text{S c} . \Delta$; ergo $\Delta = o$. Facta s minima oſtenditur $s = x$; ergo $s - x = z - \frac{r^2}{2\mu} = o$: ergo $N = o$; ergo tandem $z - \frac{r^2}{2\mu} = o$. Idem facilius colliges ex ipſa formula differentiali $\overline{z - \frac{r^2}{2\mu}} . dV^2 = - r^2 ddz$. Nam quum, facta s minima, debeat eſſe ddz minima reſpectu $\frac{dV^2}{r}$, erit $z - \frac{r^2}{2\mu} = o$. Ex his cuique obvium eſt, corpus, & centrum progredi ſemper æquidiſtantia eodem motu æquabiliter accelerato aut retardato, ſi initio diſtent intervallo $= \frac{r^2}{2\mu}$, & eamdem habeant velocitatem ſecundum eamdem directionem.

In eadem hypotheſi centri initio quieſcentis præditum ſit corpus velocitate $= c$, & diſtet a centro diſtantia $= \frac{r^2}{2\mu}$. Eodem, ac antea, modo demonſtrabitur, fore $A = o$; ſi enim $V = o$, debet eſſe $z - \frac{r^2}{2\mu} = o$: ergo æquatio $z - \frac{r^2}{2\mu} = B . \text{S c} . V$. Fiat nunc s minima, ut minima ſit $V = \sqrt{4\mu s}$. Inveniendum eſt ſpatium minimum x, quod eodem tempuſculo $= t$ conficit corpus. Habebimus $t = \frac{kx}{c}$: atqui idem tempus $t = \frac{k\sqrt{s}}{\sqrt{\mu}}$: ergo $\frac{x}{c} = \frac{\sqrt{s}}{\sqrt{\mu}}$: atqui $z - \frac{r^2}{2\mu} = s - x$; ergo $z - \frac{r^2}{2\mu} = s - \frac{c\sqrt{s}}{\sqrt{\mu}} = \frac{V^2}{4\mu} - \frac{cV}{2\mu}$; ſed V^2 eſt infiniteſima reſpectu cV; ergo $z - \frac{r^2}{2\mu} = - \frac{cV}{2\mu}$, quæ, poſita c

poſi-

poſitiva, quum negativa ſit, oſtendit, diſtantiam z imminui. Fiet itaque æquatio $-\frac{cV}{2\mu} = B \,.\, \mathrm{Sc}\,.\, V = BV$; ergo $B = \frac{-c}{2\mu}$. Itaque æquatio hujus caſus erit $z - \frac{r^2}{2\mu} = -\frac{c}{2\mu} \,.\, \mathrm{Sc}\,.\, V$, in qua, ſi c negativa ſit, ponendum erit ſignum $+$.

Idem deducitur ex ſecunda æquatione: nam ex ipſa $dV : dz :: r : \sqrt{E + \frac{r^4}{4\mu^2}}$; ſed ex paullo ante demonſtratis $dV : dz :: 2\mu : c$; ergo $r^2 : E + \frac{r^4}{4\mu^2} :: 4\mu^2 : c^2$; igitur $\frac{r^2 c^2}{4\mu^2} = E + \frac{r^4}{4\mu^2} = N^2 r^2$; ergo $\mp \frac{c}{2\mu} = N$. Igitur æquatio $z - \frac{r^2}{2\mu} = \mp \frac{c}{2\mu} \mathrm{Sc}\,.\,\overline{\Delta + V}$; ſed exiſtente $V = 0$, debet $z - \frac{r^2}{2\mu} = 0$; ergo $\mathrm{Sc}\,.\,\Delta$, adeoque $\Delta = 0$. Igitur $z - \frac{r^2}{2\mu} = \mp \frac{c}{2\mu} \mathrm{Sc}\,.\, V$. Signum $-$ accipiendum eſt, ſi c ſit poſitiva, ſignum $+$, ſi ſit negativa. Velocitas autem corporis invenitur $u = V + \frac{c}{r} \mathrm{Cc}\,.\, V$.

Exhibeamus tabulam exprimentem quantitatum valores, ſi V, nempe velocitas centri, æquet multiplum quadrantis $= \omega$, cujus radius $= r$.

$V =$	0	ω	2ω	3ω	4ω	etc.
$s =$	0	$\frac{\omega^2}{4\mu}$	$\frac{4\omega^2}{4\mu}$	$\frac{9\omega^2}{4\mu}$	$\frac{16\omega^2}{4\mu}$	etc.
$z =$	$\frac{r^2}{2\mu}$	$r \,.\, \frac{r-c}{2\mu}$	$\frac{r^2}{2\mu}$	$r \,.\, \frac{r+c}{2\mu}$	$\frac{r^2}{2\mu}$	etc.
$x =$	0	$\frac{\omega^2 + 2rc}{4\mu}$	$\frac{4\omega^2}{4\mu}$	$\frac{9\omega^2 - 2rc}{4\mu}$	$\frac{16\omega^2}{4\mu}$	etc.
$u =$	c	ω	$2\omega - c$	3ω	$4\omega + c$	etc.

Vides diſtantiam z ſemper mediam eſſe inter maximam $r \,.\, \frac{r+c}{2\mu}$, & minimam $r \,.\, \frac{r-c}{2\mu}$. Poſui c poſitivam, & $< r$: ſi aut negativa ſit, aut $> r$, quid eveniat facile analyſta cognoſcet.

In

In eadem hypotheſi $c < r$ adornemus conſtructionem, quam formulæ ſuppeditant. Abſcinde (*Fig.* 2.) A a $= \mu$, & vertice A, foco a deſcribe parabolam apollonianam A T, quæ erit ſcala velocitatum centri, quia exiſtente A S = T O $= s$, erit S T = A O $= V$. Nunc deſcribe curvam A Z, cujus ordinatæ Z O ad ſinus abſciſſarum A O habeant rationem $c : 2\mu$: erunt Z O $= \frac{r^2}{2\mu} - z$: ergo ſecta A B $= \frac{r^2}{2\mu}$, & ducta B o parallela A O, productaque O Z in o, erit o Z $= z$. Intercepta inter curvam A Z, & parabolam, nempe Z T $= \frac{r^2}{2\mu} + s - z = x$: ergo dum centrum fertur per A S, corpus B conficiet B X = Z T, exiſtente diſtantia centri & corporis = Z o.

Ut determinetur velocitas corporis in puncto X, poſita A C $= c$ deſcribatur curva C V, cujus ordinatæ habeant ad C c. V rationem $c : r$: erit O V $= \frac{c}{r}$ C c. V. Agatur A Y dividens bifariam angulum rectum B A O: erit Y V $= V + \frac{c}{r}$ C c. $V = u$, quæ eſt velocitas corporis in X. Hæc ſatis ſint de hac prima hypotheſi, quia caſus tractatus ſatis docet, quomodo alii tractandi ſint.

Secunda hypotheſis ſtatuit, centrum initio quieſcere, & diſtantiam corporis a centro non eſſe $= \frac{r^2}{2\mu}$. Supponamus diſtantiam $e < \frac{rr}{2\mu}$, & corpus initio omni velocitate carere. Determinandæ ſunt conſtantes additæ in integratione. In formula prima, nempe $z - \frac{r^2}{2\mu} = A$. C c. $V + B$. S c. V, ſi fiant s, & $x = 0$, debent eſſe $z = e$, $V = 0$: ergo æquatio fiet $e - \frac{r^2}{2\mu} = A\, r$, ſeu $A = \overline{\frac{e}{r} - \frac{r}{2\mu}}$. Itaque hæc provenit æquatio $z - \frac{r^2}{2\mu} = \overline{\frac{e}{r} - \frac{r}{2\mu}}$. C c. $V + B$. S c. V. Definiendæ ſunt proportiones in caſu, ubi tempuſculo t minimo minima ſpatia s, x conficiuntur. Antea probatum eſt $t = \frac{k\sqrt{s}}{\sqrt{\mu}}$. Quoniam diſtantia corporis a centro initio

eſt

eſt $= e$, erit potentia applicata corpori $= \frac{ep}{b}$: igitur valebit æquatio $t = \frac{k\sqrt{mbx}}{\sqrt{e\varepsilon p}}$. Quare $\frac{\sqrt{s}}{\sqrt{\mu}} = \frac{\sqrt{mb}}{\sqrt{e\varepsilon p}}\sqrt{x}$: igitur $s : x :: m\mu b : e\varepsilon p :: \frac{r^2}{2\mu} : e$, quæ eſt ratio finita: ergo dividendo $s : s - x :: \frac{r^2}{2\mu} : \frac{r^2}{2\mu} - e$, ſeu $s : z - e :: \frac{r^2}{2\mu} : \frac{r^2}{2\mu} - e$, hoc eſt in ratione finita; ſed eſt $s : V$ in minore ratione quacumque data: ergo $z - e : V$ in minore ratione quacumque data. Facta autem V minima, æquatio inventa fit $z - \frac{r^2}{2\mu} = e - \frac{r^2}{2\mu} + BV$, ſeu $z - e = BV$: ergo $z - e : V :: B : 1$; ſed $z - e : V$ eſt in minore ratione quacumque data; ergo etiam $B : 1$; ergo $B = 0$. Igitur æquatio in noſtro caſu rite integrata dat $z - \frac{r^2}{2\mu} = \overline{\frac{e}{r} - \frac{r}{2\mu}}\,.\,\mathrm{Cc}.V$, ſeu $\frac{r^2}{2\mu} - z = \overline{\frac{r^2}{2\mu} - \frac{e}{r}}\,.\,\mathrm{Cc}.V$.

Idem invenies per æquationem ſecundæ integrationis. Nam quum ex ſupradictis conſtet, dz eſſe infiniteſimam reſpectu dV, poſita $z = e$, habebimus $\sqrt{E - e^2 + \frac{r^2 e}{\mu}} = 0$: ergo $E = e^2 - \frac{r^2 e}{\mu}$: igitur $r^2 N^2 = e^2 - \frac{r^2 e}{\mu} + \frac{r^4}{4\mu^2}$, & extracta radice $rN = e - \frac{r^2}{2\mu}$, ſeu $N = \frac{e}{r} - \frac{r}{2\mu}$. Fit itaque æquatio $z - \frac{r^2}{2\mu} = \overline{\frac{e}{r} - \frac{r}{2\mu}}\,.\,\mathrm{Sc}.\overline{\Delta + V}$. Jam vero facta $V = 0$, debet eſſe $z = e$: ergo $e - \frac{r^2}{2\mu} = \overline{\frac{e}{r} - \frac{r}{2\mu}}\,.\,\mathrm{Sc}.\Delta$; ergo $r = \mathrm{Sc}.\Delta$; ergo $\Delta = \omega$ ſcilicet quadranti. Itaque æquatio rite integrata $z - \frac{r^2}{2\mu} = \overline{\frac{e}{r} - \frac{r}{2\mu}}\,.\,\mathrm{Sc}.\overline{\omega + V} = \overline{\frac{e}{r} - \frac{r}{2\mu}}\,.\,\mathrm{Cc}.V$, ut antea.

Velocitas autem corporis habetur ex prima formula, poſi-

poſita $A = \frac{e}{r} - \frac{r}{2\mu}$, & $B = 0$, unde $u = V + \overline{\frac{e}{r} - \frac{r}{2\mu}} \cdot \frac{2\mu}{r}$ S c. $V = V + \overline{\frac{2e\mu}{rr} - 1}$. S c. V. Ex ſecunda vero formula habetur facta $N = \frac{e}{r} - \frac{r}{2\mu}$, & $\Delta = 0$; unde oritur $u = V - (\overline{\frac{2e\mu}{rr} - 1}$. C c. $\overline{\omega + V}$; ſed C c. $\overline{\omega + V} = -$ S c. V; ergo $u = V + \overline{\frac{2e\mu}{rr} - 1}$. S c. V ut ſupra, ſeu $u = V - (\overline{1 - \frac{2e\mu}{rr}}$. S c. V.

Tabulam de more exhibeamus, quæ quantitates oſtendat, dum velocitas centri $= V$ æquat multiplum quadrantis, cujus radius $= r$.

$V = 0$	ω	2ω	3ω	4ω	etc.
$s = 0$	$\frac{\omega^2}{4\mu}$	$\frac{4\omega^2}{4\mu}$	$\frac{9\omega^2}{4\mu}$	$\frac{16\omega^2}{4\mu}$	etc.
$z = e$	$\frac{r^2}{2\mu}$	$\frac{r^2}{\mu} - e$	$\frac{r^2}{2\mu}$	e	etc.
$x = 0$	$\frac{\omega^2 - 2r^2}{4\mu} + e$	$\frac{\omega^2 - r^2}{\mu} + 2e$	$\frac{9\omega^2 - 2r^2}{4\mu} + e$	$\frac{16\omega^2}{4\mu}$	etc.
$u = 0$	$\omega - r + \frac{2e\mu}{r}$	2ω	$3\omega + r - \frac{2e\mu}{r}$	4ω	etc.

Ex hac apparet, valores diſtantiæ z poſt quatuor terminos redire eoſdem: omnes autem medii ſunt inter maximum $\frac{r^2}{\mu} - e$, & minimum e.

Conſectariis deductis lucem augebit conſtructio. Secta A a $= \mu$ (*Fig.* 3.) foco a, vertice A deſcribatur parabola A T, ut A O exprimat centri velocitatem $= V$, dum centrum tranſegit ſpatium O T. Sit initio corpus in B, & A B $= e$. Ad abſciſſam A O deſcribatur curva e Z, cujus ordinatæ ad C c. V ſint ut $\frac{r^2}{2\mu} - e : r$. Conſtat, primam ordinatam A e $= \frac{r^2}{2\mu} - e$. Erit Z O $= \frac{r^2}{2\mu} - z$. Seca A E $= \frac{r^2}{2\mu}$, & duc E o parallelam A O, ad quam produc o Z: manifeſtum

ſtum eſt fore $o Z = z$, hoc eſt diſtantiæ corporis a centro. Determinandum eſt ſpatium x confectum a corpore. Quoniam $OZ = \frac{r^2}{2\mu} - z$, $OT = s$, erit intercepta inter duas curvas, nempe $ZT = \frac{r^2}{2\mu} + s - z$: atqui $x = e + s - z$: ergo ZT ſuperat x per $\frac{r^2}{2\mu} - e = BE = Ae$. Si igitur ab interceptis ZT auferas conſtantem $EB = Ae$, habebis ſpatia a corpore tranſacta, dum centrum conficit ſpatium $= OT$. Ad determinandam velocitatem corporis, deſcribatur curva AV, cujus ordinatæ OV habeant ad $S c. V$ rationem $r^2 - 2e\mu : r^2$: agatur AY faciens cum AV angulum ſemirectum; erit $OV = \frac{r^2 - 2e\mu}{r^2} . S c. V$, $OY = AO = V$; ergo $YV = V - (\frac{r^2 - 2e\mu}{r^2} . S c. V = u$.

Reliquis ut ſupra ſuppoſitis ponamus corpus B initio præditum eſſe velocitate $= c$ ad eam partem, ad quam debet moveri centrum. Quoniam s, x, V ſimul evaneſcentibus debet eſſe $z = e$, idem in formula primæ integrationis invenietur valor A, unde proveniet æquatio, ut antea, $z - \frac{r^2}{2\mu} = \overline{\frac{e}{r} - \frac{r}{2\mu}} . C c. V + B . S c. V$. Ratiocinio opus eſt, ut determinetur B. Quia initio corpus B conficit ſpatium x velocitate finita $= c$, impendet tempuſculum $t = \frac{kx}{c}$; centrum vero conficiet ſpatium s eodem tempuſculo $t = \frac{k\sqrt{s}}{\sqrt{\mu}}$; ergo $\frac{x}{c} = \frac{\sqrt{s}}{\sqrt{\mu}}$, & $\frac{x^2}{c^2} = \frac{s}{\mu} = \frac{V^2}{4\mu^2}$; ergo $\frac{x}{c} = \frac{V}{2\mu}$; ſed $x - s = e - z$; ergo $x - \frac{\mu x^2}{c^2} = e - z$; ſed $\frac{\mu x^2}{c^2}$ eſt infiniteſima reſpectu x: ergo $x = e - z$; igitur $\frac{e - z}{c} = \frac{V}{2\mu}$, ſeu $e - \frac{cV}{2\mu} = z$. Itaque ſubſtituto hoc valore z, & poſito V pro $S c. V$, æquatio fiet $e - \frac{cV}{2\mu} - \frac{r^2}{2\mu} = e - \frac{r^2}{2\mu} + BV$: ergo $B = \frac{-c}{2\mu}$. Quare tandem provenit æquatio

$z - \frac{r^2}{2\mu} = \overline{\frac{e}{r} - \frac{r}{2\mu}} . \mathrm{Cc} . V - \frac{c}{2\mu} . \mathrm{Sc} . V$, ſeu $\frac{r^2}{2\mu} - z = \overline{\frac{r}{2\mu} - \frac{e}{r}} . \mathrm{Cc} . V + \frac{c}{2\mu} \mathrm{Sc} . V$.

In altera formula per ſecundam methodum deducta ita progredere. Quando, poſita $V = 0$, ex dictis eſt $dV : - dz :: 2\mu : c$, & ex æquatione $dV : - dz :: r : - \sqrt{E - e^2 + \frac{r^2 e}{\mu}}$, erit $4\mu^2 : c^2 :: r^2 : E - e^2 + \frac{r^2 e}{\mu}$; igitur $E = \frac{r^2 c^2}{4\mu^2} + e^2 - \frac{r^2 e}{\mu}$; ergo $N^2 = \frac{c^2}{4\mu^2} + \frac{r^2}{4\mu^2} + \frac{e^2}{r^2} - \frac{e}{\mu}$. Per hanc determinato valore N, qui negative ſumendus eſt, ſpectetur æquatio $z - \frac{r^2}{2\mu} = N . \mathrm{Sc} . \overline{\Delta + V}$. Facta $V = 0$, & $z = e$, fiet $e - \frac{r^2}{2\mu} = N . \mathrm{Sc} . \Delta$, quæ determinat valorem arcus Δ addendi in integratione. Sed inveniamus $\mathrm{Cc} . \Delta$, ut ponamus in æquatione reducta ad formam priorem. $\overline{\mathrm{Cc} . \Delta}^2 = r^2 - \frac{1}{N^2} . \overline{e - \frac{r^2}{2\mu}}^2$, ſeu $N^2 \overline{\mathrm{Cc} . \Delta}^2 = N^2 r^2 - (\overline{e - \frac{r^2}{2\mu}}^2 = \frac{r^2 c^2}{4\mu^2} + \frac{r^4}{4\mu^2} + e^2 - \frac{r^2 e}{\mu} - e^2 + \frac{r^2 e}{\mu} - \frac{r^4}{4\mu^2} = \frac{r^2 c^2}{4\mu^2}$: igitur $N . \mathrm{Cc} . \Delta = - \frac{rc}{2\mu}$. Quapropter $z - \frac{r^2}{2\mu} = \overline{\frac{e}{r} - \frac{r}{2\mu}} . \mathrm{Cc} . V - \frac{c}{2\mu} \mathrm{Sc} . V$, ſive $\frac{r^2}{2\mu} - z = \overline{\frac{r}{2\mu} - \frac{e}{r}} . \mathrm{Cc} . V + \frac{c}{2\mu} . \mathrm{Sc} . V$, ut antea. Ex his formula velocitatis deſcendit, nempe $u = V - (\overline{1 - \frac{2\mu e}{rr}} . \mathrm{Sc} . V + \frac{c}{r} . \mathrm{Cc} . V$.

Formulæ inventæ tabulam ſequentem offerunt.

$V =$	0	ω	2ω	3ω	4ω	etc.
$s =$	0	$\frac{\omega^2}{4\mu}$	$\frac{4\omega^2}{4\mu}$	$\frac{9\omega^2}{4\mu}$	$\frac{16\omega^2}{4\mu}$	etc.
$z =$	e	$r . \frac{r - c}{2\mu}$	$\frac{r^2}{\mu} - e$	$r . \frac{r + c}{2\mu}$	e	etc.
$x =$	0	$e + \frac{\omega^2}{4\mu} - r . \frac{r - c}{2\mu}$	$2e + \frac{4\omega^2}{4\mu} - \frac{r^2}{\mu}$	$e + \frac{9\omega^2}{4\mu} - r . \frac{r + c}{2\mu}$	$\frac{16\omega^2}{4\mu}$	etc.
$u =$	c	$\omega - r + \frac{2\mu c}{r}$	$2\omega - c$	$3\omega + r - \frac{2\mu e}{r}$	$4\omega + c$	etc.

Con-

Conſtructio in hunc modum peragetur. Centrum initio ſit in A, corpus in B (*Fig.* 4.), ut A B $= e$. Inveni arcum radii $= r$, cujus ſinus ſit ad coſinum ſicut $\frac{r}{2\mu} - \frac{e}{r} : \frac{c}{2\mu}$, cui abſcinde æqualem A F; & A f ſit æqualis arcui complenti cum priore quadrantem: quare coſinus A f erit ad ejus ſinum in eadem ratione $\frac{r}{2\mu} - \frac{e}{r} : \frac{c}{2\mu}$. Deſcribe ejuſmodi curvam F Z, cujus ordinatæ O Z ſint ad S c. F O, vel C c. f O : : S c. A F, vel C c. A f ad $\frac{r^2}{2\mu} - e$. Erunt itaque O Z $= \frac{r^2}{2\mu} - z$. Secta A E $= \frac{r^2}{2\mu}$ duc E o parallelam A O: erit o Z $= z$. Deſcripta parabola A T, cujus focus diſtet a vertice diſtantia $= \mu$, producatur Z O in T: erit Z T $= \frac{r^2}{2\mu} + s - z$: ſed ſpatium peractum a corpore B debet eſſe $= e + s - z$: ergo ſi abs Z T demas E B $=$ A e $= \frac{r^2}{2\mu} - e$, obtinebis ſpatium confectum a corpore, dum centrum conficit ſpatium O T.

Reſtat, ut ſcalam velocitatis determinemus. Quoniam in expreſſione velocitatis coefficiens S c. V eſt negativum, poſitivum autem coefficiens C c. V, inveniatur arcus major quadrante, cujus ſinus ad coſinum ſit : : $\frac{c}{r} : 1 - \frac{2\mu e}{rr}$, cui arcui abſcinde æqualem A G; complementum quadrantis ſit A g, quod eſt negativum, cujus coſinus ad ſinum erit in eadem ratione $\frac{c}{r} : 1 - \frac{2\mu e}{rr}$. Deſcribe curvam, cujus ordinatæ ſint ad S c. G O, vel C c. g O, ut S c. A G, vel C c. A g : c. Cum A O faciat angulum ſemirectum A Y: velocitas corporis exprimetur a recta Y V. Caſus, qui tractati ſunt, docent modum, quo tractandi ſunt alii.

Difficilior videtur eſſe determinatio conſtantium in tertia hypotheſi, in qua ponimus centrum initio motus præditum eſſe velocitate $= C$. Sit initio velocitas corporis $= c$, diſtantia corporis & centri $= e$. Æquatio inventa eſt $z - \frac{r^2}{2\mu} = A$ C c. $V + B$ S c. V. Prima æquatio inſerviens determi-

mationi conſtantium A, B facile ſe ſe offert: nam initio motus, ubi s & $x=0$, eſt $V=C$, $z=e$: ergo fit $e-\frac{r^2}{2\mu} = A\,\mathrm{Cc}.C+B\,\mathrm{Sc}.C$.

Ad alteram æquationem inveniendam adverte, initio minimam s ad minimam x eſſe $::C:c$; ergo $s:s-x::C:C-c$; ſed $s-x=z-e$; ergo $s:z-e::C:C-c$: atqui $s=\frac{V^2-C^2}{4\mu}$; ergo $\frac{V^2-C^2}{4\mu}:z-e::C:C-c$. Vocemus $=\varphi$ velocitatem, quam centrum acquirit per minimum ſpatiolum s: erit $V=C+\varphi$: igitur $\frac{2C\varphi+\varphi^2}{4\mu}:z-e::C:C-c$; ſed φ^2 evaneſcit præ $2C\varphi$; ergo $\frac{C\varphi}{2\mu}:z-e::C:C-c$; ergo $\frac{\overline{C-c}.\varphi}{2\mu}=z-e$, & $z=e+\frac{\overline{C-c}.\varphi}{2\mu}$. Quare peractis hiſce ſubſtitutionibus æquatio provenit $e-\frac{r^2}{2\mu}+\frac{\overline{C-c}.\varphi}{2\mu}=A\,\mathrm{Cc}.\overline{C+\varphi}+B\,\mathrm{Sc}.\overline{C+\varphi}$, ſive $e-\frac{r^2}{2\mu}+\frac{\overline{C-c}.\varphi}{2\mu}=\frac{A\,\mathrm{Cc}.C.\mathrm{Cc}.\varphi-A\,\mathrm{Sc}.C.\mathrm{Sc}.\varphi}{r}+\frac{B\,\mathrm{Sc}.C.\mathrm{Cc}.\varphi+B\,\mathrm{Cc}.C.\mathrm{Sc}.\varphi}{r}$: atqui $\mathrm{Cc}.\varphi=r$, $\mathrm{Sc}.\varphi=\varphi$, & ex æquatione prima $e-\frac{r^2}{2\mu}=A\,\mathrm{Cc}.C+B\,\mathrm{Sc}.C$: ergo $\frac{\overline{C-c}.\varphi}{2\mu}=\frac{-A\varphi\,\mathrm{Sc}.C+B\varphi\,\mathrm{Cc}.C}{r}$, & facta diviſione per φ oritur $\frac{r.\overline{C-c}}{2\mu}=-A\,\mathrm{Sc}.C+B.\mathrm{Cc}.C$.

Æquatio prima, quæ inventa eſt, multiplicetur per $\mathrm{Cc}.C$, ſecunda per $\mathrm{Sc}.C$, ut oriantur duæ

$$\overline{e-\frac{r^2}{2\mu}}.\mathrm{Cc}.C=A.\overline{\mathrm{Cc}.C}^2+B.\mathrm{Cc}.C.\mathrm{Sc}.C, \text{ \&}$$

$$\frac{r.\overline{C-c}}{2\mu}.\mathrm{Sc}.C=-A.\overline{\mathrm{Sc}.C}^2+B.\mathrm{Cc}.C.\mathrm{Sc}.C.$$

Detrahatur ſecunda a prima, & fiet $\overline{e-\frac{r^2}{2\mu}}.\mathrm{Cc}.C-\frac{r.\overline{C-c}}{2\mu}.\mathrm{Sc}.C=A.\overline{\overline{\mathrm{Cc}.C}^2+\overline{\mathrm{Sc}.C}^2}=r^2A$, per quam A determi-

minata remanet. Multiplicetur nunc prima per $\mathrm{Sc}.C$, ſecunda per $\mathrm{Cc}.C$, ut prodeant

$$\overline{e-\frac{r^2}{2\mu}}.\mathrm{Sc}.C = A.\mathrm{Cc}.C.\mathrm{Sc}.C + B.\overline{\mathrm{Sc}.C}^2, \text{ \&}$$

$$\frac{r.\overline{C-c}}{2\mu}.\mathrm{Cc}.C = -A.\mathrm{Cc}.C.\mathrm{Sc}.C + B.\overline{\mathrm{Cc}.C}^2.$$ Iſtæ duæ æquationes ſimul addantur

$$\overline{e-\frac{r^2}{2\mu}}.\mathrm{Sc}.C + \frac{r.\overline{C-c}}{2\mu}.\mathrm{Cc}.C = B.\overline{\overline{\mathrm{Sc}.C}^2+\overline{\mathrm{Cc}.C}^2}$$

$= r^2 B$, per quam eſt determinata B. Igitur æquatio rite integrata fiet

$$z-\frac{r^2}{2\mu} = \overline{\overline{e-\frac{r^2}{2\mu}}.\frac{\mathrm{Cc}.C}{rr} - \frac{r.\overline{C-c}}{2\mu}.\frac{\mathrm{Sc}.C}{rr}}.\mathrm{Cc}.V$$

$$+\overline{\overline{e-\frac{r^2}{2\mu}}.\frac{\mathrm{Sc}.C}{rr} + \frac{r.\overline{C-c}}{2\mu}.\frac{\mathrm{Cc}.C}{r^2}}.\mathrm{Sc}.V.$$

In formula per ſecundam methodum deducta ita determinabis conſtantes. In initio motus ex paullo ante dictis conſtat eſſe $dV : dz :: 2\mu : C-c$; ſed ex æquatione $dV : dz :: r : \sqrt{E-e^2+\frac{r^2 e}{\mu}}$, facta $z=e$: ergo $2\mu : C-c :: r : \sqrt{E-e^2+\frac{r^2 e}{\mu}}$, & quadrando $4\mu^2 : \overline{C-c}^2 :: r^2 : E-e^2+\frac{r^2 e}{\mu}$: igitur $E = \frac{r^2.\overline{C-c}^2}{4\mu^2} + e - \frac{r^2 e}{\mu} = r^2 N^2$: igitur $N = \sqrt{\frac{\overline{C-c}^2}{4\mu^2} + \frac{e^2}{r^2} - \frac{e}{\mu}}$. Quando facta $V=C$, debet eſſe $z=e$, æquatio fiet $\frac{r^2}{2\mu} - e = \sqrt{\frac{\overline{C-c}^2}{4\mu^2}+\frac{e^2}{r^2}-\frac{e}{\mu}}.\mathrm{Sc}.\overline{\Delta+C}$, ſive

$$\frac{r^2-4\mu e}{\sqrt{\overline{C-c}^2+\frac{4\mu^2 e^2}{rr}-4\mu e}} = \mathrm{Sc}.\overline{\Delta+C} = \frac{\mathrm{Sc}.\Delta.\mathrm{Cc}.C+\mathrm{Cc}.\Delta.\mathrm{Sc}.C}{r},$$

per quam determinari poteſt $\mathrm{Sc}.\Delta$, adeoque & arcus Δ.

Suppoſui, velocitatem centri continuo augeri, ejuſque motum eſſe acceleratum; ſed ſi velocitas minueretur, & motus

tus eſſet retardatus, eadem methodus, determinatis conſtantibus, ad æquationem perduceret. Hæc adduxi in exemplum, ut quiſque cognoſcat, qua induſtria definiendæ ſint conſtantes, quas duplex integratio introducit. Cæterum quomodo peragenda ſit conſtructio, quæ dicta ſunt tum in ſuperiore, tum in præſenti diſquiſitione, ſatis ſuperque manifeſtant. Quare potentiis attrahentibus relictis pauca dicamus de repellentibus.

Dum centrum A (*Fig.* 5.) percurrit AS $= s$, corpus B per directionem oppoſitam conficiat BX $= x$. Retentis ſuperioribus denominationibus fiet diſtantia SX $= z = e + s + x$. Quum potentia repellens ſit $= \frac{pz}{b}$, æquatio proveniet, ut antea, $\frac{zds}{V} = \frac{mb}{2\varepsilon p}.D\frac{Vdz}{ds} - \frac{mb}{2\varepsilon p}dV$. Quoniam velocitas centri $= C$ acquiritur per ſpatium $= \frac{C^2}{4\mu}$, velocitas V acquiretur per ſpatium $= \frac{C^2}{4\mu} + s$; ergo erit $V^2 : C^2 :: \frac{C^2}{4\mu} + s : \frac{C^2}{4\mu}$, ex qua deſcendit $V^2 = C^2 + 4\mu s$, & $\frac{VdV}{2\mu} = ds$. Ejecta itaque ab æquatione ds, fiet $\frac{zdV}{2\mu} = \frac{mb}{2\varepsilon p}.D\frac{2\mu dz}{dV} - \frac{mbdV}{2\varepsilon p}$, ſive $\overline{\frac{z}{2\mu} + \frac{mb}{2\varepsilon p}}.dV = \frac{mb}{2\varepsilon p}.D\frac{2\mu dz}{dV}$, & poſita conſtante dV orietur $\overline{\frac{z}{2\mu} + \frac{mb}{2\varepsilon p}}.dV = \frac{mb\mu}{\varepsilon p}.\frac{ddz}{dV}$, & multiplicando per $2\mu dV$ fiet $\overline{z + \frac{mb\mu}{\varepsilon p}}.dV^2 = \frac{2mb\mu^2 ddz}{\varepsilon p}$. Demum poſito $\frac{2mb\mu^2}{\varepsilon p} = rr$, & $\frac{mb\mu}{\varepsilon p} = \frac{rr}{2\mu}$, naſcitur $\overline{z + \frac{rr}{2\mu}}.dV^2 = r^2 ddz$.

Duplici modo de more integrationem faciemus. Primus modus dat formulam $z + \frac{rr}{2\mu} = A.\mathrm{Ch}.V + B.\mathrm{Sh}.V$, in qua duo caſus diſtinguendi ſunt, nempe $A < B$, $A > B$, inter quos adeſt caſus medius $A = B$. In ſuperiore diſquiſitione patefactum eſt, in primo caſu æquationem pertinere ad

ad curvam ſinuum hyperbolicorum, in ſecundo ad curvam coſinuum hyperbolicorum, in medio ad logarithmicam.

Secundus modus multiplicat per dz, ut ſit $\overline{z+\frac{r^2}{2\mu}}\,.\,dzdV^2 = r^2dzddz$; ergo integrando $\overline{z^2+\frac{r^2z}{\mu}+E}\,.\,dV^2 = r^2dz^2$; igitur $dV = \frac{rdz}{\sqrt{z^2+\frac{r^2z}{\mu}+E}} = \frac{rdz}{\sqrt{\overline{z+\frac{r^2}{2\mu}}^2+E-\frac{r^4}{4\mu^2}}}$.
Hanc æquationem integrabimus uſurpatis ſinibus hyperbolicis, ſi $E-\frac{r^4}{4\mu^2}$ ſit poſitiva, uſurpatis coſinibus, ſi ſit negativa, inter quos caſus adeſt medius, quum ſcilicet $E=\frac{r^4}{4\mu^2}$, in quo caſu integratur per logarithmos. In primo caſu fiat $E-\frac{r^4}{4\mu^2}=N^2r^2$, atque ita diſponatur æquatio $dV=\frac{r.\frac{1}{N}dz}{\sqrt{\frac{1}{N^2}.\overline{z+\frac{r^2}{2\mu}}^2+r^2}}$, & integrando $\text{Sh}.\overline{\Delta+V}=\frac{1}{N}.\overline{z+\frac{r^2}{2\mu}}$. In ſecundo caſu fiat $\frac{r^4}{4\mu^2}-E=r^2N^2$, & invenies $dV=\frac{r.\frac{1}{N}.dz}{\sqrt{\frac{1}{N^2}.\overline{z+\frac{r^2}{2\mu}}^2-rr}}$, & integrando $\text{Ch}.\overline{\Delta+V}=\frac{1}{N}.\overline{z+\frac{r^2}{2\mu}}$. In caſu medio ſtatim ſe ſe offert $\frac{\pm rdz}{z+\frac{r^2}{2\mu}}=dV$, ſeu $\pm\, l\,\overline{z+\frac{r^2}{2\mu}}=V$.

Non eſt omittenda determinatio velocitatis corporis. Quoniam eſt $u:V::dx:ds$, erit $u=\frac{Vdx}{ds}$; ſed $dx=dz-ds$; ergo $u=\frac{Vdz}{ds}-V$, & poſito pro ds ejus valore $\frac{VdV}{2\mu}$, fiet $u=\frac{2\mu dz}{dV}-V$. Ex formula primæ integrationis habe-

habemus $dz = A . d \mathrm{Ch} . V + B . d \mathrm{Sh} . V = \frac{A dV . \mathrm{Sh} . V + B dV . \mathrm{Ch} . V}{r}$: ergo facta ſubſtitutione $u = \frac{2\mu A . \mathrm{Sh} . V + 2\mu B . \mathrm{Ch} . V}{r} - V$.

Si cupias adhibere formulam ſecundæ integrationis, habebis in primo caſu $dz = N . d \mathrm{Sh} . \overline{\Delta + V} = \frac{N dV . \mathrm{Ch} . \overline{\Delta + V}}{r}$: ergo $u = \frac{2\mu N . \mathrm{Ch} . \overline{\Delta + V}}{r} - V$. In ſecundo caſu erit $dz = N . d \mathrm{Ch} . \overline{\Delta + V} = \frac{N dV . \mathrm{Sh} . \overline{\Delta + V}}{r}$: igitur $u = \frac{2\mu N . \mathrm{Sh} . \overline{\Delta + V}}{r} - V$. In caſu medio erit $dz = \frac{\mp dV . \overline{z + \frac{r^2}{2\mu}}}{r}$: ergo $u = \frac{\mp 2\mu . \overline{z + \frac{rr}{2\mu}}}{r} - V$: conſtat autem dari $z + \frac{r^2}{2\mu}$ per V.

Determinatio conſtantium dependet a ſtatu initiali corporis & centri: quæ determinatio quomodo facienda ſit, & hac facta quomodo inſtituenda conſtructio, tum ex ſuperiore diſquiſitione, tum ex illis, quæ in hac tradidimus de potentiis attrahentibus, geometram nullum latere poteſt. Quare brevitati conſulentes lectorum induſtriæ hæc omnia relinquamus, ac tandem aggrediamur generale problema, in quo quum methodus prima integrationis deficiat, neceſſarium nobis erit ad ſecundam confugere.

In generali problemate ponimus potentias eſſe in ratione cujuſcumque functionis diſtantiarum a centro. Retentis ſuperioribus denominationibus functio, cui reſpondet potentia, exprimatur litera F. In attrahentibus potentiis (*Fig.* 1.) ubi diſtantia corporis & centri eſt $= e + s - x = z$, habebimus $F . b : F . z :: p : \frac{p F . z}{F . b}$, quæ eſt potentia applicata corpori in diſtantia z. Itaque proveniet æquatio $\frac{2 \varepsilon p . F . z}{F . b} . dx = m\ u du$: atqui $u : V :: dx : ds$, ac propterea $u = \frac{V dx}{ds}$: igitur æquatio fiet $\frac{2 \varepsilon p . F . z}{F . b} dx = \frac{m V dx}{ds} . D \frac{V dx}{ds}$, ſeu $F . z \frac{ds}{V}$ =

$= \frac{m.F.b}{2\epsilon p}.D\frac{Vdx}{ds}$. Quum ſit $e+s-z=x$, erit $ds-dz = dx$: igitur ejecta dx orietur $F.z.\frac{ds}{V} = \frac{mF.b}{2\epsilon p}dV - \frac{mF.b}{2\epsilon p}.D\frac{Vdz}{ds}$. Invenienda eſt z data per V. Conſtat ex dictis eſſe $\frac{VV-CC}{4\mu} = s$; ergo $\frac{VdV}{2\mu} = ds$. Arceamus ds, & fiet $F.z.\frac{dV}{2\mu} = \frac{m.F.b}{2\epsilon p}dV - \frac{mF.b}{2\epsilon p}.D\frac{2\mu dz}{dV}$, & poſita dV conſtante $\overline{\frac{F.z}{2\mu} - \frac{m.F.b}{2\epsilon p}}.dV = -\frac{m\mu F.b.ddz}{\epsilon p dV}$, & multiplicando per $2\mu dV$ fit $\overline{F.z - \frac{m\mu F.b}{\epsilon p}}.dV^2 = -\frac{2m\mu^2 F.b.ddz}{\epsilon p}$. Cauſa brevitatis pono $\frac{\epsilon p}{\mu} = r$, ut reſultet $\overline{F.z - \frac{\mu.F.b}{r}}.dV^2 = -\frac{2\mu^2 F.b.ddz}{r}$.

Quoniam ad integrandam æquationem nihil prodeſt prima methodus, eam multiplicemus per dz, ut altera poſtulat, $\overline{dz.F.z - \frac{\mu.F.b.dz}{r}}.dV^2 = -\frac{2\mu^2.F.b.dzddz}{r}$. Fiat integratio $\int \overline{dz.F.z - \frac{\mu.F.b.z}{r}}.dV^2 = AdV^2 - \frac{\mu^2 F.b.dz^2}{r}$: Si fiat $\int dz.F.z = rG.z$, denotante G congruam functionem, in hanc mutabitur æquatio $\frac{\mu\sqrt{F.b}}{\sqrt{r}}.dz = dV\sqrt{A + \frac{\mu.F.b}{r}z - rG.z}$, ſeu $\frac{\mu\sqrt{F.b}.dz}{\sqrt{rA + \mu.F.b.z - r^2.G.z}} = dV$.

Hæc, quum habeat incognitas ſeparatas, perduci ſemper poteſt ad conſtructionem, quæ ita facienda eſt, ut facta $z = e$ ſit $V = C$. Determinatio autem conſtantis A deſumenda eſt ex proportione, quam habet $dz : dV$ in initio motus, quum ſcilicet $z = e$.

Nullo negotio determinatur velocitas corporis. Namque eſt $V:u::ds:dx = ds - dz$: ergo $u = V - \frac{Vdz}{ds}$; ſed ds =

$= \frac{VdV}{2\mu}$; ergo $u = V - \frac{2\mu dz}{dV} = V - \frac{2\sqrt{rA + \mu F.b.z - r^2 G.z}}{\sqrt{F.b}}$. Quum data ſit z per V, nota fit u, quæ eſt velocitas corporis.

In potentiis repellentibus (*Fig.* 5.), in quibus poſita eſt $e + s + x = z$, eadem methodo pervenimus ad æquationem $F.z.\frac{ds}{V} = \frac{m.F.b}{2\varepsilon p}.D\frac{Vdx}{ds}$. In hac hypotheſi habemus $dx = dz - ds$; ergo $F.z.\frac{ds}{V} = \frac{mF.b}{2\varepsilon p}.D\frac{Vdz}{ds} - \frac{mF.b}{2\varepsilon p}dV$. Quoniam $\frac{VV - CC}{4\mu} = s$, erit $\frac{VdV}{2\mu} = ds$. Ejiciatur ds ab æquatione, & orietur $F.z.\frac{dV}{2\mu} = \frac{mF.b}{2\varepsilon p}.D\frac{2\mu dz}{dV} - \frac{mF.b}{2\varepsilon p}dV$, ſive $\overline{\frac{F.z}{2\mu} + \frac{mF.b}{2\varepsilon p}}.dV^2 = \frac{m\mu F.b}{\varepsilon p}ddz$, facta conſtante dV. Ponatur $\frac{\varepsilon p}{m} = r$, ut ſit $\overline{\frac{F.z}{2\mu} + \frac{F.b}{2r}}.dV^2 = \frac{\mu.F.b.ddz}{r}$. Facta multiplicatione per $2\mu dz$ naſcitur $\overline{dz.F.z + \frac{\mu F.b.z}{r}}.dV^2 = \frac{2\mu^2 F.b.dzddz}{r}$. Integretur $\overline{\int dz.F.z + \frac{\mu F.b.z}{r} + A}.dV^2 = \frac{\mu^2.F.b.dz^2}{r}$, & poſita $\int dz.F.z = rG.z$, provenit $dV = \frac{\mu\sqrt{F.b}.dz}{\sqrt{rA + \mu F.b.z + r^2 G.z}}$, quæ conſtrui poteſt.

Corporis velocitas u eſt ad velocitatem centri V, ut $dx = dz - ds : ds$: igitur $u = \frac{Vdz}{ds} - V = \frac{2\sqrt{rA + \mu F.b.z + r^2 G.z}}{\sqrt{F.b}} - V$, per quam velocitas corporis remanet determinata.

Problema, de quo loquuti ſumus, generalem recipit ſolutionem in duplici hypotheſi, nimirum quum centrum vel motu æquabili progreditur, vel motu æquabiliter accelerato aut retardato. Si alia quacumque lege moveatur centrum, non video, quo pacto æquatio, ad quam pervenimus, poſſit integrari: quare problema ex defectu analyſis re-

Fig. 1.



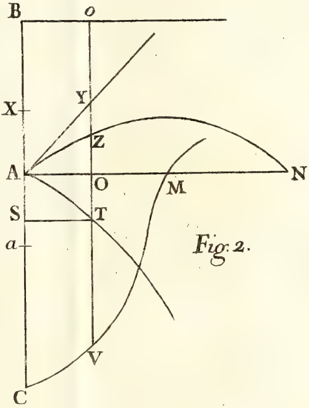


Fig. 2.

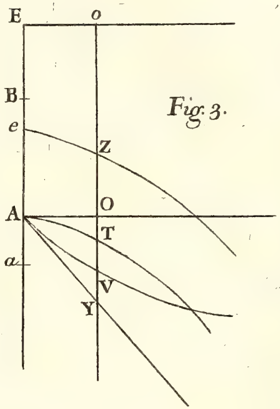


Fig. 3.



Fig. 5.

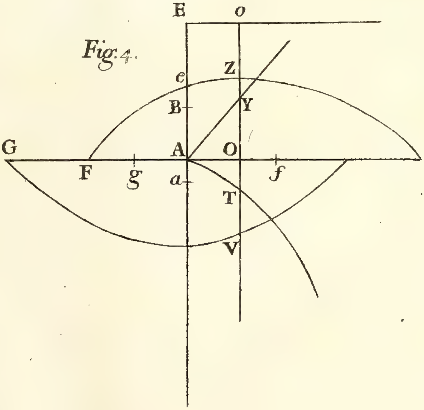


Fig. 4.

remanet inſolutum. Veruntamen ſi potentiæ attrahentes aut repellentes ſervent directam rationem diſtantiarum a centro, methodus ſuppetit, per quam generatim æquationem inventam integramus, & completam problematis ſolutionem exhibemus: quod in ſequenti diſquiſitione demonſtrabimus.

VINCENTII RICCATI

De motu rectilineo corporis attracti, aut repulſi a centro mobili.

DISQUISITIO TERTIA.

De motu Corporis attracti, vel repulſi in ratione directa diſtantiarum a centro, quod quacumque data lege movetur.

Hypotheſis potentiarum, quæ ſervant directam rationem cum diſtantiis a centro, ita cæteras omnes ſimplicitate antecellit, ut tametſi centrum quacumque data lege moveatur, ejuſque velocitas data ſit quomodocumque per ſpatium peractum; tamen ad detegendas proprietates motus corporis attracti vel repulſi æquationem offerat, quæ, niſi deſit induſtria, per canones notæ analyſeos ad integrationem perducitur: quod in aliis hypotheſibus nullo modo licet obtinere. De hac itaque hypotheſi agam in præſenti diſquiſitione, oſtendens, quomodo in ea motus corporis determinetur: quod theoriæ, quam cœpi illuſtrare, non contemnendam addet acceſſionem.

Incipiam a potentiis attrahentibus. Initio motus centrum ſit in A (*Fig.* 1.) corpus in B. Interim dum centrum percurrit A S $= s$, corpus conficiat B X $= x$: velocitas centri in S $= V$, quæ data eſt utcumque per s, velocitas corporis in X $= u$: diſtantia initialis corporis & centri A B $= e$, velocitas initialis centri $= C$, corporis $= c$. Erit diſtantia X S $= z = e + s - x$. Ad habendam potentiam applicatam corpori in X, fiat ut $b : z :: p : \frac{pz}{b}$, quæ erit quæſita potentia. His poſitis ſeſe offert æquatio $\frac{2ep}{b} . zdx$

=

$= m\,u\,d\,u$; atqui $u = \frac{V\,dx}{ds}$; ergo $\frac{2\varepsilon p}{b}.\,z\,dx = \frac{m V dx}{d\,s}$ $.D\frac{V\,dx}{ds}$, ſive $z.\frac{ds}{V} = \frac{mb}{2\varepsilon p}.D\frac{V\,dx}{ds}$. Vocato tempore $=t$, obſervo eſſe $\frac{ds}{V} = \frac{dt}{k}$: ergo, facta ſubſtitutione, $z\,dt = \frac{mbk}{2\varepsilon p}$ $.D\frac{k\,dx}{dt}$, & aſſumpto elemento dt tamquam conſtante $z\,dt^2 = \frac{mbk^2}{2\varepsilon p}ddx$. Fiat $\frac{mbk^2}{2\varepsilon p} = rr$, ut ſit $z\,dt^2 = rr\,ddx$. Quando eſt $z = e + s - x$, erit $x = e + s - z$, & $dx = ds - dz$, & $ddx = dds - ddz$; ergo ſubſtituendo $z\,dt^2 = r^2\,dds - r^2\,ddz$: atqui $ds = \frac{V\,dt}{k}$; ergo $dds = \frac{dV\,dt}{k}$: igitur facta ſubſtitutione $z\,dt^2 = \frac{r^2\,dV\,dt}{k} - r^2\,ddz$, & tranſpoſitis terminis $\frac{r^2}{k}\,dV\,dt - z\,dt^2 - r^2\,ddz = 0$.

Inventæ æquationi accommodo methodum, quam expoſui cap. 9. lib. 3. tom. 2. Inſtitutionum. Eam itaque multiplico per φ, quæ per t erit deinceps determinanda, & æquatio prodibit $\frac{r^2}{k}\,\varphi\,dV\,dt - z\,\varphi\,dt^2 - r^2\,\varphi\,ddz = 0$. Additis detractiſque terminis æqualibus æquationem in hunc modum diſtribuo

$$\left.\begin{array}{l}\frac{r^2}{k}\varphi\,dV\,dt - z\,\varphi\,dt^2 + r^2\,d\varphi\,dz - r^2\,\varphi\,ddz \\ \qquad - r^2 z\,dd\varphi + r^2 z\,dd\varphi - r^2\,d\varphi\,dz\end{array}\right\} = 0.$$

In hac termini omnes integrationem recipiunt, ſi ſecundum excipias. Igitur ſi ponamus ſecundum terminum $= 0$, æquatio integrabilis erit. In hac ſuppoſitione eam integremus, ut, facta diviſione per r^2, ſit $\frac{dt}{k}\int\varphi\,dV + z\,d\varphi - \varphi\,dz = 0$. Illud adverte, in accipienda $\int\varphi\,dV$ neceſſario addendam eſſe conſtantem. Ad determinandam vero φ, fiat ſecundus terminus $= 0$, ut prodeat $\varphi\,dt^2 = - r^2\,dd\varphi$. Hujus æquationis completa integratio, aſſumpto ſinu toto $= r$, præbet hujuſmodi valorem $\varphi = A.\,\mathrm{C\,c}.\,t + B.\,\mathrm{S\,c}.\,t$.

Accipiamus duos valores φ, atque hos maxime ſimplices, nimirum $\varphi = \mathrm{C\,c}.\,t$, $\varphi = \mathrm{S\,c}.\,t$, ut peractis ſubſtitutio-

tionibus naſcantur æquationes duæ

$$\frac{dt}{k}\int dV.\,Cc.t + z.\,dCc.t - dz.\,Cc.t = 0$$

$$\frac{dt}{k}\int dV.\,Sc.t + z.\,dSc.t - dz.\,Sc.t = 0.$$

Multiplicetur prima per $Sc.t$, ſecunda per $Cc.t$, ut fiant

$$\frac{dt.Sc.t}{k}\int dV.\,Cc.t + zSc.t.dCc.t - dz.Cc.t.Sc.t = 0$$

$$\frac{dt.Cc.t}{k}\int dV.\,Sc.t + zCc.t.dSc.t - dzCc.t.Sc.t = 0.$$

Auferatur ſecunda a prima, ut exſurgat $\frac{dt.Sc.t}{k}\int dV.Cc.t$ $- \frac{dt.Cc.t}{k}\int dV.Sc.t + z.\overline{Sc.t.dCc.t - Cc.t.dSc.t} = 0$

atqui $dCc.t = \frac{-dt.Sc.t}{r}$, & $dSc.t = \frac{dt.Cc.t}{r}$: ergo

$$\frac{dt.Sc.t}{k}\int dV.Cc.t - \frac{dt.Cc.t}{k}\int dV.Sc.t - z\,dt.\frac{\overline{Sc.t}^2 + \overline{Cc.t}^2}{r}$$

$= 0$. Si ſubſtituas r^2 pro $\overline{Sc.t}^2 + \overline{Cc.t}^2$, & dividas per dt, obtinebis $\frac{Sc.t}{k}\int dV.Cc.t - \frac{Cc.t}{k}\int dV.Sc.t - rz = 0$;

demum $\frac{Sc.t}{rk}\int dV.Cc.t - \frac{Cc.t}{rk}\int dV.Sc.t = z$. Quoniam V datur per s, t quoque dabitur tum per s, tum per V, ac proinde obtinebimus valorem z. Memento, in ſumendis ſummatoriis duabus addendas eſſe conſtantes, quæ debent determinari ex ſtatu initiali corporis & centri.

Si centri motus ſit æquabilis, & ejus velocitas conſtans $= C$, erit $dV = 0$: ergo ob conſtantes addendas æquatio mutabitur in ſequentem $A.Sc.t - B.Cc.t = z$. Facile deprehendes, hanc æquationem convenire cum ea, quam methodo magis expedita in prima diſquiſitione invenimus, ſi advertas, in ea ſinum totum $= \frac{C\sqrt{mb}}{\sqrt{2ep}}$, in hac ſinum totum $= \frac{k\sqrt{mb}}{\sqrt{2ep}}$: ergo ſinus totus primæ diſquiſitionis ad ſinum totum hujus :: $C : k$. Duobus itaque radiis CK $= \frac{k\sqrt{mb}}{\sqrt{2ep}}$ (*Fig.* 2.), CH $= \frac{C\sqrt{mb}}{\sqrt{2ep}}$ deſcribe circulos concen-

tri-

tricos. Qui ſinus, & coſinus ſumuntur poſito ſinu toto CH, ſupra ſignabimus hoc modo S'c., C'c. Abſcinde arcum KT $= t$, erit TM $=$ Sc.t, CM $=$ Cc.t. Ducto radio CTS, erit $k : C ::$ KT $= t :$ HS $= \frac{Ct}{k}$: ergo NS $=$ S'c $. \frac{Ct}{k}$, & CN $=$ C'c.$\frac{Ct}{k}$; ſed $\frac{Ct}{k} = s$ ergo NS $=$ S'c.s, CN $=$ C'c.s; ſed $k : C ::$ TM : SN :: CM : CN : ergo $k : C ::$ Sc.t : S'c.s :: Cc.t : C'c.s: igitur Sc.$t = \frac{k\,\text{S'c}.s}{C}$, Cc.$t$ $= \frac{k\,\text{C'c}.s}{C}$. Peracta itaque ſubſtitutione æquatio fiet $\frac{Ak}{C}$ S'c.s $- \frac{Bk}{C}$ C'c.$s = z$, quæ convenit cum illa, quæ legitur in prima diſquiſitione: nam quod ibi eſt A, hic eſt $- \frac{Bk}{C}$; & quod ibi eſt B, hic eſt $\frac{Ak}{C}$.

Si motus ſit æquabiliter acceleratus, ſervatis ſpeciebus ſecundæ diſquiſitionis habebimus $V = \sqrt{CC + 4\mu s}$. Quoniam $\frac{ds}{V} = \frac{dt}{k}$, $\frac{ds}{\sqrt{CC+4\mu s}} = \frac{dt}{k}$, ſeu $\frac{k}{2\mu} . \frac{2\mu\, ds}{\sqrt{CC+4\mu s}} = dt$: ergo integrando $\frac{k}{2\mu}\sqrt{CC+4\mu s} = t$, ſive $\sqrt{CC+4\mu s} = V = \frac{2\mu t}{k}$. Quare æquatio evadit $\frac{\text{Sc}.t}{k} \int \frac{2\mu}{k} dt\,\text{Cc}.t - \frac{\text{Cc}.t}{k} . \int \frac{2\mu}{k} dt\,\text{Sc}.t = rz$, ſive $\frac{2\mu}{k^2}\,\text{Sc}.t \int dt\,\text{Cc}.t - \frac{2\mu}{k^2}\,\text{Cc}.t . \int dt\,\text{Sc}.t = rz$. Eſt autem

$\int dt\,\text{Cc}.t = \int r . d\,\text{Sc}.t = r\,\text{Sc}.t + \frac{rk^2}{2\mu} A$; item

$\int dt . \text{Sc}.t = \int -r.d\,\text{Cc}.t = -r\,\text{Cc}.t + \frac{rk^2}{2\mu} B$. Itaque factis ſubſtitutionibus fiet

$$\left.\begin{array}{l} \frac{2\mu r}{k^2} . \overline{\text{Sc}.t}^2 + rA . \text{Sc}.t \\ + \frac{2\mu r}{k^2} . \overline{\text{Cc}.t}^2 - rB . \text{Cc}.t \end{array}\right\} = rz, \text{ ſive } A . \text{Sc}.t - B$$

$. \text{Cc}.t = z - \frac{2\mu r^2}{k^2}$.

Si

Si advertas, in hac ſinum totum $= \frac{k\sqrt{mb}}{\sqrt{2\varepsilon p}}$, quem voco $= r$; in æquatione inventa in ſuperiore diſquiſitione ſinum totum $= \frac{\mu\sqrt{2mb}}{\sqrt{\varepsilon p}}$, quem voco $= r'$; cognoſces, æquationem modo inventam cohærere cum ea, quam faciliori methodo in ſuperiore diſquiſitione invenimus; quod ita oſtendo. Sinus toti ſunt in ratione $k : 2\mu$. Quare ſi cum prædictis radiis r, r' deſcribantur circuli concentrici K T, H S (*Fig.* 2.), & vocetur K T $= t$, & agatur radius C T S, erit $k : 2\mu :: \text{KT} = t : \text{HS} = \frac{2\mu}{k}$; ſed $\frac{2\mu t}{k} = V$, ergo ductis ordinatis $\text{SN} = \text{S}'\text{c}.V$, $\text{CN} = \text{C}'\text{c}.V$, ſigno ſinus & coſinus, qui reſpiciunt ſinum totum $= r'$: atqui $k : 2\mu ::$ $\text{TM} : \text{SN} :: \text{CM} : \text{CN}$; ergo $k : 2\mu :: \text{Sc}.t : \text{S}'\text{c}.V :: \text{Cc}.t :$ $\text{C}'\text{c}.V$; præterea $k : 2\mu :: r : r'$: ergo $\text{Sc}.t = \frac{k}{2\mu}\text{S}'\text{c}.V$, $\text{Cc}.t = \frac{k}{2\mu}\text{C}'\text{c}.V$, & $r = \frac{k}{2\mu}r'$. Igitur peractis ſubſtitutionibus æquatio proveniet $\frac{kA}{2\mu}\text{S}'\text{c}.V - \frac{kB}{2\mu}\text{C}'\text{c}.V = z -$ $\frac{2\mu k^2 r'^2}{4\mu^2 k^2} = z - \frac{r'^2}{2\mu}$, quæ prorſus convenit cum illa, quæ habetur in memorata diſquiſitione, ſi pro $-\frac{kB}{2\mu}$ ſcribas A, & pro $\frac{kA}{2\mu}$ ſcribas B.

Ad inveniendam velocitatem corporis, nempe u, advertendum eſt, $V : u :: ds : dx = ds - dz$: ergo $u = V - \frac{Vdz}{ds}$; ſed $\frac{ds}{V} = \frac{dt}{k}$: ergo $u = V - \frac{kdz}{dt}$. Jam vero differentietur æquatio, quæ inventa eſt inter z, t, ut ſit

$$dz = \frac{d\,\text{Sc}.t\int dV.\text{Cc}.t + dV\,\text{Sc}.t.\text{Cc}.t - d\,\text{Cc}.t\int dV.\text{Sc}.t - dV\,\text{Sc}.t.\text{Cc}.t}{rk} = \frac{dt\,\text{Cc}.t\int dV.\text{Cc}.t + dt\,\text{Sc}.t\int dV.\text{Sc}.t}{r^2 k}:$$

igitur $u = V - \frac{\text{Cc}.t\int dV.\text{Cc}.t}{rr} - \frac{\text{Sc}.t\int dV.\text{Sc}.t}{rr}$. Duabus ſummatoriis addendæ ſunt conſtantes, quæ additæ ſunt antea.

Ea-

Eadem methodus, quæ in potentiis attrahentibus, valet etiam in repellentibus. Centrum repulſionis initio ſit in A (*Fig.* 3.) ejus velocitas $= C$; corpus ſit in B, ejus velocitas $= c$; diſtantia AB $= e$. Dum centrum percurrit AS $= s$, corpus conficiat BX $= x$: diſtantia SX $= z = e + s + x$. Vocata velocitate centri in S $= V$, corporis in X $= u$, eodem, ac antea, modo pervenies ad æquationem $z . \frac{ds}{V} = \frac{mb}{2ep} . D\frac{Vdx}{ds}$; ſed vocato tempore $= t$, eſt $\frac{ds}{V} = \frac{dt}{k}$: ergo $\frac{zdt}{k} = \frac{mb}{2ep} . D\frac{kdx}{dt}$, & ſumpto tamquam manente elemento dt, fiet $zdt = \frac{mbk^2}{2ep} . \frac{ddx}{dt}$. Pone $\frac{mbk^2}{2ep} = rr$, & proveniet $zdt^2 = r^2 ddx$; ſed $dx = dz - ds$, & $ddx = ddz - dds$: igitur $zdt^2 = r^2 ddz - r^2 dds$. Quoniam eſt $ds = \frac{Vdt}{k}$, erit differentiando $dds = \frac{dVdt}{k}$: igitur $zdt^2 = r^2 ddz - \frac{r^2}{k} dVdt$, & tranſpoſitis terminis $\frac{r^2}{k} dVdt + zdt^2 - r^2 dds = 0$.

Ut methodum applicem, multiplico æquationem per φ, ut ſit $\frac{r^2}{k} \varphi dVdt + z\varphi dt^2 - r^2 \varphi ddz = 0$, quam in hunc modum diſtribuo

$$\left.\begin{array}{l}\frac{r^2}{k} \varphi dVdt + z\varphi dt^2 + r^2 d\varphi dz - r^2 \varphi ddz \\ \quad - r^2 z dd\varphi + r^2 z dd\varphi - r^2 d\varphi dz\end{array}\right\} = 0.$$ Omnes

termini integrabiles ſunt, ſecundo excepto; igitur ſi hic $= 0$, integrabilis erit æquatio. In hac ſuppoſitione ſi fiat integratio proveniet $\frac{r^2 dt}{k} \int \varphi dV + r^2 z d\varphi - r^2 \varphi dz = 0$, ſeu facta diviſione per r^2 erit $\frac{dt}{k} \int \varphi dV + z d\varphi - \varphi dz = 0$. In accipienda ſummatoria conſtans addenda eſt. Fiat jam ſecundus terminus $= 0$, & determinabitur φ. Erit $\varphi dt^2 = r^2 dd\varphi$. Aſſumpto ſinu toto $= r$, integratio completa eſt $\varphi = A . \text{Ch} . t + B . \text{Sh} . t$.

Duos valores maxime ſimplices φ eligamus, nempe $\varphi = \text{Ch} . t$, $\varphi = \text{Sh} . t$, quibus ſubſtitutis in æquatione inventa duas æquationes formemus

$\frac{dt}{k}\int dV.Ch.t + z.dCh.t - dzCh.t = 0$

$\frac{dt}{k}\int dV.Sh.t + z.dSh.t - dzSh.t = 0$. Multiplicetur prima per $Sh.t$, ſecunda per $Ch.t$, ut oriantur duæ $\frac{dtSh.t}{k}\int dV.Ch.t + zSh.t.dCh.t - dzSh.t.Ch.t = 0$

$\frac{dtCh.t}{k}\int dV.Sh.t + zCh.t.dSh.t - dzSh.t.Ch.t = 0$. Auferatur ſecunda a prima, ut exſurgat $\frac{dt.Sh.t}{k}\int dV.Ch.t$ $- \frac{dt.Ch.t}{k}\int dV.Sh.t + z.\overline{Sh.t.dCh.t - Ch.t.dSh.t}$ $= 0$; atqui $dCh.t = \frac{dt.Sh.t}{r}$, $dSh.t = \frac{dt.Ch.t}{r}$: igitur ſubſtituendo, & dividendo per dt, $\frac{Sh.t\int du.Ch.t - Ch.t\int dV.Sh.t}{k}$ $+ z.\frac{\overline{Sh.t}^2 - \overline{Ch.t}^2}{r} = 0$: atqui $\overline{Ch.t}^2 - \overline{Sh.t}^2 = rr$; ergo $\frac{Sh.t.\int dV.Ch.t - Ch.t\int dV.Sh.t}{k} = rz$. In accipiendis ſummatoriis ne obliviſcaris conſtantium, quæ addendæ ſunt.

In duabus hypotheſibus motus æquabilis, & motus æquabiliter accelerati æquatio cohærebit cum illis, quas in ſuperioribus diſquiſitionibus invenimus, ſi eam transferas a ſinu toto $\frac{k\sqrt{mb}}{\sqrt{2\epsilon p}}$ ad ſinus totos, quos ibi adhibuimus. In prima, ubi centri conſtans eſt velocitas $= C$, proveniet æquatio $ASh.t - BCh.t = z$. Semiaxe CK $= \frac{k\sqrt{mn}}{\sqrt{2\epsilon p}} = r$ (*Fig.* 4.) deſcribe hyperbolam KT, & ſemiaxe CH $= \frac{C\sqrt{mn}}{\sqrt{2\epsilon p}}$ $= r'$ hyperbolam HS, & produc CT in S. Habebimus KCT : HCS :: $k^2 : C^2$, ſive $\frac{KCT}{k} : \frac{HCS}{C} :: k : C$; ſed $k : C :: \frac{1}{2} r : \frac{1}{2} r'$: ergo $\frac{KCT}{\frac{1}{2}r} : \frac{HCS}{\frac{1}{2}r'} :: k : C$: ergo ſi ſtatuas $\frac{KCT}{\frac{1}{2}r} = t$, erit $\frac{HCS}{\frac{1}{2}r'} = \frac{Ct}{k} = s$: igitur ſi ſignemus ſinus & coſinus

per-

pertinentes ad ſinum totum $= r'$, erunt $SN = S'h.s$, $CN = C'h.s$; ſed $k : C :: TM : SN :: CM : CN$; ergo $k : C :: Sh.t : S'h.s :: Ch.t : C'h.s$; ergo $Sh.t = \frac{k}{C} S'h.s$, $Ch.t = \frac{k}{C} C'h.s$. Igitur æquatio evadet $\frac{Ak}{C} S'h.s - \frac{Bk}{C} .C'h.s = z$, quæ congruit cum ea, quæ legitur in prima diſquiſitione.

In hypotheſi motus æquabiliter accelerati quum ſit $V = \sqrt{CC + 4\mu s}$, inveniemus $V = \frac{2\mu}{k} t$. Æquatio itaque proveniet $\frac{2\mu Sh.t}{k^2} \int dt\, Ch.t - \frac{2\mu Ch.t}{k^2} \int dt\, Sh.t = rz$; ſed $\int dt\, Ch.t = r Sh.t + \frac{rk^2}{2\mu} A$, & $\int dt\, Sh.t = r Ch.t + \frac{rk^2}{2\mu} B$; igitur effectis ſubſtitutionibus fiet

$$\left.\begin{array}{l}\frac{2\mu r}{k^2} \overline{Sh.t}^2 + rA Sh.t \\ -\frac{2\mu r}{k^2} \overline{Ch.t}^2 - rB Ch.t\end{array}\right\} = rz;$$ ſed $\overline{Ch.t}^2 - \overline{Sh.t}^2 = r^2$; ergo $A Sh.t - B Ch.t = z + \frac{2\mu r^2}{k^2}$. Hæc æquatio transferenda eſt a ſinu toto $r = \frac{k\sqrt{mb}}{\sqrt{2ep}}$ ad ſinum totum $r' = \frac{\mu\sqrt{2mb}}{\sqrt{ep}}$. Cum his ſemidiametris, quæ ſunt ut $k : 2\mu$, deſcriptis hyperbolis duabus KT, HS, ſit $\frac{CKT}{\frac{1}{2}r} = t$; erit $k : 2\mu :: \frac{CKT}{\frac{1}{2}r} = t : \frac{CHS}{\frac{1}{2}r'} = \frac{2\mu t}{k} = V$: ergo $NS = S'h.V$, $CN = C'h.V$: ſinus & coſinus ſpectantes ad ſinum totum r' ſupra ſignamus. Atqui $k : 2\mu :: Sh.t : S'h.V :: Ch.t : C'h.V$: ergo $Sh.t = \frac{kS'h.V}{2\mu}$, $Ch.t = \frac{kC'h.V}{2\mu}$: igitur quando etiam $r = \frac{kr'}{2\mu}$, æquatio fiet $\frac{kA}{2\mu} S'h.V - \frac{kB}{2\mu} C'h.V = z + \frac{r'^2}{2\mu}$, quæ convenit cum illa, quam expeditior methodus ſecundæ diſquiſitionis exhibuit.

Proportio $V : u :: ds : dx$ præbebit velocitatem corporis: nam quia $dx = dz - ds$, erit $u = \frac{V dz}{ds} - V$; ſed $\frac{V}{ds} = \frac{k}{dt}$; ergo $u = \frac{k dz}{dt} - V$. Jam vero habemus ab æquatione differentiata $dz = \frac{d\,\text{Sh}.t\int dV.\text{Ch}.t + dV\text{Sh}.t.\text{Ch}.t - d\,\text{Ch}.t\int dV.\text{Sh}.t - dV\text{Sh}.t.\text{Ch}.t}{rk}$

$= \frac{dt\,\text{Ch}.t\int dV.\text{Ch}.t - dt\,\text{Sh}.t\int dV.\text{Sh}.t}{r^2 k}$: ergo

$u = \frac{\text{Ch}.t\int dV.\text{Ch}.t - \text{Sh}.t\int dV.\text{Sh}.t}{rr} - V$. In ſumendis ſummatoriis eædem, quæ antea, addendæ ſunt conſtantes.

In prima diſquiſitione reſolutum eſt problema per æquationem, quæ comparat diſtantias corporis & centri cum ſpatiis a centro motu æquabili peractis: in ſecunda diſquiſitione æquatio, ad quam perveni, confert eaſdem diſtantias cum velocitatibus a centro motu æquabiliter accelerato acquiſitis. Verum in hac diſquiſitione methodi ſimplicitas me duxit ad æquationem, quæ intercedit inter diſtantias & tempora, quibus centrum movetur: imo ſinus totus, ad quem referuntur ſinus & coſinus circulares & hyperbolici, tempus k complectitur. In duabus ſuperioribus diſquiſitionibus prætulimus ſpatia & velocitates temporibus, quibus ſunt proportionales, quia ad conſtructiones peragendas neceſſarium eſt uti quantitatibus, quas per lineas rectas habeamus expreſſas. Spatia a centro peracta per ſe ſunt lineæ rectæ: velocitates docuimus exprimere per lineas rectas, quæ tempore k a mobili conficiuntur. Verum nondum docuimus, quo pacto tempora per lineas rectas repræſententur, quod neceſſario faciendum eſt, ut formulæ inventæ eſſe poſſint utilitati. Aſſumenda eſt linea quælibet ex arbitratu, per quam exprimamus tempus k; tum ſi fiat $k : t$ ut hæc linea aſſumpta ad quartam proportionalem, hæc exprimet tempus t. Hæc ut melius pateant, ſit quælibet linea H: fiat ut $k : t :: H . y$: manifeſtum eſt, haberi t inventa y, quia tempus t æquat quartam proportionalem poſt H, y, k. Linea H major aut minor accipi poteſt prout libet, dummodo dum inter ſe diverſa corpora comparantur, eumdem retineat valorem.

At-

Attamen ne ſpecies novæ non neceſſariæ introducantur, non adhibebimus ſpecies H, y, ſed retinebimus k, t, atque per has intelligemus duas lineas proportionales temporibus k, t, quarum prima conſtans eſt, & ad arbitrium accipi poteſt.

Theoriam generalem, quam complevi, opportunum erit ſaltem in potentiis attrahentibus illuſtrare aliquo exemplo, quod ſit diverſum ab illis, quæ in ſuperioribus diſquiſitionibus fuſius expoſui. Deſcripto radio C A $= a$ (*Fig.* 5.) circulo, centrum attractionis ex puncto A quietis ita moveatur, ut, ordinatis S T, tempora, quibus percurrit ſpatia A S, ſint proportionalia arcubus A T. Sit A D ſpatium illud, quod a centro mobili conficitur tempore k. Ducta ordinata D K, vocetur arcus A K $= \mu$. Fiat ut A K $= \mu$: C A $= a :: k : \frac{ak}{\mu}$, & radio C a $= \frac{ak}{\mu}$ deſcribatur circulus, & producantur radii C K, C T in k, t. Quoniam eſt C A : C a, ſeu $a : \frac{ak}{\mu}$, ſeu $\mu : k$ ita A K $= \mu$: a k, erit a k $= k$: ergo arcus a t expriment tempora motus per A S, & erunt $= t$. Demiſſis ordinatis k d, t s, manifeſtum eſt, eſſe $\mu : k ::$ A S $= s$: a s $= \frac{ks}{\mu}$: igitur $dt = \dfrac{\frac{ak}{\mu}.\frac{kds}{\mu}}{\sqrt{\frac{2ak}{\mu}.\frac{ks}{\mu} - \frac{k^2s^2}{\mu^2}}}$ $= \frac{akds}{\mu\sqrt{2as - ss}}$; ergo $\frac{kds}{dt} = \frac{\mu}{a}\sqrt{2as - ss} = V$; ſed a : S T $= \sqrt{2as - ss} :: \frac{ak}{\mu}$: s t $= \frac{k}{\mu}\sqrt{2as - ss}$; ergo $\frac{\mu}{k}$.s t $= \sqrt{2as - ss}$, & $\frac{\mu^2}{ak}$.s t $= \frac{\mu}{a}\sqrt{2as - ss} = V$.

His generatim ſtatutis maxime ſimplicem hypotheſim contemplor, quum radii C A, C a, & ſinus totus uſurpatus in calculo omnes ſunt inter ſe æquales. Hæc autem eveniunt, ſi valeant duæ æquationes $a = \frac{ak}{\mu}$, $a = r = \frac{k\sqrt{mb}}{\sqrt{2ep}}$, ex quibus proveniunt duæ conditiones $\mu = k$, $\frac{a}{k} = \frac{\sqrt{mb}}{\sqrt{2ep}}$.

In

In hac hypotheſi perſpicuum eſt, S T $= \sqrt{2rs - ss}$ eſſe ſinum arcus A T; ergo $\sqrt{2rs - ss} = Sc.t$; igitur $V = \frac{k}{r} Sc.t$. Jam vero in formula generali inventa hunc valorem ſubſtituentes obtinemus $\frac{Sc.t}{r} \int dSc.t.Cc.t - \frac{Cc.t}{r} . \int dSc.t.Sc.t = rz$. Ut hujus formulæ uſus pateat, inveniendæ ſunt duæ ſummatoriæ $\int dSc.t.Cc.t$, $\int dSc.t.Sc.t$. Quoad primam, ſi pro $dSc.t$ ſubſtituatur $\frac{dtCc.t}{r}$, fiet
$\int dSc.t.Cc.t = \int \frac{dt.\overline{Cc.t}^2}{r} = \frac{rt + Sc.t.Cc.t}{2} + r^2 A$, addita conſtante. Altera $\int dSc.t.Sc.t = \frac{\overline{Sc.t}^2}{2} + r^2 B$. Hi valores ſubſtituantur in formula, & proveniet

$$\frac{tSc.t}{2} + \frac{\overline{Sc.t}^2.Cc.t}{2r} - \frac{\overline{Sc.t}^2.Cc.t}{2r} + rASc.t - rBCc.t = rz, \text{ ſive}$$

$$\frac{tSc.t}{2r} + ASc.t - BCc.t = z.$$

Hæc formula generatim valet, quæcumque ſit poſitio, & velocitas initialis corporis B, quibus non cognitis determinari non poſſunt conſtantes A, B. Ut caſum aliquem ad exemplum proponam, initio motus corpus quieſcat in B (*Fig.* 1.), & ſit B A $= e$. Determinatio conſtantis B facilis eſt, quia facto $t = o$, $Sc.t = o$, $Cc.t = r$, debet eſſe $z = e$; ergo $- Br = e$, ſeu $B = \frac{-e}{r}$. Igitur æquatio fiet $\frac{tSc.t}{2r} + A.Sc.t + \frac{e}{r} Cc.t = z$. Difficilior eſt determinatio conſtantis A. Si tempus t ſit minimum, conſtat, ſpatium s fore $= \frac{t^2}{2r}$. Inveniendum eſt ſpatium x eodem tempuſculo peractum a corpore B. Potentia applicata corpori in B invenietur, ſi fiat $b : e :: p : \frac{ep}{b}$, quæ erit potentia quæſita, quæque tempuſculo t ſpectari poteſt ac debet tamquam conſtans. Æquatio itaque inter minima x, t erit hujuſmodi

juſmodi $x = \frac{spet^2}{mbk^2} = \frac{et^2}{2rr}$. Itaque $s : x :: \frac{1}{2r} : \frac{e}{2rr} :: r : e$; ergo $s : s - x :: r : r - e$; ergo $s - x = s . \frac{r-e}{r}$: demum $z = e + s - x = e + s . \frac{r-e}{r}$; ſed $s = \frac{t^2}{2r}$; ergo $z = e + \frac{t^2 . \overline{r-e}}{2rr}$. His poſitis quoniam, exiſtente t minima, eſt $Sc.t = t$, $Cc.t = r$, fiet æquatio $\frac{tt}{2r} + At + e = e + \frac{t^2 . \overline{r-e}}{2rr}$, ſive $At = -\frac{et^2}{2rr}$, ſive $A = \frac{-et}{2rr}$, quæ proinde minima eſt, & $= 0$: ergo æquatio inter z & t provenit $\frac{t\,Sc.t}{2r} + \frac{e}{r}\,Cc.t = z$.

Contrahamus magis hypotheſim, & ponamus corpus B initio motus eſſe in A ſine ulla velocitate, ut $e = 0$. Habebimus itaque æquationem $\frac{t\,Sc.t}{2r} = z$. In hoc caſu ſpatium a centro confectum eſt $s = r - Cc.t$, centri velocitas $= V = \frac{k}{r}\,Sc.t$, ſpatium confectum a corpore $= s - z = r - Cc.t - \frac{t\,Sc.t}{2r}$. Determinanda eſt velocitas corporis, quæ $= V - \frac{kdz}{dt}$. Jam vero $\frac{dt\,Sc.t + t.dSc.t}{2r} = \frac{dt\,Sc.t}{2r} + \frac{tdt\,Cc.t}{2rr} = dz$; ergo ſubſtituendo $u = V - \frac{k\,Sc.t}{2r} - \frac{kt\,Cc.t}{2rr} = \frac{k\,Sc.t}{r} - \frac{k\,Sc.t}{2r} - \frac{kt\,Cc.t}{2rr} = \frac{k\,Sc.t}{2r} - \frac{kt\,Cc.t}{2rr}$.

Quemadmodum alias fecimus, tabulam exhibeamus, per quam quantitates ſingulæ determinantur, dum tempus æquat multiplum quadrantis $= \omega$.

$t =$	0	ω	2ω	3ω	4ω	5ω	6ω	7ω	&c.
$s =$	0	r	$2r$	r	0	r	$2r$	r	&c.
$V =$	0	k	0	$-k$	0	k	0	$-k$	&c.
$z =$	0	$\frac{\omega}{2}$	0	$-\frac{3\omega}{2}$	0	$\frac{5\omega}{2}$	0	$-\frac{7\omega}{2}$	&c.
$x =$	0	$r-\frac{\omega}{2}$	$2r$	$r+\frac{3\omega}{2}$	0	$r-\frac{5\omega}{2}$	$2r$	$r+\frac{7\omega}{2}$	&c.
$u =$	0	$\frac{k}{2}$	$\frac{2k\omega}{2r}$	$-\frac{k}{2}$	$-\frac{4k\omega}{2r}$	$\frac{k}{2}$	$\frac{6k\omega}{2r}$	$-\frac{k}{2}$	&c.

Quam-

Quamquam per hanc tabulam multa de motu corporis intelligimus, tamen plura fortaſſe remanent obſcura, quæ per calculum & conſtructionem in bono lumine ſunt collocanda.

Hanc ob rem diligenter perpendamus æquationem $\frac{t \text{ S c.} t}{2r} = z$. Perſpicuum eſt, tum $z = 0$, quum $\text{S c.} t = 0$, quod contingit quotieſcumque t fuerit æqualis uni ex ſequentis ſeriei terminis 0, 2ω, 4ω, 6ω &c., quod tabula ipſa quoque manifeſtat. Quare ſi t tamquam abſciſſæ ſpectentur, z tamquam ordinatæ, curva æquationi reſpondens incidet in lineam abſciſſarum, quum t fuerit æqualis alicui ex ſeriei terminis, hoc eſt $= 2n\omega$, exiſtente n quolibet numero integro. Sed quoſnam angulos in his punctis faciet curva cum abſciſſarum linea? Si $t = 0$, palam eſt, $z : t :: \text{S c.} t = t : 2r$, quæ eſt ratio minor quacumque data; curva ergo in initio abſciſſarum lineam continget. Si $t = 2\omega$, ponamus $t = 2\omega + \varphi$, poſita φ minima, & erit $\text{S c.} t = -\text{S c.}\varphi = -\varphi$: ergo $z : -\varphi :: \omega : r$, hoc eſt ſinus anguli facti a curva & abſciſſa eſt ad coſinum $: -\omega : r$, & quia in analogia negativus eſt ſecundus terminus, curva cadet ad partem ordinatarum negativarum. Generatim ſi $t = 2n\omega$, inveniemus per hanc methodum ſinum anguli curvæ & abſciſſæ ad coſinum eſſe ut $n\omega : r$. Si n ſit par, curva ad partes ordinatæ poſitivæ procedet, ſi ſit impar, ad partes ordinatæ negativæ.

Nunc videamus, ubi curva habeat ordinatas maximas vel poſitivas, vel negativas. Differentietur æquatio, & ponatur $dz = 0$, & fiet $dt \text{ S c.} t + t . d\text{S c.} t = 0$, ſive $t\,dt . \text{C c.} t = -r\,dt \text{ S c.} t$: ergo $t \text{ C c.} t = -r \text{ S c.} t$. Quum æquatio hæc valet, ordinata erit maxima vel poſitive, vel negative. Æquatio autem valere non poteſt, niſi alterutra, non autem utraque ex quantitatibus $\text{C c.} t$, $\text{S c.} t$ fuerit negativa. Ex quo intelligimus, ordinatas maximas haberi in ſecundo, quarto, ſexto &c. quadrantibus. Valor autem ordinatæ maximæ proveniet $z = -\frac{t^2 \text{ C c.} t}{2rr}$, qui erit poſitivus, ſi $\text{C c.} t$ fuerit negativus; erit negativus, ſi $\text{C c.} t$ fuerit poſitivus. Primum accidit in ſecundo, ſexto, decimo &c. quadrantibus: alterum in quarto, octavo, duodecimo &c. quadrantibus.

Nunc

Nunc quærendum, ubi habeat flexum contrarium. Differentietur æquatio, & prodit $dt\,\text{Sc}.t + t.d\text{Sc}.t = 2rdz$, ſive $dt\,\text{Sc}.t + \frac{tdt\,\text{Cc}.t}{r} = 2rdz$. Sumpta tamquam manente dt iterum differentietur, & ponatur $ddz = 0$: habebimus $dt.d\text{Sc}.t + \frac{dt^2\text{Cc}.t}{r} + \frac{tdt.d\text{Cc}.t}{r} = 0$, ſive $\frac{dt^2\text{Cc}.t}{r}$ $+ \frac{dt^2\text{Cc}.t}{r} - \frac{tdt^2\text{Sc}.t}{rr} = 0$, & facta diviſione per $\frac{dt^2}{r}$ provenit $2\,\text{Cc}.t = \frac{t\,\text{Sc}.t}{r}$, quæ æquatio quum valet, habetur flexus contrarius. Valere autem non poteſt, niſi $\text{Sc}.t$, $\text{Cc}.t$ fuerit uterque poſitivus, aut uterque negativus, quod obtinetur in primo, tertio, quinto &c. quadrantibus. Quoniam autem $\frac{t\,\text{Sc}.t}{2} = rz$, provenit $\text{Cc}.t = z$: quare ordinata in punctis flexus contrarii erit æqualis coſinui.

Ex his cognoſcimus progreſſum curvæ. In AT (*Fig.6.*) linea abſciſſarum, in qua ſumuntur tempora $= t$, abſcindantur partes A 1, 1 2, 2 3, 3 4 &c. omnes æquales quadranti circuli, cujus radius $= r$. Curva tangit lineam abſciſſarum in puncto A, eique obvertit convexum, tum facto flexu obvertit concavum: ordinatæ creſcunt tum in primo quadrante, tum in parte ſecundi; in puncto autem ſupra definito habetur ordinata maxima, poſt quam decreſcentibus ordinatis curva venit ad ſecandam abſciſſam in fine ſecundi quadrantis, & progreditur ad partes negativas, & primum obvertit abſciſſis convexum, deinde facto flexu concavum: in tertio quadrante, & in parte quarti creſcunt ordinatæ, donec deveniamus ad maximam, deinde fiunt minores, & curva in fine quarti quadrantis incidit in abſciſſam, & ultra eodem paſſu progreditur. Ordinatæ maximæ ſemper majores fiunt. Hæc curva docet, quænam poſt tempora AT ſint diſtantiæ inter corpus & centrum, hoc eſt TZ $= z$, quæ in duobus primis quadrantibus poſitivæ ſunt, in ſecundis duobus negativæ, atque ita deinceps alternatim.

Ut inveniamus ſpatia a corpore peracta, deſcribamus curvam, cujus abſciſſæ $= t$, ordinatæ $= s$ nempe ſpatia confecta a centro. Hæc eſt curva ſinuum verſorum, atque in hunc modum deſcribitur. Normalis AT ducatur AR

æqualis radio, & parallela R O. Ad lineam abſciſſarum A O deſcribatur curva coſinuum circularium A S, cujus prima ordinata eſt A R. Manifeſtum eſt, fore T S $= s$: ergo Z S $= s - z = x$, quæ indicabunt ſpatia a corpore confecta. In quatuor primis quadrantibus hoc ſpatium poſitivum eſt; in quinto & ſexto negativum primum, tum evadit poſitivum, & poſitivum perſeverat in ſeptimo & octavo: atque ita deinceps, quemadmodum figura ob oculos ponit.

Verum non videtur omittenda æquatio inter t, & x, quæ eſt hujuſmodi $r - \mathrm{C\,c}.\,t - \frac{t\,\mathrm{S\,c}.\,t}{2\,r} = x$. Ordinata x nulla eſt, quum valet hæc æquatio $r - \mathrm{C\,c}.\,t = \frac{t\,\mathrm{S\,c}.\,t}{2\,r}$. Æquatio primum valet, quotieſcumque $\mathrm{S\,c}.\,t = 0$, & $\mathrm{C\,c}.\,t = r$, quod evenit in principio primi, quinti, noni &c. quadrantis, ut ex tabula etiam cognoſcimus. Definiamus angulos, quos curva in his punctis facit cum linea abſciſſarum. In initio curvæ, ſeu primi quadrantis, quoniam facta t minima incertum eſt, quinam ordines infiniteſimorum poſſint negligi, qui autem ſecus, confugiamus ad notas ſeries, per quas omnis ambiguitas tolletur. Norunt omnes

$$\mathrm{S\,c}.\,t = t - \frac{t^3}{2.3.r^2} + \frac{t^5}{2.3.4.5.r^4} - \frac{t^7}{2.3.4.5.6.7.r^6}\ \&c.$$

$$\mathrm{C\,c}.\,t = r - \frac{t^2}{2\,r} + \frac{t^4}{2.3.4.r^3} - \frac{t^6}{2.3.4.5.6.r^5} + \frac{t^8}{2.3.4.5.6.7.8.r^7}\ \&c.$$

ergo

$$\frac{t\,\mathrm{S\,c}.\,t}{2\,r} = \frac{t\,t}{2\,r} - \frac{t^4}{2.2.3.r^3} + \frac{t^6}{2.2.3.4.5.r^5} - \frac{t^8}{2.2.3.4.5.6.7.r^7}\ \&c.$$

$$r - \mathrm{C\,c}.\,t = \frac{t\,t}{2\,r} - \frac{t^4}{2.3.4.r^3} + \frac{t^6}{2.3.4.5.6.r^5} - \frac{t^8}{2.3.4.5.6.7.8.r^7}\ \&c.$$

Igitur facta terminorum reductione

$$r - \mathrm{C\,c}.\,t - \frac{t\,\mathrm{S\,c}.\,t}{2\,r} = x = \frac{t^4}{2.3.4.r^3} - \frac{2\,t^6}{2.3.4.5.6.r^5} + \frac{3\,t^8}{2.3.4.5.6.7.8.r^7}\ \&c.$$

Facta t minima omittantur termini omnes præter primum, & fiet $x = \frac{t^4}{2.3.4.r^3}$, quæ pertinet ad quartum ordinem infiniteſimorum. Curvam itaque in eo puncto oſculatur parabola quarti gradus. Cognoſcimus item differentiam inter

s, z,

s, z, facta t minima, eſſe infiniteſimam quarti ordinis. Quoad reliqua puncta ut angulus determinetur, fiat $t = \overline{4n\omega + \varphi}$, poſito n numero integro, & φ minima: erit $Cc.\overline{4n\omega+\varphi} = Cc.\varphi$, & $Sc.\overline{4n\omega+\varphi} = Sc.\varphi$. Itaque fiet $r - Cc.\varphi - \left(\frac{4n\omega+\varphi}{2r}\right.Sc.\varphi = x$; ſed tam $r - Cc.\varphi$, quam $\frac{\varphi Sc.\varphi}{2r}$ minima eſt reſpectu $\frac{4n\omega.Sc.\varphi}{2r}$: ergo $\frac{-4n\omega Sc.\varphi}{2r} = -\frac{4n\omega\varphi}{2r} = x$: ergo $-x:\varphi$, ſeu ſinus anguli ad coſinum $:: 4n\omega : 2r$. Curva vero ob x negativam poſt hæc puncta progreditur ad partem ordinatarum negativarum.

Sed præter definita puncta in aliis infinitis valet æquatio $r - Cc.t = \frac{tSc.t}{2r}$. Quum autem $r - Cc.t$ ſit ſemper poſitiva, ad eos quadrantes ea puncta debent pertinere, ubi $Sc.t$ eſt poſitivus. In primo & ſecundo æquatio valere non poteſt; quod ita demonſtro. Super diametrum $KH = 2r$ (*Fig.* 7.) deſcribatur ſemicirculus KFH, & ex puncto K erigatur tangens normalis diametro KH. Si valere poteſt æquatio, valeat in arcu KF, ut, ordinata FI, ſit KH $= 2r$ ad arcum KF $= t$, ut FI $= Sc.t$: KI $= r - Cc.t$. Ducatur HFT, & centro H radio HK deſcribatur arcus KG, & jungatur KF. Notum eſt, eſſe FI : KI :: HK : KT: ergo erit HK ad arcum KF :: HK : KT: ergo arcus KF = KT; ſed arcus KF = arcum KG: ergo arcus KG = KT: quod eſt abſurdum; quia tangens KT eſt ſemper major arcu KG. Igitur noſtra æquatio in duobus primis quadrantibus locum habere non poteſt. Sed neque valet in quinto, nono, decimotertio &c. quadrantibus. Fiat enim $t = 4n\omega + \varphi$, erit $Sc.t = Sc.\varphi$, & $Cc.t = Cc.\varphi$: ergo $2r : 4n\omega + \varphi :: Sc.\varphi : r - Cc.\varphi$; ſed $4n\omega > 4r$: ergo $r - Cc.\varphi > 2Sc.\varphi$, quod fieri non poteſt. Igitur puncta non poſſunt pertinere ad quintum, nonum, decimumtertium &c. quadrantes. Igitur locum dumtaxat habet æquatio in ſexto, decimo, decimoquarto &c. quadrantibus, in quibus curva lineam abſciſſarum ſecat.

Neceſſarium eſt modo determinare, quandonam ſpatia x a corpore peracta ſint maxima vel poſitive, vel negative. Differentietur æquatio $r - Cc.t - \frac{tSc.t}{2r} = x$, & ponatur

$dx = 0$, ut ſit $-dCc.t - \frac{dtSc.t}{2r} - \frac{t.dSc.t}{2r} = 0$, ſive $\frac{dtSc.t}{r} - \frac{dtSc.t}{2r} - \frac{tdtCc.t}{2rr} = 0$, ex qua $Sc.t = \frac{tCc.t}{r}$. Ad hanc ſalvandam debet $Sc.t$, & $Cc.t$ aut uterque eſſe poſitivus, aut uterque negativus, quod contingit in primo, tertio, quinto &c. quadrantibus. In primo deſignat initium ipſum, ubi $x = 0$, in tertio ſpatium maximum eſt poſitivum, in quinto negativum, atque ita deinceps alternatim. Hæc ſpatia maxima tum poſitiva, tum negativa, aucto quadrantum numero, ſemper fiunt majora.

Reſtat, ut flexus contrarios determinemus. Differentietur æquatio $-dCc.t - \frac{dtSc.t}{2r} - \frac{t.dSc.t}{2r} = dx$, ſive $\frac{dt.Sc.t}{r} - \frac{dtSc.t}{2r} - \frac{tdtCc.t}{2rr} = dx$, unde $\frac{dtSc.t}{2r} - \frac{tdtCc.t}{2rr} = dx$. Manente dt differentietur iterum, & ponatur $ddx = 0$, & prodibit $\frac{dt.dSc.t}{2r} - \frac{dt^2.Cc.t}{2rr} - \frac{tdt.dCc.t}{2rr} = 0$, vel $\frac{dt^2Cc.t}{2rr} - \frac{dt^2Cc.t}{2rr} + \frac{tdt^2Sc.t}{2r^3} = 0$, ex qua fit $tSc.t = 0$, quæ vera erit, quotieſcumque $Sc.t = 0$, hoc eſt in initio primi, tertii, quinti &c. quadrantis, in quibus punctis curva gaudet flexu contrario.

Progreſſum curvæ oſtendit Fig. 8. Diviſa in quadrantes linea abſciſſarum A T, curva eam tangit in puncto A, eique obvertit convexum, donec in initio quadrantis tertii ſeſe in contrarium flectat, & obvertat concavum; intra hunc tertium quadrantem habet ordinatam maximam, & deinceps ad lineam abſciſſarum accedit, eamque ſecat in initio quadrantis quinti, intra quem prædita eſt ordinata negativa maxima; tum iterum ſecat abſciſſas intra ſextum quadrantem; intra ſeptimum ordinata fit maxima; demum curva in initio noni quadrantis rurſus abſciſſas ſecat, atque ita deinceps progreſſu ſatis manifeſto.

Nunc ad curvam velocitatum advertendus eſt animus, cujus æquatio eſt hujuſmodi $u = \frac{k}{2r}.Sc.t - \frac{tCc.t}{r}$. Ex hac apparet, fore velocitatem $= 0$, quum $Sc.t = \frac{tCc.t}{r}$,

quæ

quæ æquatio locum habet in primo, tertio, quinto &c. quadrantibus; in primo autem valet, quum $t = o$. Ex æquationum vero comparatione apparet, eidem abſciſſæ convenire velocitatem nullam, & maximum ſpatium confectum a corpore vel ad unam, vel ad oppoſitam partem: quod facile aliunde cuique conſtare debet. Sed videndum quem angulum faciat curva in initio cum linea abſciſſarum. Quoniam incertum eſt, quinam ordines infiniteſimorum poſſint omitti, qui vero ſecus, confugiamus ad ſeries ſupra poſitas, per quas inveniemus

$\frac{t\,Cc.t}{r} = t - \frac{t^3}{2rr} + \frac{t^5}{2.3.4.r^4} - \frac{t^7}{2.3.4.5.6.r^6}$ &c.: ergo

$Sc.t - \frac{t\,Cc.t}{r} = \frac{2\,t^3}{2.3.r^2} - \frac{4.t^5}{2.3.4.5.r^4} + \frac{6\,t^7}{2.3.4.5.6.7.r^6}$ &c., in qua

omnes termini omitti poſſunt præter primum. Igitur $u = \frac{k\,t^3}{2.3.r^3}$, quæ eſt infiniteſima tertii ordinis. Curvam itaque in initio oſculatur parabola prima cubica.

Determinentur nunc velocitates maximæ vel poſitivæ, vel negativæ. Differentietur æquatio, & ponatur $du = o$. Fit $dSc.t - \frac{dt\,Cc.t}{r} - \frac{t.dCc.t}{r} = o$, ſive $\frac{dt\,Cc.t}{r} - \frac{dt\,Cc.t}{r}$ $+ \frac{tdt\,Sc.t}{rr} = o$, ex qua fluit $t\,Sc.t = o$, quod continget, quum t æquabit aliquem ex terminis ſeriei o, $2\,\omega$, $4\,\omega$ &c., hoc eſt quum nulla eſt diſtantia corporis a centro. Quare pro his caſibus velocitas $u = \frac{k}{2r}.\frac{-t\,Cc.t}{r}$. Quum $t = o$, velocitas nulla eſt; quum æquat $2\,\omega$, $6\,\omega$, $10\,\omega$ &c., velocitas maxima eſt poſitiva, & fit $= \frac{k}{2r}.t$; demum quum æquat $4\,\omega$, $8\,\omega$, $12\,\omega$ &c., velocitas maxima negativa eſt, & $= - \frac{k}{2r}.t$. Has velocitates inveniemus in tabula, eaſque nunc maximas eſſe conſtat.

Differentietur æquatio bis, & ponatur $ddu = o$, ut determinetur locus flexuum contrariorum, & invenietur $tdt.dSc.t + dt^2\,Sc.t = o$, $\frac{tdt^2\,Cc.t}{r} + dt^2\,Sc.t = o$, ex qua $Sc.t = - \frac{t\,Cc.t}{r}$, quæ valet, ſi $Sc.t$, & $Cc.t$ non ſit

uter-

uterque poſitivus, aut uterque negativus; hoc eſt in ſecundo, quarto, ſexto &c. quadrantibus. Quapropter flexus contrarius reſpondet punctis, quibus convenit maxima diſtantia corporis & centri.

Progreſſus curvæ indicatur a Fig. 9. Curva tangit lineam abſciſſarum in A, & eidem convexum obvertit; tum inter puncta 1, 2 ſe inflectit, & concavum volvit; ad punctum 2 habet maximam ordinatam; inter puncta 2, 3 ſecat abſciſſas, eiſque deinde convexum obvertit; inter puncta 3, 4 ſe inflectit, & concavum volvens ad punctum 4 habet maximam ordinatam, atque ita deinceps. Ordinatæ maximæ vel poſitivæ, vel negativæ eo majores fiunt, quo creſcit quadrantum numerus. Hæc omnia proprietates motus corporis clariſſime manifeſtant.

Poſſem ſimili modo evolvere caſum, ubi diſtantia initialis corporis & centri finita eſt, & $= e$: ſed quoniam poſui trium circulorum radios a, $\frac{ak}{\mu}$, $r = \frac{k\sqrt{mb}}{\sqrt{2\varepsilon p}}$ æquales eſſe, non poſſum unum imminuere, quin alii quoque ſimiliter minuantur. Ut cognoſcam quid eveniat, ſi radius $= a$ magis magiſque decreſcat, mutans nonnihil hypotheſim ſecundum exemplum addo, & ſuppono quidem radios $\frac{ak}{\mu}$, r æquales inter ſe, ſed radium a quemcumque. Sit itaque C A $= a$ (*Fig.* 5.), C a $= r = \frac{ak}{\mu}$, ex qua æqualitate deſcendit $\frac{\mu}{a} = \frac{k}{r}$. Centrum attractionis initio ſit in A, corpus in a ſine ulla velocitate, eorumque diſtantia $= e = r - a$. Diximus, fore a t $= t$; ergo s t $=$ S c. t, C s $=$ C c. t; $k : \mu$ :: s t $=$ S c. t : S T $= \frac{\mu}{k}$ S c. t. Similiter oſtendam C S $= \frac{\mu}{k}$ C c. $t = \frac{a}{r}$ C c. t: ergo A S $= a - \frac{a}{r}$ C c. $t = \frac{a}{r} . \overline{r - \text{C c}.t}$. Velocitas autem centri $V = \frac{\mu}{a}\sqrt{2as - ss} = \frac{k}{r}\sqrt{2as - ss} = \frac{k}{r}$. S T $= \frac{ka}{rr}$. S c. t; ergo differentiando $dV = \frac{ka}{rr}. d$ S c. $t = \frac{kadt}{r^3}$ C c. t.

Con-

Conſtituatur hic valor in formula inventa, ut oriatur $\frac{a\,Sc.t}{r^4}\int dt.\overline{Cc.t}^2 - \frac{a\,Cc.t}{r^3}\int d\,Sc.t.Sc.t = z$. Summatoriæ autem incluſæ, ut conſtat ex ſuperioribus, ſunt hujuſmodi $\int dt.\overline{Cc.t}^2 = \frac{r^2t + r\,Sc.t.Cc.t}{2} + \frac{r^4 A}{a}$, $\int d\,Sc.t.Sc.t = \frac{\overline{Sc.t}^2}{2} + \frac{r^3 B}{a}$. Quare æquatio in hanc mutatur

$$\frac{at\,Sc.t}{2rr}\begin{matrix} + \frac{a\,\overline{Sc.t}^2.Cc.t}{2r^3} \\ - \frac{a\,\overline{Sc.t}^2.Cc.t}{2r^3} \end{matrix} + A\,Sc.t - B\,Cc.t = z,$$ ſive

$\frac{at\,Sc.t}{2rr} + A\,Sc.t - B\,Cc.t = z$. Hæc æquatio intercedit inter t, & z.

Definiendæ ſunt conſtantes A, B. Si $z = e$, eſt t, & $Sc.t = 0$, & $Cc.t = r$: ergo $B = -\frac{e}{r}$. Quapropter æquatio prodit $\frac{at\,Sc.t}{2rr} + A\,Sc.t + \frac{e}{r}Cc.t = z$. Ad determinandam conſtantem A, invenienda eſt primum potentia applicata corpori in puncto a. Fiat ut $b : e :: p : \frac{ep}{b}$: hæc erit potentia quæſita, quæ per minimum tempuſculum ut conſtans ſpectanda eſt. Quare æquatio inter minimas x, t erit hujuſmodi $x = \frac{2pet^2}{mbk^2} = \frac{et^2}{2rr}$. Spatium a centro confectum ita per tempus exprimitur $s = \frac{a}{r}.\overline{r - Cc.t}$; atqui $r - Cc.t = \frac{tt}{2r}$, facta t minima: ergo $s = \frac{at^2}{2rr}$. Itaque $s : x :: \frac{at^2}{2rr} : \frac{et^2}{2rr} :: a : e$; ergo $s : x - s = e - z :: a : e - a$; ergo $s = \frac{a.\overline{e-z}}{e-a}$; ſed $s = \frac{t^2}{2r}$; ergo $\frac{t^2}{2r} = \frac{a.\overline{e-z}}{e-a}$, ſive $\frac{\overline{e-a}.t^2}{2ra} = e - z$; demum $z = e - \left(\frac{\overline{e-a}.t^2}{2ra}\right.$. Jam vero facta t minima æquatio exſurgit $\frac{at^2}{2r^2} + At + e = e - \left(\frac{\overline{e-a}.t^2}{2ra}\right.$: ergo

At

$At = -\left(\frac{\overline{e-a}.t^2}{2ra} - \frac{at^2}{2r^2} = \frac{-re+ra-aa}{2r^2a}.t^2\right.$, & $A = \frac{-re+ra-aa}{2r^2a}$ $.t$; ſed hæc minima eſt: ergo $A = o$. Quapropter æquatio rite integrata eſt hujuſmodi $\frac{at\,\mathrm{S\,c}.t}{2rr} + \frac{e}{r}\,\mathrm{C\,c}.t = z$.

Ex hac, & ex illa, quæ comparat tempora & ſpatia a centro tranſacta, nimirum $s = \frac{a}{r}.\overline{r - \mathrm{C\,c}.t}$, deſcendit ea, per quam ſpatia a corpore confecta cum temporibus conferuntur. Etenim $x = e + s - z = e + \frac{a}{r}.\overline{r - \mathrm{C\,c}.t} - \frac{e}{r}\,\mathrm{C\,c}.t$ $- \frac{at\,\mathrm{S\,c}.t}{2rr}$, quæ ad hanc reducitur $x = e + a - \left(\frac{e+a}{r}.\mathrm{C\,c}.t\right.$ $- \frac{at\,\mathrm{S\,c}.t}{2rr} = r - \mathrm{C\,c}.t - \frac{at\,\mathrm{S\,c}.t}{2rr}$. Quoniam data eſt velocitas centri, ſcilicet $V = \frac{ka}{rr}\,\mathrm{S\,c}.t$, invenietur velocitas corporis per analogiam $V:u::ds:dx$. Per differentiationem detegitur $ds = \frac{a}{r}.-d\,\mathrm{C\,c}.t = \frac{adt\,\mathrm{S\,c}.t}{rr}$. Item $dx = -d\,\mathrm{C\,c}.t$ $- \frac{adt\,\mathrm{S\,c}.t}{2rr} - \frac{at.d\,\mathrm{S\,c}.t}{2rr} = \frac{dt\,\mathrm{S\,c}.t}{r} - \frac{adt\,\mathrm{S\,c}.t}{2rr} - \frac{atdt\,\mathrm{C\,c}.t}{2r^3}$ $= \frac{\overline{2r-a}.dt\,\mathrm{S\,c}.t}{2rr} - \frac{atdt\,\mathrm{C\,c}.t}{2r^3}$. Igitur $V:u::a\,\mathrm{S\,c}.t:$ $\frac{\overline{2r-a}.\mathrm{S\,c}.t}{2} - \frac{at\,\mathrm{C\,c}.t}{2r}$; ſed $V = \frac{ka}{rr}\,\mathrm{S\,c}.t$: ergo u $= \frac{k.\overline{2r-a}.\mathrm{S\,c}.t}{2rr} - \frac{kat\,\mathrm{C\,c}.t}{2r^3}$.

Per haſce æquationes formemus de more ſequentem tabulam

$t =$	o	ω	2ω	3ω	4ω	5ω	6ω	&c.
$s =$	o	a	$2a$	a	o	a	$2a$	&c.
$V =$	o	$\frac{ka}{r}$	o	$\frac{-ka}{r}$	o	$\frac{ka}{r}$	o	&c.
$z =$	e	$\frac{a\omega}{2r}$	$-e$	$\frac{-3a\omega}{2r}$	e	$\frac{5a\omega}{2r}$	$-e$	&c.
$x =$	o	$r - \frac{a\omega}{2r}$	$2r$	$r + \frac{3a\omega}{2r}$	o	$r - \frac{5a\omega}{2r}$	$2r$	&c.
$u =$	o	$\frac{2r-a}{2r}k$	$\frac{a\omega k}{rr}$	$-\left(\frac{2r-a}{2r}k\right.$	$\frac{-2a\omega k}{rr}$	$\frac{2r-a}{2r}k$	$\frac{3a\omega k}{rr}$	&c.

Quæ

Quæ confectaria ex hac tabula erui poſſint, operæ pretium eſt perpendere diligenter.

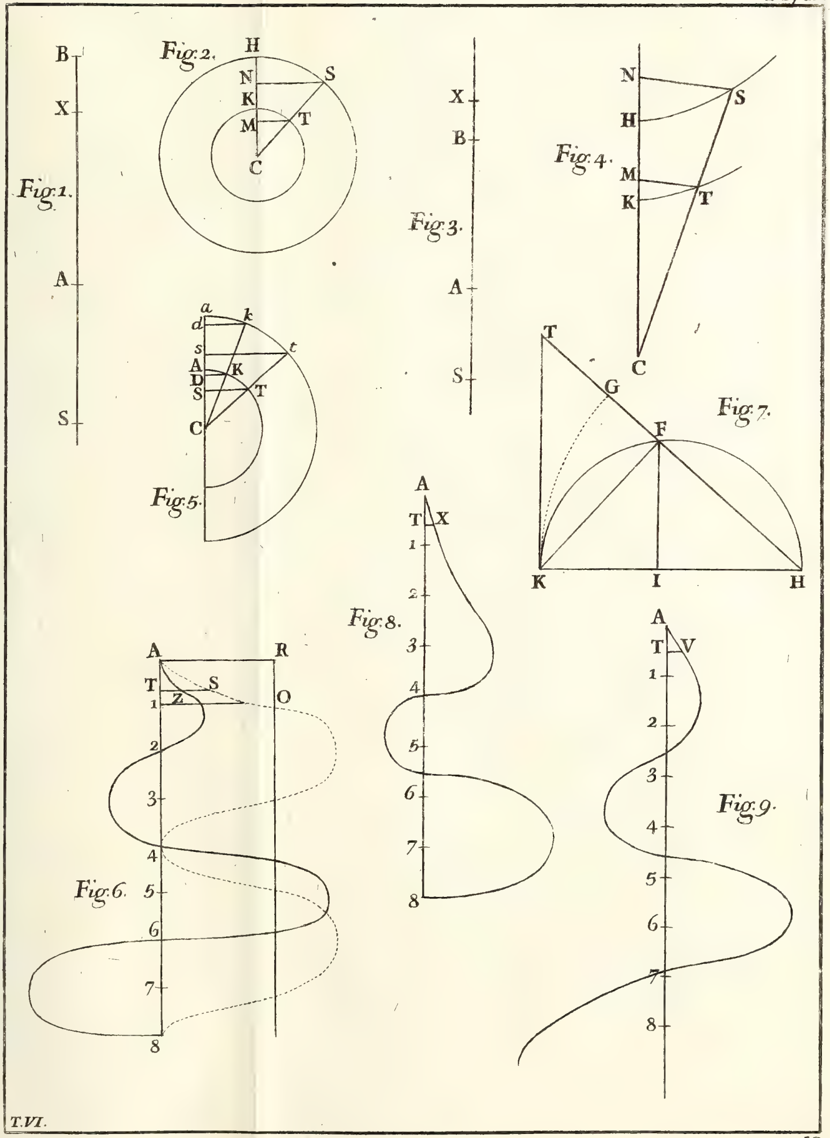
Si radius $a = o$, omnis motus tollitur a centro attractionis, & ſeſe offert hypotheſis centri immobilis, ubi quantitates s, V, hoc eſt ſpatia a centro peracta, ejuſque velocitates nulleſcunt. In hac hypotheſi corpus a puncto, ubi initio quieſcit, tempore ω fertur ad centrum, percurrens ſpatium $= e = r$, ibique præditum eſt velocitate $= k$. Secundo tempore ω ultra centrum progreditur, & poſt confectum ſpatium $= e = r$ velocitatem omnem amittit. Tertio tempore ω redit ad centrum, & acquirit velocitatem $= x$ per directionem oppoſitam. Demum quarto tempore ω percurrit ſpatium $= e = r$, regreditur ad punctum, ex quo initio diſceſſit, ibique quieſcit. Circumſtantiæ itaque, quæ initio motus habebantur, rurſus ſeſe offerunt: quare corpus motus hoſce reciprocos in infinitum iterabit.

In hanc ipſam recidit hypotheſis, in qua radius a concipitur minimus & infiniteſimus geometrice. Etenim diſtantiæ $= z$ in hypotheſi a nullius poſt tempora $2\omega, 4\omega, 6\omega$ &c. inveniuntur $= e = r$; in hypotheſi a infiniteſimæ prodeunt $= e = r - a$, ac proinde non differunt niſi per quantitatem a geometrice infiniteſimam, ac tuto contemnendam: poſt tempora vero $\omega, 3\omega, 5\omega$ &c., poſita $a = o$, ſemper inveniuntur $= o$; non neglecta a creſcunt quidem per quantitates $\frac{a\omega}{2r}$, $\frac{3a\omega}{2r}$, $\frac{5a\omega}{2r}$ &c., quæ modo ſunt poſitivæ, modo negativæ, at ſemper geometrice infiniteſimæ, adeoque tuto negligi poſſunt. Idem dicendum de ſpatiis peractis a corpore, quia, computato radio a, hæc ſpatia deficiunt vel ſuperant ſpatia peracta in hypotheſi centri immobilis per eaſdem quantitates geometrice infiniteſimas. Idem dicendum de velocitatibus, quæ poſt tempora $\omega, 3\omega, 5\omega$ &c. omiſſa a inveniuntur ſemper $= k$, at non omiſſa, inveniuntur minores per quantitatem $\frac{ak}{2r}$, quæ eſt minima geometrice: poſt tempora vero $2\omega, 4\omega, 6\omega$ &c. reperiuntur creſcere per ſeriem arithmeticam $\frac{ka\omega}{rr}$, $\frac{2ka\omega}{rr}$, $\frac{3ka\omega}{rr}$ &c., cujus termini modo poſitivi modo negativi ſunt ſemper minimi geometrice, & pro nullis haberi poſſunt: & nulli reapſe ſunt in hypotheſi centri immobilis.

Veruntamen licet ne negligere motum centri attrahentis, ſi radius $= a$ ſit phyſice minimus, hoc eſt inſenſibilis? Si centrum attrahens dumtaxat ſpectemus, nihil eſt, quod prohibeat. Namque centrum hoc numquam diſtat ab initio motus niſi per diſtantias phyſice minimas, & inſenſibiles, neque velocitates habet niſi minimas & inſenſibiles, & errores, qui committuntur, ſeſe invicem corrigunt, neque ita colliguntur in ſummam, ut quid ſenſibile umquam efficere poſſint. Verum ſi motum corporis ſpectemus, idem ne licebit pronunciare? Si negligatur motus centri, diſtantiæ corporis a centro poſt tempora 2ω, 4ω, 6ω &c. per ſolam quantitatem minimam $= a$ differunt a veris, quæ inveniuntur conſiderato motu centri: aſt poſt tempora ω, 3ω, 5ω &c. non computato motu centri ſunt ſemper $= 0$, computato vero inveniuntur ſucceſſive augeri per ſeriem arithmeticam $\frac{a\omega}{2r}$, $\frac{3a\omega}{2r}$, $\frac{5a\omega}{2r}$ &c., atque alternatim ſunt poſitivæ, & negativæ. Initio quidem iſtæ minimæ ſunt phyſice, & pro nullis haberi poſſunt; ſed quum ſeries numerorum imparium in infinitum augeri poſſit, aucto temporum numero, tandem evadent ſenſibiles, neque contemnendæ.

Ut hoc clarius pateat, ſupponamus partem milleſimam radii $= r$ eſſe quantitatem phyſice minimam & inſenſibilem, ſed partem centeſimam ſenſibilem eſſe, neque contemni poſſe. Ponamus $a = \frac{r}{1000}$; diſtantiæ fient $\frac{\omega}{2000}$, $\frac{3\omega}{2000}$, $\frac{5\omega}{2000}$ &c. ita, ut exprimente n quocumque numero integro, incipiendo ab unitate, terminus generalis ſit $\frac{\overline{2n-1}.\omega}{2000}$. Fiat $n = 11$; ergo diſtantia corporis a centro erit $\frac{21.\omega}{2000}$ $= 0.0105\,\omega$, quæ eſt major parte centeſima ω, adeoque parte centeſima r, qui eſt $< \omega$. Facta $n = 11$, erit $2n - 1$ $= 21$, qui numerus indicat numerum temporum ω elapſorum: igitur poſt tempora $21\,\omega$ ſenſibilis facta eſt diſtantia corporis a centro, quæ tamquam nulla conſideratur: atque ita error, auctis temporibus, augetur, ut tandem diſtantia corporis a centro evadat major illa, quæ in initio motus habebatur. Idem dic de ſpatiis confectis a corpore, quæ

per


Fig. 1.
B
X
A
S
Fig. 2.
H
N
S
K
M
T
C
Fig. 3.
X
B
A
S
Fig. 4.
N
S
H
M
K
T
C
Fig. 5.
a
k
d
s
t
A
K
D
S
T
C
Fig. 7.
T
G
F
K
I
H
Fig. 6.
A
R
T
S
Z
O
1
2
3
4
5
6
7
8
Fig. 8.
A
T
X
1
2
3
4
5
6
7
8
Fig. 9.
A
T
V
1
2
3
4
5
6
7
8

T.VI.

per eamdem quantitatem differunt ab illis, quæ haberentur poſita $a = 0$.

Quoad velocitates: verum eſt, eas, quæ acquiruntur temporibus ω, 3ω, 5ω &c., non neglecta a non differre ab illis, quæ haberentur neglecta a, niſi per quantitatem $\frac{ak}{2r}$, quæ ſemper minima eſt, ac prorſus inſenſibilis: ſed eæ, quæ acquiruntur temporibus 2ω, 4ω, 6ω &c., ita non omiſſa a ſucceſſive creſcunt per ſeriem arithmeticam $\frac{ka\omega}{rr}$, $\frac{2ka\omega}{rr}$, $\frac{3ka\omega}{rr}$ &c., ut peractis aliquot temporibus fiant ſenſibiles, & non contemnendæ, dum neglecta a nullæ omnino eſſe invenirentur. Hæc, quæ geometrice demonſtrata ſunt, luce meridiana clarius oſtendunt, quanta cautione opus ſit in negligendis quantitatibus inſenſibilibus, & phyſice infiniteſimis. Nam quamvis ea, quæ omittuntur, ſint phyſice minima, neque umquam coeant in ſummam ſenſibilem; tamen accidere poteſt, ut ea, quæ conſequuntur, tandem fiant ſenſibilia, atque adeo in errorem incurratur ſatis ſenſibilem, & non contemnendum.

Non eſſet difficile, ex inventis æquationibus plura conſectaria deducere, atque per eas geometricas conſtructiones adornare. Veruntamen nulla alia de cauſa protuli exemplum hoc ſecundum, niſi ut evidentiſſime probarem, ad inveniendas genuinas proprietates motus corporis non licere negligere tamquam nullum motum corporis etiamſi phyſice minimum & inſenſibilem. Quod quum clariſſime per inventam tabulam præſtiterim, reliqua omnia lectorum induſtriæ relinquo, & diſquiſitioni finem impono.

VINCENTII RICCATI

De motu rectilineo corporis attracti, aut repulſi a centro mobili.

Disquisitio Quarta.

De motu Corporis, quod iter facit in medio reſiſtente in ratione velocitatis, & quod in ratione diſtantiæ attrahitur, aut repellitur a centro quacumque lege gradiente.

QUi Mechanici in eo operam collocarunt, ut conjungerent potentias attrahentes aut repellentes cum reſiſtentia, quam patiuntur corpora itinerantia per fluidum, tametſi uſi fuerint hypotheſibus maxime ſimplicibus, nimirum reſiſtentiæ proportionalis aut velocitati, aut ejus quadrato, aut cuicumque integræ poteſtati, & centri attractionis aut repulſionis immobilis; tamen ad æquationes valde difficiles devenerunt, quarum indeterminatæ aut nullo modo ſeparari poſſunt, aut ſi ſeparentur, conſtructiones oriuntur implicitæ plerumque & inelegantes. Quamobrem nihil eſt, quod miremur, id ipſum nobis contingere in difficiliori theoria centri mobilis, quæ perducit ad æquationes ſecundo-differentiales. Attamen ſi ſtatuamus, potentias attrahentes aut repellentes eſſe in ratione ſimplici diſtantiarum, & reſiſtentias in ratione ſimplici velocitatum, æquationem obtinemus, quæ ad plenam completamque integrationem perducitur, quacumque data lege moveatur centrum. De hoc caſu, qui ſolus per cognita analyſeos artificia abſolvitur, agam in præſentia; & methodum exponam, per quam proprietates motus corporis deteguntur. Loquar primum de potentiis attrahentibus.

Initio motus ſit centrum in A (*Fig.* 1.) corpus in B, eorumque diſtantia A B $= e$. Interim dum centrum conficit

cit $AS = s$, corpus percurrat $BX = x$: velocitas centri in S ſit $= V$, velocitas corporis in $X = u$. Diſtantia $SX = e + s - x = z$. In data diſtantia $= b$ potentia trahens corpus ſit $= p$: ergo in diſtantia $= z$, potentia $= \frac{pz}{b}$. Similiter dum corpus præditum eſt velocitate $= f$, reſiſtentia ſit $= p$: ergo poſita velocitate $= u$, reſiſtentia erit $= \frac{pu}{f}$. His poſitis ſeſe offert æquatio $2\varepsilon p . \overline{\frac{z\,dx}{b} - \frac{u\,dx}{f}} = m\,u\,du$; ſed $u = \frac{V dx}{ds}$; ergo facta ſubſtitutione, & diviſione per dx, fiet æquatio $2\varepsilon p . \overline{\frac{z}{b} - \frac{V dx}{f ds}} = m . \frac{V}{ds} . D\frac{V dx}{ds}$; ſed $\frac{ds}{V} = \frac{dt}{k}$, vocato ſcilicet tempore $= t$: ergo $2\varepsilon p . \overline{\frac{z}{b} - \frac{k\,dx}{f\,dt}} = \frac{m k^2}{dt} . D\frac{dx}{dt}$, ſeu $z\,dt - \frac{bk}{f} dx = \frac{m b k^2}{2\varepsilon p} . D\frac{dx}{dt}$. Ut formula evadat ſimplicior, ponatur $\frac{m b k^2}{2\varepsilon p} = rr$, $\frac{bk}{f} = g$, & ſeſe offert $z\,dt - g\,dx = r^2 . D\frac{dx}{dt}$.

Sumpto tamquam manente elemento dt, æquatio hanc formam induit $z\,dt^2 - g\,dx\,dt = r^2\,ddx$; ſed $dx = ds - dz$, & $ddx = dds - ddz$; ergo $z\,dt^2 - g\,ds\,dt + g\,dz\,dt = r^2\,dds - r^2\,ddz$; atqui $ds = \frac{V dt}{k}$, & $dds = \frac{d\,V dt}{k}$: igitur $g\,dt^2 - \frac{g}{k} V dt^2 + g\,dz\,dt = \frac{r^2}{k} dV dt - r^2\,ddz$, quæ ita ſcribatur

$$\left.\begin{array}{l} \frac{r^2 dV dt}{k} - z\,dt^2 - g\,dz\,dt - r^2\,ddz \\ + \frac{g V dt^2}{k} \end{array}\right\} = 0.$$

Æquationem hanc multiplicatam per φ additis detractiſque terminis æqualibus in hunc modum diſtribuo

$$\left.\begin{array}{l} \frac{r^2}{k}\varphi\,dV dt - z\varphi\,dt^2 - g\varphi\,dz\,dt - r^2\varphi\,ddz \\ + \frac{g}{k}\varphi V dt^2 + g z\,d\varphi\,dt + r^2\,d\varphi\,dz - r^2 d\varphi\,dz \\ \qquad - r^2 z\,dd\varphi - g z\,d\varphi\,dt \\ \qquad\qquad + r^2 z\,dd\varphi \end{array}\right\} = 0$$

Ter-

Termini omnes excepto ſecundo integrationem admittunt. Itaque ſuppoſito ſecundo termino $= o$, fiat integratio
$\frac{r^2}{k} dt \int \varphi dV + \frac{g}{k} dt \int \varphi V dt - g \varphi z dt + r^2 z d\varphi - r^2 \varphi dz = o$.
Memento, addendam eſſe in integratione conſtantem. Quare deinceps addemus, dum accipiemus $\int \varphi dV$; ſuperfluum eſt enim addere utrique ſummatoriæ.

Ad inveniendam φ datam per t faciendus eſt ſecundus terminus $= o$, ut, facta diviſione per z, reſultet æquatio $\varphi dt^2 - \frac{g}{r} . r d\varphi dt + r^2 dd\varphi = o$. Hujus æquationis integratio dependet a reſolutione æquationis $1 - \frac{g}{r} . n + nn = o$, quæ reſoluta exhibet duas radices $n = \frac{g}{2r} \pm \frac{1}{2r} . \sqrt{gg - 4rr}$. Tria contingere poſſunt; primum ut ſit $g < 2r$, deinde ut $g = 2r$, poſtremo ut $g > 2r$: in primo caſu duæ radices ſunt imaginariæ, in ſecundo ſunt æquales, in tertio inæquales ſunt, & reales.

Incipiamus a caſu medio $g = 2r$, qui eſt omnium facillimus. Subſtituto in ultima æquatione $2r$ pro g, habebimus $\varphi dt^2 - 2r d\varphi dt + r^2 dd\varphi = o$, cujus completa integratio ita ſe habet $\varphi = (\frac{b}{r})^{\frac{t}{r}} . \overline{Ar + Bt}$, in qua b denotat baſim logarithmicam, r ſubtangentem, & protonumerum. Aſſumamus duos valores φ æquationi ſatisfacientes, eoſque maxime ſimplices, nimirum $\varphi = r . (\frac{b}{r})^{\frac{t}{r}}$, $\varphi' = t . (\frac{b}{r})^{\frac{t}{r}}$, eoſque in præcipua æquatione ſubſtituamus, ut oriantur æquationes duæ

$$\frac{r^2}{k} dt \int \varphi dV + \frac{2r}{k} dt \int \varphi V dt - 2r \varphi z dt + r^2 z d\varphi - r^2 \varphi dz = o$$

$$\frac{r^2}{k} dt \int \varphi' dV + \frac{2r}{k} dt \int \varphi' V dt - 2r \varphi' z dt + r^2 z d\varphi' - r^2 \varphi' dz = o$$

Multiplicetur prima per φ', altera per φ, ut fiant

$$\frac{r^2}{k} \varphi' dt \int \varphi dV + \frac{2r}{k} \varphi' dt \int \varphi V dt - 2r \varphi \varphi' z dt + r^2 z \varphi' d\varphi - r^2 \varphi \varphi' dz = o$$

$$\frac{r^2}{k} \varphi dt \int \varphi' dV + \frac{2r}{k} \varphi dt \int \varphi' V dt - 2r \varphi \varphi' z dt + r^2 z \varphi d\varphi' - r^2 \varphi \varphi' dz = o$$

De-

Deducatur ſecunda a prima, & orietur

$$\frac{r^2}{k} dt . \overline{\varphi' \int \varphi \, dV - \varphi \int \varphi' dV} + \frac{2r}{k} dt . \overline{\varphi' \int \varphi V dt - \varphi \int \varphi' V dt} + r^2 z . \overline{\varphi' d\varphi - \varphi d\varphi'} = 0 .$$

Ut æquatio inventa fiat diviſibilis per dt, invenienda eſt quantitas $\varphi' d\varphi - \varphi d\varphi'$. Quoniam eſt $\varphi = r \left(\frac{h}{r}\right)^{\frac{t}{r}}$, & $d\varphi = dt \left(\frac{h}{r}\right)^{\frac{t}{r}}$; item $\varphi' = t \left(\frac{h}{r}\right)^{\frac{t}{r}}$, & $d\varphi' = dt \left(\frac{h}{r}\right)^{\frac{t}{r}} + \frac{t\,dt}{r} \left(\frac{h}{r}\right)^{\frac{t}{r}}$, erit $\varphi' d\varphi = t\,dt \left(\frac{h}{r}\right)^{\frac{2t}{r}}$, & $\varphi d\varphi' = r\,dt . \left(\frac{h}{r}\right)^{\frac{2t}{r}} + t\,dt \left(\frac{h}{r}\right)^{\frac{2t}{r}}$: ergo $\varphi' d\varphi - \varphi d\varphi' = - r\,dt \left(\frac{h}{r}\right)^{\frac{2t}{r}}$.

Itaque ſi valorem hunc ſubſtituamus, & pro φ, φ', ubi non ſubſunt ſignis ſummatoriis, eorum valores ponamus, demum dividamus per $dt \left(\frac{h}{r}\right)^{\frac{t}{r}}$, fiet æquatio ſine differentialibus

$$\frac{r}{k} . \overline{t \int \varphi \, dV - r \int \varphi' dV} + \frac{2}{k} . \overline{t \int \varphi V dt - r \int \varphi' V dt} - r^2 z . \left(\frac{h}{r}\right)^{\frac{t}{r}} = 0,$$

per quam valor z remanet determinatus.

Venio ad caſum difficiliorem $g < 2r$, in quo facta $\sqrt{4rr - gg} = q$, integratio completa æquationis $\varphi dt^2 - \frac{g}{r} . r d\varphi dt + r^2 dd\varphi = 0$ eſt hujuſmodi $\varphi = \left(\frac{h}{r}\right)^{\frac{gt}{2rr}} . \overline{A \, \mathrm{Cc}. \frac{qt}{2r} + B \, \mathrm{Sc}. \frac{qt}{2r}}$. Accipiamus duos valores φ maxime ſimplices, qui æquationi ſatisfaciant, nimirum $\varphi = \left(\frac{h}{r}\right)^{\frac{gt}{2rr}} . \mathrm{Cc}. \frac{qt}{2r}$, $\varphi' = \left(\frac{h}{r}\right)^{\frac{gt}{2rr}} \mathrm{Sc}. \frac{qt}{2r}$, hiſque adhibitis efformemus ut antea æquationes duas

$$\frac{r^2 dt}{k} \int \varphi \, dV + \frac{g\,dt}{k} \int \varphi V dt - g \varphi z \, dt + r^2 z \, d\varphi - r^2 \varphi \, dz = 0$$

$$\frac{r^2 dt}{k} \int \varphi' dV + \frac{g\,dt}{k} \int \varphi' V dt - g \varphi' z \, dt + r^2 z \, d\varphi' - r^2 \varphi \, dz = 0 .$$

A

A prima multiplicata per φ' deducamus ſecundam ductam in φ, ut oriatur

$$\frac{r^2 dt}{k}.\overline{\varphi'\int\varphi\, dV - \varphi\int\varphi'\, dV} + \frac{g\,dt}{k}.\overline{\varphi'\int\varphi V\, dt - \varphi\int\varphi' V\, dt}$$
$$+ r^2 z.\overline{\varphi'\, d\varphi - \varphi\, d\varphi'} = 0.$$

Ut facilius inveniamus valorem $\varphi'\, d\varphi - \varphi\, d\varphi'$, ponamus $(\frac{b}{r})^{\frac{gt}{2rr}} = m$: ergo $\varphi = m\,Cc.\frac{qt}{2r}$, $\varphi' = m\,Sc.\frac{qt}{2r}$: igitur $d\varphi = dm.Cc.\frac{qt}{2r} + m.dCc.\frac{qt}{2r} = dm.Cc.\frac{qt}{2r} - \frac{qm\,dt}{2rr}.Sc.\frac{qt}{2r}$, $d\varphi' = dm.Sc.\frac{qt}{2r} + m.dSc.\frac{qt}{2r} = dm.Cc.\frac{qt}{2r} + \frac{qm\,dt}{2rr}Cc.\frac{qt}{2r}$: ergo $\varphi'\, d\varphi = m\,dm\,Cc.\frac{qt}{2r}.Sc.\frac{qt}{2r} - \frac{qm^2 dt}{2rr}.\overline{Sc.\frac{qt}{2r}}^2$, & $\varphi\, d\varphi' = m\,dm\,Cc.\frac{qt}{2r}.Sc.\frac{qt}{2r} + \frac{qm^2 dt}{2rr}\overline{Cc.\frac{qt}{2r}}^2$: ergo $\varphi'\, d\varphi - \varphi\, d\varphi' = -\frac{qm^2 dt}{2rr}.\overline{\overline{Sc.\frac{qt}{2r}}^2 + \overline{Cc.\frac{qt}{2r}}^2} = -\frac{q}{2}.m^2\, dt = -\frac{q\,dt}{2}(\frac{b}{r})^{\frac{gt}{rr}}$. Itaque ſi ſubſtituamus hunc valorem, & pro φ, φ' extra ſummatorias ſcribamus $(\frac{b}{r})^{\frac{gt}{2rr}}.Cc.\frac{qt}{2r}$, $(\frac{b}{r})^{\frac{gt}{2rr}}Sc.\frac{qt}{2r}$; demum dividamus æquationem per $dt.(\frac{b}{r})^{\frac{gt}{2rr}}$, prodibit $\frac{r^2}{k}.\overline{Sc.\frac{qt}{2r}\int\varphi\, dV - Cc.\frac{qt}{2r}\int\varphi'\, dV}$ $+ \frac{g}{k}.\overline{Sc.\frac{qt}{2r}\int\varphi V\, dt - Cc.\frac{qt}{2r}\int\varphi' V\, dt} - \frac{qr^2 z}{2}.(\frac{b}{r})^{\frac{gt}{2rr}}$ $= 0$, quæ æquatio determinat z per t.

Reliquus eſt caſus tertius $g > 2r$, qui nos ducit ad ſinus & coſinus hyperbolicos. Sed ut brevitatem ſequamur, juvabit prius agere de potentiis repellentibus. Si centrum ex puncto A (*Fig.* 2.) feratur per $AS = s$, & corpus ex B per directionem oppoſitam percurrat $BX = x$, erit diſtantia $= z = e + s + x$. In reliquis retine denominationes

nes ſuperiores. Ab æquatione $2 \varepsilon p . \overline{\frac{z\,d\,x}{b} - \frac{u\,d\,x}{f}} = m\,u\,d\,u$, quæ ſtatim ſe ſe offert, eodem uſurpato calculo perveniemus ad ſecundo-differentialem $z\,d\,t^2 - g\,d\,x\,d\,t = r^2\,d\,d\,x$; ſed $d\,x = d\,z - d\,s$, & $d\,d\,x = d\,d\,z - d\,d\,s$: ergo $z\,d\,t^2 - g\,d\,z\,d\,t + g\,d\,s\,d\,t = r\,r\,d\,d\,z - r\,r\,d\,d\,s$: atqui $d\,s = \frac{V\,d\,t}{k}$, & $d\,d\,s = \frac{d\,V\,d\,t}{k}$: igitur $z\,d\,t^2 - g\,d\,z\,d\,t + \frac{g}{k}\,V\,d\,t^2 = r\,r\,d\,d\,z - \frac{r^2}{k}\,d\,V\,d\,t$, quæ in hunc modum diſponatur

$$r^2 k\,d\,V\,d\,t + z\,d\,t^2 - g\,d\,z\,d\,t - r^2\,d\,d\,z = 0.$$
$$+ \frac{g}{k}\,V\,d\,t^2$$

Hæc æquatio multiplicanda eſt per φ, tum addendi & detrahendi termini æquales ita, ut termini omnes, excepto ſecundo, ſint integrabiles, hoc modo

$$\frac{r^2}{k}\,\varphi\,d\,V\,d\,t + z\,\varphi\,d\,t^2 - g\,\varphi\,d\,z\,d\,t - r^2\,\varphi\,d\,d\,z = 0.$$
$$\frac{g}{k}\,\varphi\,V\,d\,t^2 + g\,z\,d\,\varphi\,d\,t + r^2\,d\,\varphi\,d\,z - r^2\,d\,\varphi\,d\,z$$
$$- r^2\,z\,d\,d\,\varphi - g\,z\,d\,\varphi\,d\,t$$
$$+ r^2\,z\,d\,d\,\varphi$$

Omiſſo ſecundo termino, fiat integratio

$$\frac{r^2}{k}\,d\,t . \int \varphi\,d\,V + \frac{g}{k}\,d\,t \int \varphi\,V\,d\,t - g\,\varphi\,z\,d\,t + r^2 z\,d\,\varphi - r^2 \varphi\,d\,z = 0.$$

Secundus terminus diviſus per z fiat $= 0$, ut prodeat æquatio $- \varphi\,d\,t^2 - g\,d\,\varphi\,d\,t + r^2\,d\,d\,\varphi = 0$. Hujus integratio dependet a reſolutione æquationis $- 1 - \frac{g}{r}\,n + n\,n = 0$, quæ eſt hujuſmodi $n = \frac{g}{2r} \pm \sqrt{g\,g + 4\,r\,r}$. Hæc non differt ab illa, quam invenimus in hypotheſi potentiæ attrahentis, niſi per hoc, quod terminus $4\,r\,r$ in hac afficitur ſigno $+$, in illa ſigno $-$. Quare quum æquatio princeps ſit omnino eadem tam in potentia attrahente, quam in repellente, conjungemus caſum potentiæ attrahentis, ubi $g > 2\,r$, cum hypotheſi potentiæ repellentis ſcribendo $n = \frac{g}{2r} \pm \sqrt{g\,g \mp 4\,r\,r}$. Signum ſuperius poſitum ſub radi-

ce pertinet ad potentiam attrahentem, inferius ad repellentem. Itaque vocata $\sqrt{gg \mp 4rr} = q$, completa integratio æquationis $\pm \varphi dt^2 - \frac{g}{r} r d\varphi dt + r^2 dd\varphi = 0$ erit φ

$= (\frac{h}{r})^{\frac{gt}{2rr}} \cdot \overline{A \,\mathrm{Ch}. \frac{qt}{2r} + B \,\mathrm{Sh}. \frac{qt}{2r}}$. Accipiamus de more duos valores ſatisfacientes, nempe $\varphi = (\frac{h}{r})^{\frac{gt}{2rr}} \mathrm{Ch}. \frac{qt}{2r}$, $\varphi' = (\frac{h}{r})^{\frac{gt}{2rr}} \mathrm{Sh}. \frac{qt}{2r}$. Efformatis itaque æquationibus duabus, iiſque tractatis ut antea, perveniemus ad æquationem unicam $\frac{r^2 dt}{k} \cdot \overline{\varphi' \int \varphi dV - \varphi \int \varphi' dV} + \frac{g}{k} \cdot \overline{\varphi' \int \varphi V dt - \varphi \int \varphi' V dt} + r^2 z \cdot \overline{\varphi' d\varphi - \varphi d\varphi'} = 0$.

Ad determinandum valorem $\varphi' d\varphi - \varphi d\varphi'$, poſita $(\frac{h}{r})^{\frac{gt}{2rr}} = m$, fit $\varphi = m \,\mathrm{Ch}. \frac{qt}{2r}$, $\varphi' = m \,\mathrm{Sh}. \frac{qt}{2r}$: ergo $d\varphi = dm \,\mathrm{Ch}. \frac{qt}{2r} + m . d\,\mathrm{Ch}. \frac{qt}{2r} = dm \,\mathrm{Ch}. \frac{qt}{2r} + \frac{qm dt}{2rr} . \mathrm{Sh}. \frac{qt}{2r}$, $d\varphi' = dm \,\mathrm{Sh}. \frac{qt}{2r} + m . d\,\mathrm{Sh}. \frac{qt}{2r} = dm \,\mathrm{Sh}. \frac{qt}{2r} + \frac{qm dt}{2rr} \mathrm{Ch}. \frac{qt}{2r}$: ergo $\varphi' d\varphi = m dm \,\mathrm{Sh}. \frac{qt}{2r} . \mathrm{Ch}. \frac{qt}{2r} + \frac{qm^2 dt}{2rr} \overline{\mathrm{Sh}. \frac{qt}{2r}}^2$, $\varphi d\varphi' = m dm \,\mathrm{Sh}. \frac{qt}{2r} . \mathrm{Ch}. \frac{qt}{2r} + \frac{qm^2 dt}{2rr} . \overline{\mathrm{Ch}. \frac{qt}{2r}}^2$. Auferatur ſecunda a prima, & prodibit $\varphi' d\varphi - \varphi d\varphi'$ $= \frac{qm^2 dt}{2rr} \overline{\mathrm{Sh}. \frac{qt}{2r}}^2 - \overline{\mathrm{Ch}. \frac{qt}{2r}}^2$: atqui $\overline{\mathrm{Sh}. \frac{qt}{2r}}^2 - \overline{\mathrm{Ch}. \frac{qt}{2r}}^2 = -rr$; ergo $\varphi' d\varphi - \varphi d\varphi' = - \frac{qm^2 dt}{2} = - \frac{q dt}{2} (\frac{h}{r})^{\frac{gt}{rr}}$. Quare ſi ſubſtituatur hic valor, & pro φ, φ' extra ſummatorias ponatur $(\frac{h}{r})^{\frac{gt}{2rr}} \mathrm{Ch}. \frac{qt}{2r}$, $(\frac{h}{r})^{\frac{gt}{2rr}} \mathrm{Sh}. \frac{qt}{2r}$, demum fiat diviſio per $dt (\frac{h}{r})^{\frac{gt}{2rr}}$, naſcetur ultima æquatio

$\frac{r}{k}$

$\overline{\frac{r^2}{k}.Sh.\frac{qt}{2r}\int\varphi dV - Ch.\frac{qt}{2r}\int\varphi' dV} + \frac{g}{k}.\overline{Sh.\frac{qt}{2r}\int\varphi V dt - Ch.\frac{qt}{2r}\int\varphi' V dt}$

$-\frac{r^2 q z}{2}(\frac{h}{r})^{\frac{gt}{2rr}} = 0$, in qua æquatione datur z per t.

Inventa z, quæ exprimit diſtantiam corporis a centro, facile eſt in ſingulis caſibus determinare per t tum ſpatium peractum a corpore $= x$, tum ejuſdem corporis velocitatem $= u$ per æquationes $e + s \mp x = z$, $u = \frac{V dx}{ds}$. Signum ſuperius denotat potentias attrahentes, inferius repellentes.

Ut theoriam generalem ſimplici aliquo exemplo illuſtrem, ſuppono, motum centri æquabilem eſſe, ejuſque velocitatem $V = C$ hoc eſt conſtantem. In hoc exemplo quoniam $dV = 0$, ſatis erit reperire integrationem formularum $\int\varphi dt$, $\int\varphi' dt$. In ſingulis caſibus, quænam ſint, exponam, & quiſque per actualem differentiationem de earum veritate certus fieri poterit. Ad aliud tempus reſervo explicationem methodi, qua & ipſæ & aliæ difficiliores determinantur. In caſu medio, ubi $g = 2r$, habemus $\varphi = r(\frac{h}{r})^{\frac{t}{r}}$, $\varphi' = t(\frac{h}{r})^{\frac{t}{r}}$; unde ſummatoriæ inveniendæ fiunt $\int r dt (\frac{h}{r})^{\frac{t}{r}}$, $\int t dt (\frac{h}{r})^{\frac{t}{r}}$, quæ erunt hujuſmodi $r^2 (\frac{h}{r})^{\frac{t}{r}}$, $r.\overline{t - r}.(\frac{h}{r})^{\frac{t}{r}}$. Igitur $t\int\varphi dt - r\int\varphi' dt = r^3 (\frac{h}{r})^{\frac{t}{r}}$. Quare poſita $dV = 0$, additis conſtantibus, & hoc valore ſubſtituto, fiet æquatio $At - Br + \frac{2rC}{k}(\frac{h}{r})^{\frac{t}{r}} - z(\frac{h}{r})^{\frac{t}{r}} = 0$, ſive $\overline{At - Br}.(\frac{h}{r})^{\frac{-t}{r}} + \frac{2rC}{k} = z$.

Determinemus x, hoc eſt ſpatium confectum a corpore. Quoniam in hoc caſu agitur de potentiis attrahentibus, valebit æquatio $x = e + s - z$, & quoniam $s = \frac{Ct}{k}$, fiet $x = e + \frac{C}{k}.\overline{t - 2r} - (\overline{At - Br}.(\frac{h}{r})^{\frac{-t}{r}}$. Ad detegen-

gendam velocitatem corporis $= u$ inveniatur dz differentiando $dz = \overline{Adt - \frac{dt}{r}.\overline{At - Br}}.\left(\frac{b}{r}\right)^{\frac{-t}{r}} = \frac{r.\overline{A+B}.dt - Atdt}{r}\left(\frac{b}{r}\right)^{\frac{-t}{r}}$;

atqui $dx = ds - dz$; ergo $dx = \frac{Cdt}{k} - \left(\frac{r.\overline{A+B}.dt - Atdt}{r}\left(\frac{b}{r}\right)^{\frac{-t}{r}}\right.$;

ſed $u = \frac{Cdx}{ds} = \frac{kdx}{dt}$: ergo $u = C - k.\frac{r.\overline{A+B} - At}{r}\left(\frac{b}{r}\right)^{\frac{-t}{r}}$.

Progredior ad caſum pertinentem item ad potentias attrahentes, in quo $g < 2r$. In hoc caſu $\varphi = \left(\frac{b}{r}\right)^{\frac{gt}{2rr}} Cc.\frac{qt}{2r}$, & $\varphi' = \left(\frac{b}{r}\right)^{\frac{gt}{2rr}} Sc.\frac{qt}{2r}$. Igitur ſummatoriæ inveniendæ erunt $\int\left(\frac{b}{r}\right)^{\frac{gt}{2rr}} Cc.\frac{qt}{2r}.dt$, $\int\left(\frac{b}{r}\right)^{\frac{gt}{2rr}} Sc.\frac{qt}{2r}.dt$. Summatoriæ autem ita ſe habent

$$2rr.\frac{gCc.\frac{qt}{2r} + qSc.\frac{qt}{2r}}{gg + qq}.\left(\frac{b}{r}\right)^{\frac{gt}{2rr}},$$

$$2rr.\frac{gSc.\frac{qt}{2r} - qCc.\frac{qt}{2r}}{gg + qq}.\left(\frac{b}{r}\right)^{\frac{gt}{2rr}}.$$ Quoniam vero in hoc caſu $q = \sqrt{4rr - gg}$, erit $gg + qq = 4rr$: igitur ſummatoriæ fient

$$\frac{gCc.\frac{qt}{2r} + qSc\frac{qt}{2r}}{2}.\left(\frac{b}{r}\right)^{\frac{gt}{2rr}}$$

$$\frac{gSc.\frac{qt}{2r} - qCc.\frac{qt}{2r}}{2}.\left(\frac{b}{r}\right)^{\frac{gt}{2rr}}$$: quibus valoribus in æquatione ſubſtitutis, additiſque neceſſariis conſtantibus, proveniet

$$\frac{qr^2}{2}.\overline{ASc.\frac{qt}{2r} - BCc.\frac{qt}{2r}} + \frac{gC}{k}.\frac{gSc.\frac{qt}{2r}Cc.\frac{qt}{2r} + q\overline{Sc.\frac{qt}{2r}}^2 - gSc.\frac{qt}{2r}Cc.\frac{qt}{2r} + q\overline{Cc.\frac{qt}{2r}}^2}{2}.\left(\frac{b}{r}\right)^{\frac{gt}{2rr}}$$ —

$-\frac{qr^2z}{2} = 0$, ſive $qr^2.\overline{A\,\mathrm{Sc}.\frac{qt}{2r} - B\,\mathrm{Cc}.\frac{qt}{2r}}.\left(\frac{h}{r}\right)^{\frac{-gt}{2rr}}$

$= qr^2z - \frac{qgCr^2}{k}$, ſive $\overline{A\,\mathrm{Sc}.\frac{qt}{2r} - B\,\mathrm{Cc}.\frac{qt}{2r}}.\left(\frac{h}{r}\right)^{\frac{-gt}{2rr}}$

$= z - \frac{gC}{k}$.

Quoniam $x = e + s - z$, & $s = \frac{Ct}{k}$, inveniemus

$$x = e + \frac{C}{k}.\overline{t - g} - \left(\overline{A\,\mathrm{Sc}.\frac{qt}{2r} - B\,\mathrm{Cc}.\frac{qt}{2r}}.\left(\frac{h}{r}\right)^{\frac{-gt}{2rr}}.\right.$$

Ad determinandam velocitatem corporis, inveniatur primum differentiando valor dz, qui eſt hujuſmodi

$$dz = \overline{A.d\mathrm{Sc}.\frac{qt}{2r} - B.d\mathrm{Cc}.\frac{qt}{2r}}.\left(\frac{h}{r}\right)^{\frac{-gt}{2rr}} - \frac{gdt}{2rr}\overline{A\mathrm{Sc}\frac{qt}{2r} - B\mathrm{Cc}.\frac{qt}{2r}}.\left(\frac{h}{r}\right)^{\frac{-gt}{2rr}},$$

ſive $dz = \begin{array}{l} \frac{qAdt}{2rr}\mathrm{Cc}.\frac{qt}{2r} + \frac{qBdt}{2rr}\mathrm{Sc}.\frac{qt}{2r} \\ + \frac{gBdt}{2rr}\mathrm{Cc}.\frac{qt}{2r} - \frac{gAdt}{2rr}\mathrm{Sc}.\frac{qt}{2r} \end{array} .\left(\frac{h}{r}\right)^{\frac{-gt}{2rr}}$: ergo

$dz = \overline{\frac{qA+gB}{2rr}dt\,\mathrm{Cc}.\frac{qt}{2r} + \frac{qB-gA}{2rr}dt\,\mathrm{Sc}.\frac{qt}{2r}}.\left(\frac{h}{r}\right)^{\frac{-gt}{2rr}}$: atqui

$u = \frac{Cdx}{ds} = C - \frac{Cdz}{ds} = C - \frac{kdz}{dt}$: ergo

$$u = C - k.\overline{\frac{qA+gB}{2rr}\mathrm{Cc}.\frac{qt}{2r} + \frac{qB-gA}{2rr}\mathrm{Sc}.\frac{qt}{2r}}.\left(\frac{h}{r}\right)^{\frac{-gt}{2rr}}.$$

Reliquus eſt ultimus caſus, qui complectitur tum potentias repellentes, tum potentias attrahentes, quum $g > 2r$. Quoniam in hoc caſu $\phi = \mathrm{Ch}.\frac{qt}{2r}.\left(\frac{h}{r}\right)^{\frac{gt}{2rr}}$, & $\phi' = \mathrm{Sh}.\frac{qt}{2r}.\left(\frac{h}{r}\right)^{\frac{gt}{2rr}}$, invenienda erunt integralia ſequentium formularum differentialium $dt\,\mathrm{Ch}.\frac{qt}{2r}.\left(\frac{h}{r}\right)^{\frac{gt}{2rr}}$, $dt\,\mathrm{Sh}.\frac{qt}{2r}.\left(\frac{h}{r}\right)^{\frac{gt}{2rr}}$, quæ erunt hujuſmodi

2rr

$$2rr.\frac{g\,Ch.\frac{qt}{2r}-q\,Sh.\frac{qt}{2r}}{gg-qq}.\left(\frac{h}{r}\right)^{\frac{gt}{2rr}},$$

$$2rr.\frac{g\,Sh.\frac{qt}{2r}-q\,Ch.\frac{qt}{2r}}{gg-qq}.\left(\frac{h}{r}\right)^{\frac{gt}{2rr}}.$$ Quum in hoc caſu ſit $qq=gg\mp 4rr$, erit $\pm 4rr=gg-qq$: ergo formulæ integrales provenient

$$\frac{g\,Ch.\frac{qt}{2r}-q\,Sh.\frac{qt}{2r}}{\pm 2}.\left(\frac{h}{r}\right)^{\frac{gt}{2rr}},$$

$$\frac{g\,Sh.\frac{qt}{2r}-q\,Ch.\frac{qt}{2r}}{\pm 2}.\left(\frac{h}{r}\right)^{\frac{gt}{2rr}}.$$ Signum ſuperius valet in potentiis attrahentibus, inferius in repellentibus.

Si hujuſmodi valores introducantur in æquationem inventam, habebimus $\frac{qr^2}{2}.\overline{A\,Sh.\frac{qt}{2r}-B\,Ch.\frac{qt}{2r}}+$

$$\frac{gC}{k}.\frac{g\,Sh.\frac{qt}{2r}Ch.\frac{qt}{2r}-q\overline{Sh.\frac{qt}{2r}}^2-g\,Sh.\frac{qt}{2r}Ch.\frac{qt}{2r}+q\overline{Ch.\frac{qt}{2r}}^2}{\pm 2}.\left(\frac{h}{r}\right)^{\frac{gt}{2rr}}-\frac{qr^2z}{2}.\left(\frac{h}{r}\right)^{\frac{gt}{2rr}}$$

$=0$, ſive $\overline{A\,Sh.\frac{qt}{2r}-B\,Ch.\frac{qt}{2r}}.\left(\frac{h}{r}\right)^{\frac{-gt}{2rr}}=z\mp\frac{gC}{k}$.

Quandoquidem $e+s\mp x=z$, erit $x=\pm e\pm s\mp z$; ergo $x=\pm e\pm\frac{C}{k}.\overline{t-g}\mp\left(\overline{A\,Sh.\frac{qt}{2r}-B\,Ch.\frac{qt}{2r}}.\left(\frac{h}{r}\right)^{\frac{-gt}{2rr}}\right.$. Invenitur

$$dz=\overline{A.dSh.\frac{qt}{2r}-B.dCh.\frac{qt}{2r}-\frac{gdt}{2rr}A\,Sh.\frac{qt}{2r}+\frac{gdt}{2rr}B\,Ch.\frac{qt}{2r}}.\left(\frac{h}{r}\right)^{\frac{-gt}{2rr}},$$

ſeu

$$\text{ſeu } dz = \begin{matrix} \frac{qA\,dt}{2rr}\,\mathrm{Ch}.\frac{qt}{2r} - \frac{qB\,dt}{2rr}\,\mathrm{Sh}.\frac{qt}{2r} \\ + \frac{gB\,dt}{2rr}\,\mathrm{Ch}.\frac{qt}{2r} - \frac{gA\,dt}{2rr}\,\mathrm{Sh}.\frac{qt}{2r} \end{matrix} \cdot \left(\frac{b}{r}\right)^{\frac{-gt}{2rr}} : \text{ ergo}$$

$$dz = \frac{qA+gB}{2rr}\,dt\,\mathrm{Ch}.\frac{qt}{2r} - \frac{qB+gA}{2rr}\,dt\,\mathrm{Sh}.\frac{qt}{2r}\cdot\left(\frac{b}{r}\right)^{\frac{-gt}{2rr}} : \text{ atqui}$$

$$u = \frac{C\,dx}{ds} = \pm C \mp \frac{C\,dz}{ds} = \pm C \mp \frac{k\,dz}{dt} : \text{ igitur}$$

$$u = \pm C \mp k.\overline{\frac{qA+gB}{2rr}\,\mathrm{Ch}.\frac{qt}{2r} - \frac{qB+gA}{2rr}\,\mathrm{Sh}.\frac{qt}{2r}}.\left(\frac{b}{r}\right)^{\frac{-gt}{2rr}}.$$

Ut exemplo facili oſtendam, quomodo conſtantes A, B ſint determinandæ, & quomodo conſtructio peragenda, ſupponam, in initio motus corpus & centrum in eodem puncto poſita eſſe, & corpus omni velocitate carere. Quare $e = 0$, & ſi $t = 0$, evaneſcent pariter s, x, z, u. His ſtatutis ſpecto primum æquationem, quæ provenit $g = 2r$, nimirum $\overline{At - Br}.\left(\frac{b}{r}\right)^{\frac{-t}{r}} = z - \frac{2rC}{k}$. Facta $t = 0$, æquatio fit $-Br = -\frac{2rC}{k}$; ergo $B = \frac{2C}{k}$. Itaque æquatio ita ſe habebit $\overline{At - \frac{2C}{k}r}.\left(\frac{b}{r}\right)^{\frac{-t}{r}} = z - \frac{2rC}{k}$. Ad determinandam alteram conſtantem A, advertendum eſt, poſita t minima, fore $x : s$ in minore ratione quacumque data; ergo $s - x = z : s$ in ratione æqualitatis; ſed $s : t :: C : k$; ergo $z : t :: C : k$. Igitur æquatio fiet $\overline{At - \frac{2Cr}{k}}.\left(\frac{b}{t}\right)^{\frac{-t}{r}} = \frac{Ct}{k} - \frac{2rC}{k}$. Jam vero conſtat $\left(\frac{b}{r}\right)^{\frac{-t}{r}} = 1 - \frac{t}{r} + \frac{t^2}{2rr}$ &c. Igitur, neglectis ſuperioribus t poteſtatibus, $At - \frac{2Cr}{k} + \frac{2Ct}{k} = \frac{Ct}{k} - \frac{2rC}{k}$, ſeu $A = \frac{-C}{k}$: ergo æquatio $-\frac{C}{k}.\overline{t+2r}.\left(\frac{b}{r}\right)^{\frac{-t}{r}} = z - \frac{2rC}{k}$, ſeu $\frac{2rC}{k} - \frac{C}{k}.\overline{t+2r}.\left(\frac{b}{r}\right)^{\frac{-t}{r}} = z$.

Hac

Hac formula inventa ſtatim prodeunt aliæ, nimirum

$$x = \frac{C}{k} \cdot \overline{t - 2r} + \frac{C}{k} \cdot \overline{t + 2r} \cdot \left(\frac{h}{r}\right)^{\frac{-t}{r}}, \&$$

$$u = C - \frac{C}{r} \cdot \overline{r + t} \cdot \left(\frac{h}{r}\right)^{\frac{-t}{r}}.$$

Harum formularum conſtructio inſtituenda eſt, ut oculus ipſe percipiat, quomodo variabiles z, x, u augeantur. Primum omnium conſtruatur æquatio $\left(\frac{h}{r}\right)^{\frac{-t}{r}} = \frac{y}{r}$, quam ſcimus eſſe ad logarithmicam præditam ſubtangente $= r$ deſcriptam ad eam plagam, ubi accedit ad aſymptotum. Sit E H (*Fig.* 3.) linea, in qua abſcinduntur tempora E H $= t$; excitetur perpendicularis E F $= r$, & per punctum F delineetur logiſtica ſubtangentis $= r$ accedens ad aſymptotum E H: erunt E H $= t$, H G $= y$. Ducatur F K parallela E H, ut H K $= r$.

Subſtituto $\frac{y}{r}$ pro $\left(\frac{h}{r}\right)^{\frac{-t}{r}}$, æquatio intercedens inter z, t fiet $\frac{2rC}{k} - z = \frac{C}{k} \cdot \overline{2r + t} \cdot \frac{y}{r}$. Secta E D $= 2r$, agatur D S ad ejuſmodi angulum, ut ordinatæ H S ad abſciſſas D H ſint : : $C : k$, quæ linea ſecabit F E productam in puncto A, ex quo puncto agatur A T parallela E H. Perſpicuum eſt, E A $= \frac{2rC}{k}$, A T $= t$, S T $= \frac{Ct}{k} = s$, & S H $= \frac{C}{k} \cdot \overline{2r + t}$. Producta E A, donec A I $=$ A E, ducatur I L parallela A T. Tum fiat H K $= r$: H G $= y$: : H S $= \frac{C}{k} \cdot \overline{2r + t}$: L Z, & tranſeat curva A Z per omnia puncta Z ita determinata. Erit L Z $= \frac{C}{k} \cdot \overline{2r + t} \cdot \frac{y}{r} = \frac{2rC}{k} - z$: ergo T Z $= z$. Curva autem, quæ eſt aſymptotica ad I L, oſtendit diſtantias corporis & centri $= z$ continuo augeri, & accedere ad maximam A I, ſed eam numquam attingere. Quum S T $= s$, T Z $= z$, erunt S Z $= s - z = x$. Igitur ſi A T exprimant tempora, T S exprimient ſpatia a centro confecta, S Z ſpatia confecta a corpore, demum T Z

di-

diſtantias corporis & centri. Facile autem eſt probare, curvam A Z in puncto A contingi a recta A S.

Ut velocitates quoque per conſtructionem exhibeam, pro quantitate exponentiali ſubſtituo $\frac{y}{r}$, & æquatio provenit $\frac{C}{r}.\overline{r+t}.\frac{y}{r} = C - u$. Quare poſita E F $= r$ (*Fig.* 4), & ei perpendiculari E H deſcribe ut antea logarithmicam F G: erunt E H $= t$, H G $= y$. Produco H E, F E, ut E D $= r$, E A $= C$, & jungo D A I. Ducta A T parallela E H, facio ut H K : H G :: H I : H V, & curva A V tranſeat per omnia puncta V ita determinata: erunt H V $= \frac{C}{r}.\overline{r+t}.\frac{y}{r} = C - u$: ergo T V $= u$. Velocitas itaque corporis continuo augetur, ſed numquam æquat velocitatem centri $= C$. Curva autem hæc velocitatum tangit A T in A, eique primum obvertit convexum, tum facto flexu contrario, ubi abſciſſa $t = r$, eidem concavum obvolvit, & eſt aſymptotica. Inventa velocitate facili negotio determinatur reſiſtentia, quæ ad velocitatem habet rationem finitam $p:f = \frac{bk}{g} = \frac{bk}{2r}$.

Caſus, in quo $g < 2r$, inter t, z hanc æquationem ſufficit $\overline{ASc.\frac{qt}{2r} - BCc.\frac{qt}{2r}}.\left(\frac{h}{r}\right)^{\frac{-gt}{2rr}} = z - \frac{gC}{k}$. Si fiat $t = 0$, quia $Sc.\frac{qt}{2r} = 0$, $Cc.\frac{qt}{2r} = r$, $z = 0$, ſtatim obtinebimus $-rB = \frac{-gC}{k}$, ſive $B = \frac{gC}{rk}$. Igitur æquatio naſcitur $\overline{ASc.\frac{qt}{2r} - \frac{gC}{rk}Cc.\frac{qt}{2r}}.\left(\frac{h}{r}\right)^{\frac{-gt}{2rr}} = z - \frac{gC}{k}$. Si ſumatur t minima, repetito ratiocinio caſus ſuperioris probabitur, eſſe $t:z::k:C$. Præterea $Sc.\frac{qt}{2r} = \frac{qt}{2r}$, $Cc.\frac{qt}{2r} = r$, & $\left(\frac{h}{r}\right)^{\frac{-gt}{2rr}} = 1 - \frac{gt}{2rr} + \frac{g^2t^2}{2.4r^4}$ &c. Æquatio itaque provenit $\overline{\frac{qAt}{2r} - \frac{gC}{k}}.\overline{1 - \frac{gt}{2rr} + \frac{g^2t^2}{2.4r^4}\ \&c.} = \frac{Ct}{k} - \frac{gC}{k}$, quæ facta multi-

ti-

tiplicatione, neglectiſque ſuperioribus poteſtatibus t in hanc mutatur $\frac{qAt}{2r} - \frac{gC}{k} + \frac{g^2Ct}{2krr} = \frac{Ct}{k} - \frac{gC}{k}$, ex qua naſcitur $A = \frac{C}{k} \cdot \frac{2rr-gg}{qr}$. Itaque æquatio rite integrata evadit

$$\overline{\frac{C}{k} \cdot \frac{2rr-gg}{qr} \cdot \mathrm{Sc.}\frac{qt}{2r} - \frac{gC}{rk} \cdot \mathrm{Cc.}\frac{qt}{2r}} \cdot \left(\frac{b}{r}\right)^{\frac{-gt}{2rr}} = z - \frac{gC}{k}.$$

Subſtitutis valoribus inventis conſtantium habebimus

$$x = \frac{C}{k} \cdot \overline{t-g} - \left(\overline{\frac{C}{k} \cdot \frac{2rr-gg}{qr}\,\mathrm{Sc.}\frac{qt}{2r} - \frac{gC}{rk}\,\mathrm{Cc.}\frac{qt}{2rr}}\right) \cdot \left(\frac{b}{r}\right)^{\frac{-gt}{2rr}},$$

$$u = C - C \cdot \overline{\frac{1}{r}\,\mathrm{Cc.}\frac{qt}{2r} + \frac{q^2g+g^3-2gr^2}{2qr^3}\,\mathrm{Sc.}\frac{qt}{2r}} \cdot \left(\frac{b}{r}\right)^{\frac{-gt}{2rr}}.$$

Hic quoque tres caſus ſubdiſtinguendi videntur, nimirum $gg > 2rr$, $gg = 2rr$, $gg < 2rr$: in caſu enim medio conſtans A fit $= 0$, in primo negativa, poſitiva in tertio. Horum caſuum, ne in vitium prolixitatis incurram, per conſtructionem inveniam ſolum diſtantias z, & ſpatia x: nam eadem methodo quiſque poterit determinare velocitates. Tractemus caſum medium. Quoniam $qq = 4rr - gg$, & $2rr - gg = 0$, erit $qq = 2rr = gg$. Formula itaque ſimplicior evadit, nimirum $\frac{rC\sqrt{2}}{k} - \frac{C\sqrt{2}}{k}\,\mathrm{Cc.}\frac{t}{\sqrt{2}} \cdot \left(\frac{b}{r}\right)^{\frac{-t}{r\sqrt{2}}} = z$.

Ut commodius conſtructionem perficiam, accipiam abſciſſas non $= t$, ut antea, ſed $= \frac{t}{\sqrt{2}}$. Quapropter facta, ut ſupra, $\left(\frac{b}{r}\right)^{\frac{-t}{\sqrt{2}}} = \frac{y}{r}$, habebimus æquationem ad logiſticam ſubtangentis $= r$, quæ ita deſcribitur. Lineæ abſciſſarum E H (*Fig.* 5.) excitetur normalis E F $= r$, & ad aſymptotum E H delineetur logiſtica F G: erunt E H $= \frac{t}{\sqrt{2}}$, H G $= y$, quæ producantur uſque ad F K parallelam E H. Producta F E in A, & I ita, ut E A $=$ A I $= \frac{rC\sqrt{2}}{k}$, agantur A T, I L parallelæ E H. Secentur A 1, 1 2, 2 3 æqua-

æquales quadranti circuli, cujus radius $= r$, & vertice I delineetur curva I M, cujus ordinatæ M T ſint ad $C\,c\,.\frac{t}{\sqrt{2}} ::$ $C : \frac{k}{\sqrt{2}}$. Demum fiat ut K H : G H :: M T : L Z : erunt L Z $= \frac{C\sqrt{2}}{k} C\,c\,.\frac{t}{\sqrt{2}}\,.\frac{y}{r} = \frac{rC\sqrt{2}}{k} - z$; ergo T Z $= z$ diſtantiæ ſcilicet corporis a centro. Producta H E ita, ut E D $= r$, ducatur recta D A S : conſtat, fore D E $= r$: E A $= \frac{rC\sqrt{2}}{k} ::$ A T $= \frac{t}{\sqrt{2}}$: T S $= \frac{Ct}{k} = s$: ergo S Z $= s - z = x$, hoc eſt ſpatio peracto a mobile. Hæc conſtructio docet, modo augeri quidem, modo imminui diſtantias corporis a centro $= z$, ſed ſemper remanere poſitivas ita, ut centrum antecedat, corpus ſubſequatur. Diſtantiæ maximæ, quæ habentur, quum $\frac{t}{\sqrt{2}}$ æquat aut duos, aut ſex, aut decem &c. quadrantes, & minimæ, quæ habentur æquante $\frac{t}{\sqrt{2}}$ aut quatuor, aut octo, aut duodecim &c. quadrantes, continuo, & ſucceſſive fiunt minores.

Si $gg < 2rr$, ut $2rr - gg$ ſit poſitiva, vocemus $\frac{2rr - gg}{q} = A$, ut æquatio proveniat

$$\frac{gC}{k} - z = \frac{C}{k}\,.\,\frac{gC\,c\,.\frac{qt}{2r} - A\,S\,c\,.\frac{qt}{2r}}{r}\,.\left(\frac{h}{r}\right)^{\frac{-gt}{2rr}}.$$ Fiat $A : g ::$ S c . Δ : C c . Δ, & ejecta A proveniet

$$\frac{gC}{k} - z = \frac{Cg}{k\,C\,c\,.\,\Delta}\,.\,\frac{C\,c\,.\,\Delta\,.\,C\,c\,.\frac{qt}{2r} - S\,c\,.\,\Delta\,.\,S\,c\,.\frac{qt}{2r}}{r}\,.\left(\frac{h}{r}\right)^{\frac{-gt}{2rr}},$$

ſeu $\frac{gC}{k} - z = \frac{Cg}{k\,C\,c\,.\,\Delta}\,.\,C\,c\,.\overline{\Delta + \frac{qt}{2r}}\,.\left(\frac{h}{r}\right)^{\frac{-gt}{2rr}}$. Sic redacta æquatione conſtruo curvam æquationis $\left(\frac{h}{r}\right)^{\frac{-gt}{2rr}} = \frac{y}{r}$ ita, ut abſciſſæ ſint $= \frac{qt}{2r}$, ordinatæ $= y$, quæ erit logarithmica, cujus ſubtangens $= \frac{qr}{g}$. Ad abſciſſam E H $= \frac{qt}{2r}$ (*Fig.6.*) de-

deſcribatur prædicta logarithmica, poſita $EF = HK = r$; erit $HG = y$. Sectis $EA = AI = \frac{gC}{k}$, agantur parallelæ AT, IL. Producta TA in D, donec $AD = \Delta$, deſcribatur ad abſciſſam DT curva, cujus ordinatæ ſint ad $Cc.DT :: \frac{gC}{k} : Cc.\Delta$, ac proinde prima ordinata $DM = \frac{gCr}{kCc.\Delta}$; quæ curva tranſibit per punctum I. Erunt ordinatæ $TO = \frac{gC}{kCc.\Delta}.Cc.\overline{\Delta + \frac{qt}{2r}}$. Fiat ut $KH = r : HG = y :: TO : LZ$, & curva tranſeat per omnia puncta Z ita determinata. Erunt $LZ = \frac{gC}{k} - z$: ergo $TZ = z$. Agatur linea AS ita, ut $AT : TS :: qk : 2rC$: erit $TS = s$: ergo $SZ = s - z = x$. Conſtructio docet, diſtantias $= z$ primum eſſe poſitivas, tum fieri negativas, iterum poſitivas, atque ita deinceps. Diſtantiæ autem maximæ vel poſitivæ, vel negativæ continuo & ſucceſſive decreſcunt.

Sit demum $gg > 2rr$, & ponatur $\frac{gg - 2rr}{q} = A$, orietur æquatio

$$\frac{gC}{k} - z = \frac{C}{k}.\frac{ASc.\frac{qt}{2r} + gCc.\frac{qt}{2r}}{r}.\left(\frac{b}{r}\right)^{\frac{-gt}{2rr}}.$$ Fiat ut

$A : g :: Cc.\Delta : Sc.\Delta$, & ejecta A naſcetur æquatio

$$\frac{gC}{k} - z = \frac{Cg}{k.Sc.\Delta}.\frac{Cc.\Delta.Sc.\frac{qt}{2r} + Sc.\Delta.Cc.\frac{qt}{2r}}{r}.\left(\frac{b}{r}\right)^{\frac{-gt}{2rr}},$$

ſive $\frac{gC}{k} - z = \frac{Cg}{k.Sc.\Delta}.Sc.\overline{\Delta + \frac{qt}{2r}}.\left(\frac{b}{r}\right)^{\frac{-gt}{2rr}}$. Deſcripta, ut antea, logiſtica FG (*Fig.* 7.) ſubtangentis $= \frac{qr}{g}$, cujus abſciſſæ $EH = \frac{qt}{2r}$, ſumantur $EA = AI = \frac{Cg}{k}$, & $AD = \Delta$. Ad abſciſſam DT deſcribatur curva, cujus ordinatæ habeant ad $Sc.DT$ rationem $\frac{Cg}{k} : Sc.\Delta$, quæ curva tranſibit

Fig. 1.



Fig. 2.



Fig. 3.

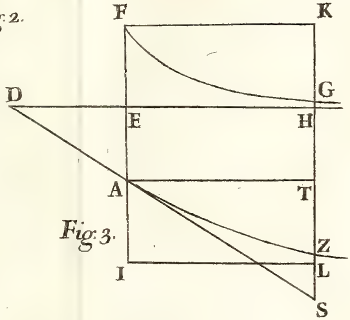


Fig. 4.

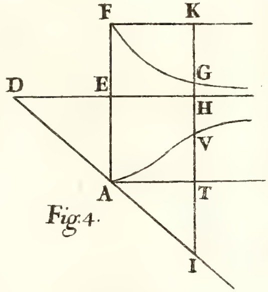


Fig. 5.

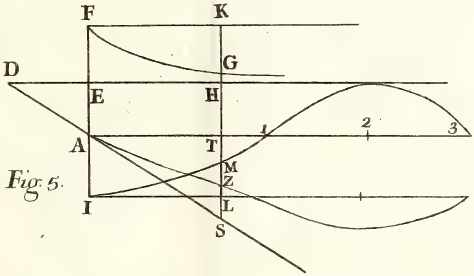


Fig. 6.

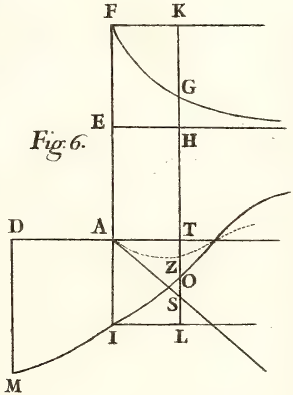
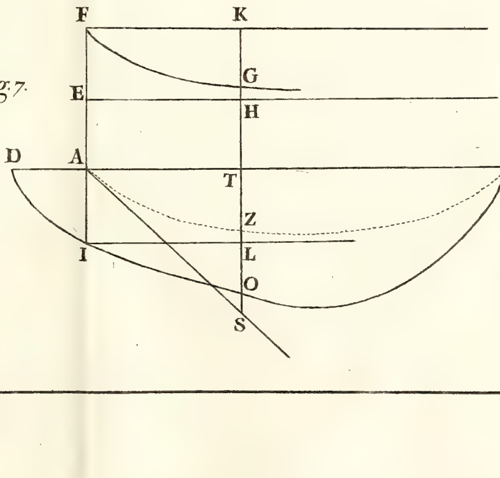


Fig. 7.



T. VI.

bit per punctum I. Fiat ut K H : H G : : T O : L Z, & curva tranſeat per omnia puncta Z : erunt $LZ = \frac{gC}{k} - z$: ergo $TZ = z$. Agatur A S ita, ut ſit A T : T S : : $qk : 2Cr$: erunt $TS = s$; ergo $SZ = s - z = x$.

In potentiis attrahentibus, ſi ſit $g > 2r$, & in potentiis repellentibus valet æquatio

$$\overline{A\,\mathrm{Sh}.\frac{qt}{2r} - B\,\mathrm{Ch}.\frac{qt}{2r}}.\left(\frac{b}{r}\right)^{\frac{-gt}{2rr}} = z \mp \frac{gC}{k};$$

ſignum ſuperius pertinet ad potentias attrahentes, inferius ad repellentes. Hæc eadem methodo determinatis conſtantibus A, B per curvas analogas curvis ſinuum & coſinuum hyperbolicorum ad conſtructionem perducitur. Sed exempla adducta ita methodum perſpicuam reddiderunt, ut nova exempla ſuperflua eſſe videantur. Hucuſque novam hanc centri mobilis theoriam licuit promovere: veruntamen, ut video, plura adhuc & difficiliora inveſtiganda ſuperſunt.

LAU-

LAURENTII CANUTI

De febri epidemica, quæ urbem Comachium anno 1766 invaſit.

Quamquam ſuſcepti inſtituti ratio poſtulare videtur, ut popularium morborum per urbem hanc noſtram graſſantium hiſtoriam proſequar, quam duobus ſuperioribus annis deſcribere, & in Academia hac noſtra, Sodales Ornatiſſimi, recitare inchoavi; cum tamen mihi per tempus non licuerit ea in ordinem redigere, quæ de ea re tum ex meis obſervationibus, tum ex aliorum relatione collegi, non omnino a propoſito alienum ſum arbitratus, ſi hoc veſpere febrem quamdam epidemicam, quam mihi obſervare contigit hoc anno in Comachii urbe, vobis exponerem, quippe quæ lumen fortaſſe aliquod iis afferre poſſit, quæ tum alias de morboſis noſtræ regionis conſtitutionibus jam diximus, tum impoſterum, Deo favente, dicturi erimus.

Cum itaque ineunte vere præſentis anni milleſimi ſeptingenteſimi ſexageſimi ſexti frequenter obſervari cœperit Comachii febris quædam peculiaris ejuſdem generis in omnibus, quos adoriebatur, iiſdemque fere ſymptomatibus ſtipata, quæ ad multos ac diverſi ordinis, & ætatis homines brevi tempore propagata eſt; cumque menſe Junio magis magiſque ſæviens, & integras familias invadens non paucos in ſummum vitæ periculum adduceret; nonnullos etiam e medio tolleret; cogitatum fuit a Magiſtratu illius Urbis Medicum Bononienſem arceſſere, qui de ea febre judicium ferret, & opportuna præſcriberet remedia, tum ad ægros curandos, tum ad ſanos a morbo defendendos. Res autem commiſſa fuit ſodali noſtro præſtantiſſimo Joſepho Azzoguidio;

dio; ſed hic medicis negotiis, ut ſolet, plurimum occupatus onus hoc in me tranſtulit, qui proinde Comachium ſtatim petens Medicos illius Urbis primum conveni, ut ab iis notionem aliquam febris tunc graſſantis acciperem, poſtea ſex dierum ſpatio, quibus in ea Urbe moratus ſum, plurimos ea febre laborantes ægros obſervavi, alios inter initia morbi, alios in augmento, alios in ſtatu, alios in declinatione, quoſdam ab ea recenter convaleſcentes, nonnullos demum imminenti morti quamproximos.

Itaque comperi, febrem iſtam ut plurimum invadere cum ſenſu aliquo frigoris, ſeu horripilationis, dolore capitis gravativo, ad frontem, & oculorum radices præſertim extenſo, virium proſtratione, ac laſſitudine univerſali, ciborum inappetentia, pulſu frequenti, celeri, ac depreſſo. His brevi calor ſuccedebat; non multum tamen intenſus, quo tempore pulſus etiam magis attollebatur. Ac licet viciſſitudines aliquæ, progrediente morbo, tum in calore ac pulſu, tum in aliis ſymptomatibus interdum occurrerent, nulla tamen vera intermiſſio, nec ulla etiam notabilis remiſſio umquam obſervata eſt. Accedebant brevi (niſi jam ab initio, ut nonnullis contigit, manifeſtari cœperint) levia imi ventris tormina cum hujus tenſione, ac tumiditate aliqua; in non paucis etiam vomitus, & ſtomachi paſſio; in omnibus fere oris amarities; lingua arida, & cruſta ſubalbida obtecta. Circa quartam pleriſque vaniloquium, ac ſubdelirium ſupervenit in torporem deinceps ac ſomnolentiam tranſiens, pleriſque etiam ante ſeptimam plus, minus ſaguinis ſtillavit e naſo, & mulieres fere omnes ætatis convenientis menſtruas purgationes etiam præter tempus conſuetum paſſæ ſunt, & nonnullis tunc temporis gravidis accidit, ut abortirent. Reliqua febris producta, quæ diverſis morbi temporibus obſervavimus, fuerunt ſubſultus tendinum, ac in nonnullis etiam convulſiones graviores, & magis manifeſtæ; aliqua ſpirandi difficultas; ſitis magna; petechiæ, ſeu maculæ, nunc rubræ, nunc lividæ; excretiones imi ventris flavæ, aut virides; urinæ initio flammeæ & pellucidæ; ſudores in iis, qui majus periculum ſubiere, inter febris initia copioſi. Sed quod notabile magis occurrit in hac febre, fuerunt vermes teretes, ſeu lumbrici, qui a pleriſque omnibus ægrotantibus, ut plurimum per alvum,

non

non numquam etiam per vomitum, nunc majori, nunc minori copia, nunc vivi, nunc mortui, nunc uno, nunc alio morbi tempore, plerumque tamen inter ſeptimam, & decimam quartam diem rejiciebantur. Hujus autem verminationis indicia deduci etiam poterant ex eo, quod ægri accuſabant titillationis, ac veluti conſtrictionis ſenſus ad fauces & guttur; ex pruritu narium; ex frequenti coloris faciei mutatione; ac demum ex ipſis ventris torminibus. Qui hac febre mortui ſunt (& fuerunt perpauci), primum graviſſimis convulſionibus corripiebantur, mox in ſoporem, ac lethargum incidebant cum pulſu celerrimo, parvo, & inæquali; neque in his vermes ulli prodierunt; mors vero accidit circa undecimam; quæ dies fere omnibus gravior extitit. Reliqui ſanitati reſtituti, plerique intra decimam quartam judicati ſunt, nonnulli etiam, qui pejus habuerunt, circa vigeſimam primam; evacuationes autem criticæ, partim fuerunt copioſæ alvi evacuationes bilioſæ, partim urinæ copioſæ, craſſæ, & gravi ſedimento refertæ, partim ſudores univerſales circa ſeptimam apparere incipientes; ſed priores duæ evacuationes frequentius. Convaleſcentes ex hac febre, præſertim qui gravius laborarunt, non niſi poſt longum tempus vires recuperaverunt, ac diu pallidi, & fere cachectici obſervabantur. Nonnullis circa vigeſimam, cum jam ceſſaverit febris, parotides ſupervenerunt cum partis dolore, rubedine, inflatione, ac novæ febris ingreſſu, ut ſuppurationem minari viderentur. At ſub uſu emplaſtrorum emollientium paulatim retrocedentes, poſt aliquot dies evaneſcebant, fluentibus per id tempus urinis copioſioribus, & ſedimentoſis. Tentata fuerunt quoque topica reſolventia ac repellentia, ſed cum infelici exitu, utpote quæ partem ulterius inflammare, & dolorem vehementiorem facere videbantur.

Hactenus de comachienſis febris hiſtoria, quæ ex magno ægrotantium numero per idem tempus ſimiliter laborantium inter epidemicas merito recenſenda eſt; ex typo autem, & indole, ac natura ejus, continua birioſa mali moris; ex ſede, gaſtrica ſeu inteſtinalis; ex præcipuo demum ſymptomate, verminoſa appellari poteſt. Nunc quando ejus cauſas breviter attingere aggredimur, primum meminiſſe oportet præhumidæ, ac pluvioſæ aeris conſtitutionis

anni

anni proxime elapſi milleſimi ſeptingenteſimi ſexageſimi quinti, ob quam flumina fere omnia, torrentes, & alvei exundarunt, & aquæ in locis depreſſioribus diu ſtagnantes reſtiterunt. Juvat deinde in memoriam revocare prægreſſam annonæ caritatem, quæ licet nunc adhuc perſtet, & major fortaſſe videri poſſit, in hoc tamen gravior ſuperiori anno cenſenda eſt, quod tritici qualitas deterior erat, tum ob alias cauſas, tum ob hanc præcipue, quia in areis ſæpe copioſis pluviis madefieret. Hinc quemadmodum in Romaniola inferiori, in Ferrarienſe, ac Bononienſe provincia, & regionibus aliis finitimis, ita etiam Comachii febres intermittentes frequentiſſime ortæ ſunt, a quibus perpauci immunes fuerunt: quæ quidem febres cum apparere cœperint circa ſolſtitium æſtivum anni proxime elapſi, per totam deinde æſtatem, & autumnum maxime ſævierunt, & in non paucis etiam hieme, & vere anni præſentis repullularunt, nec deſinunt in nonnullis identidem nunc etiam reverti. In pleriſque autem febres ejuſmodi poſt ſe reliquerunt infarctus, & obſtructiones viſcerum imi ventris, præſertim lienis; in aliis ſordidas ſcabies; ſcorbuticas affectiones in aliis; quamquam hæ poſtremæ longe frequentius alibi, ac præſertim in variis Romaniolæ locis, quam Comachii obſervabantur. Porro humidæ & pluvioſæ conſtitutioni ſuperius jam indicatæ autumnus ſucceſſit temperatus ad ſiccum potius vergens, dein hiems rigidiſſima, qua plurima nix decidit, unde in Comachii palude aqua diu gelu obſtricta fuit. Poſtea adveniente vere aer de more ad temperiem aliquam rediit, ſed ultra ejus tempeſtatis dimidium accenſus eſt calor interdiu intenſus ac fere intolerabilis, dum noctu aer frigidiuſculus, & humidus alternatim fieret.

Jam vero ſi cauſarum omnium, quas modo expoſuimus, ratio habenda ſit, non ægre meo judicio explicari poterit origo febris Comachii graſſantis jam deſcriptæ. Conſtat enim ex una parte, pravam quamdam præextitiſſe diſpoſitionem in ſuccis viſcerum imi ventris Comachienſium, tum a febrium intermittentium reliquiis inductam, tum a prava victus qualitate, quæ plurimum in ea Urbe conſideranda eſt, ubi piſces inferioris etiam qualitatis a pleriſque maxima comeduntur copia, & carnibus facile ſubſtituuntur. Ex altera parte manifeſtum eſt, nil aptius eſſe alternis illis

caloris, & frigoris viciſſitudinibus ad perſpirationis excretionem impediendam, aut vitiandam. Impeditus autem, ac vitiatus perſpirabilis vapor partim in ſanguine retentus eſt, partim ad glandulas ac viſcera imi ventris probabiliter traductus; cumque in eorum ſuccis, ac præſertim in humore bilioſo, præviam, quam diximus, diſpoſitionem nactus fuerit, nil mirum ſi & in ſanguine putrida febris accenſa ſit, & in ipſis inteſtinis ex humorum corruptione nidus, & paſtus vermibus pararetur ad eorum augmentum, aut evolutionem aptiſſimus. Ulterius in aliis ſymptomatibus explicandis non immorabor, ne propoſitos mihi brevitatis limites excedam, & quia fortaſſe ad rem, de qua agimus, minime eſt neceſſarium.

Venio nunc ad methodum curativam, quam in hac febre ſervandam propoſuimus, ſequentibus indicationibus præſertim innixam. Prima indicatio fuit repurgandi inter initia ſordes primarum viarum, ut materia, quæ in his turgere videbatur, mature imminueretur. Sal catharticum in ſubjectis robuſtis, & ſucci plenis, ad doſim conſuetam unciæ unius, blande ſimul & efficaciter ſuos effectus præſtitit, cui in delicatulis, aut iis, qui convulſivis affectibus erant obnoxii, olei amygdalarum dulcium unciæ duæ vel tres binis nitri ſtibiati drachmis admixti ſubſtitutæ fuerunt.

Indicatio altera eo ſpectavit, ut vaſa ſanguifera deplerentur per venæ ſectionem ad humorum circuitum expediendum, & ſtaſes adeo fatales in viſceribus, ac præſertim in cerebro antevertendas; plerumque tamen præmiſſum fuit leniens; nec ſanguinem oportuit plus quam ſemel aut bis mittere ante quartam, & ad mediocrem quidem doſim. Sanguis extractus inventus eſt floridus, denſæ potius conſiſtentiæ, cum cruſta aliqua ſubalbida, & ſero mediocris quantitatis: coloris inter viridem, & flavum. Notandum tamen eſt, Comachienſes vel ſanos ſanguinem cutenoſum habere, quod ſive a ciborum conditione, ſive ab aeris & loci qualitate, ſive aliunde procedat, hic non quærimus.

Tertia indicatio fuit diluendi, & attemperandi denſum, & acre febrile principium; quod nos ſeri depurati uſu, aut ob hujus defectum, vel non facilem tolerantiam, aqua pura nitro alterata copioſe epota conſequi poſſe cenſuimus; ut nempe principium illud fluxile, ac mobile per vaſa ſer-

vare-

varetur, uſque eo dum eos coctionis gradus acciperet, qui ad criticam evacuationem poſtulantur.

Quartam indicationem ſtatuimus in corrigenda putrida maligna indole præfati morboſi principii, ejuſdemque progreſſibus impediendis per blanda ſubacida, & alexipharmaca attemperantibus mixta. In primo genere opportunam duximus familiariſſimam limoniorum aquam. In altero radicem contrayervæ, aut ſerpentariam virginianam, aut pulverem noſtrum Bezoarticum, quæ poſtrema tamen remedia non niſi circa morbi ſtatum fuerunt exhibita.

Quinta indicatio, eaque in febre iſta maxime animadvertenda, fuit, ut occurreremus frequenti adeo verminationi. Quoniam vero pauci, qui ex ea febre perierunt, nullos vermes excernere viſi ſunt, idcirco conatus omnes intendimus, ut ii mature e corpore eliminarentur. Ut ut autem cum fructu aliquo exhibita fuerint in hunc ſcopum anthelmintica quædam remedia, & in primis aqua theriacalis, attamen nihil utilius ipſi deprehendimus tum oleo amygdalarum dulcium cum nitro ſtibiato, tum clyſteribus pariter oleoſis, quibus vermes mirifice enecari, et e corpore expelli per alvum obſervavimus. Remedia mercurialia quod attinet, hæc tantummodo propoſuimus, ubi remedia ſuperius propoſita non amplius forte prodeſſent, quo caſu non abhorruiſſemus aut a mercurio dulci ad pauca grana, aut ab ipſo hydrargyro vivo ad drachmam unam cum conſerva aliqua bene ſubacto.

Sexta indicatio, præcedente non minus neceſſaria ut præ oculis haberetur, fuerat arcendi a partibus ſuperioribus, ac præſertim a cerebro, ad quod in morbi progreſſu maxime tendere videbatur, malignum febrile principium; &, ſi hoc caput jam petere inciperet, curandi, ut ab eo prompte removeretur; quod fieri poſſe ſperavimus cucurbitulis ſcarificatis dorſo, & nucæ applicitis, & ubi res poſtulaſſet, ſectione venæ jugularis: veſicatoria quoque in fibrarum atonia, & inſigni humorum lentore, aut graviore ſoporoſo affectu convenientiſſima reputavimus: pro aliis vero nervoſis affectionibus, veluti delirio, convulſionibus, & ſimilibus, camphoram, cinnabarim, & ſuccinum, & in nonnullis caſibus etiam jus aut pulverem viperatum.

Septima indicatio fuit, dum ſigna coctionis ſe præbuerint,

rint, convenientes evacuationes promovendi per eas vias, ad quas natura maxime vergere videbatur. Ad diaphoreſim, præter nonnulla ex jam propoſitis remediis, decoctum radicis ſcorzoneræ & cornu cervi, aut hujus gelatina cum ſtibio diaphoretico propinata fuerunt; ad diureſim nitrata; ad catharſim lenientia ſuperius enunciata, ac potiſſimum clyſteres paulo acriores.

Octava demum indicatio ſolidorum corroborationem, & nutritii humoris reſtitutionem reſpexit ſedata jam febre; cui plane ſatisfecit victus paulo uberior, & vires magis reficiens, qui tenuis, & humidus toto febris tempore præſcriptus fuit. Nonnullis quoque jus columborum ſilveſtrium, & carnis viperinæ propoſitum fuit, aliis, quibus facies cachectica remanſerat, remedium aliquod chalybeatum.

Hæc de methodo curativa febris Comachienſis jam deſcriptæ. Remanet poſtremo loco, ut pauca referam de methodo prophylactica, de qua plurimum ſolliciti erant qui in febrem nondum incurrerant. Cum vero in hanc rem nulla certa, & univerſalis regula proponi poſſe mihi videretur, huc omnia referenda putavi. Ut qui ſanguine plus juſto turgerent, vaſa ſibi depleri curarent per venæ ſectionem; qui ſordibus primarum viarum abundarent, pharmaco leniente uterentur; qui in locis humidis ac depreſſis habitarent, ut plerique ſolent Comachienſes, conclavia domus magis eminentia, ac ventilata peterent. Omnibus tandem auctor fui, ut ab aere nocturno caverent; fugerent commercium cum ægrotantibus ex ea febre; a nimia ciborum ingurgitatione, ac præſertim a frequenti piſcium eſu abſtinerent: mane, antequam domo diſcederent, ſtomachum roborante aliquo præſidio eorum temperamento atque conſuetudini magis conveniente refocillarent. Non inutile quoque duxi, chinam chinam ad drachmam ſemis, aut ſcrupulos duos quotidie mane ſive cum chiocolatæ potu, ſive alia ratione aſſumendam præſcribere, quippe quæ non modo ad ſtomachum roborandum, ſed ad humores quoque a putrida labe præſervandos vi ſua antiſeptica proficua eſſe poſſit.

De hujus autem remedii uſu in febris ipſius curatione nihil attigimus, tum quia ante mei adventum in eam Urbem inutiliter tentata fuerat, tum quia in ea febre non modo

modo nulla intermiſſionis, ſed ne remiſſionis quidem notabilis indicia ſe præbuerunt. Ceterum ſi quando, ut non raro accidit, febris illa in remittentem aut intermittentem migraret, tunc febrifugo ſuum futurum eſſe locum judicavimus.

Hæc habebam, Sodales Ornatiſſimi, ruditer exponenda vobis de epidemica febre hoc anno Comachii graſſante, quæ poſtquam ab ea Urbe diſceſſimus miteſcere cœpit, neque eam amplius ad hoc uſque tempus ſæviiſſe novimus.

JOSEPHI SLOPII DE CADENBERG

Theoriæ Cometarum anni 1769, & *anni* 1770.

Theoria Cometæ anni 1769 deducta ex obſervationibus habitis Piſis in Specula Academica.

Cometa, qui ſub finem anni 1769 univerſæ telluri conſpicuus fuit, Piſis nocte inſequente diem 28 Augusti mihi cœlum inſpicienti inter Stellas, quæ litteris *μ*, & *λ* in conſtellatione Tauri notantur, & priori aliquantulum propinquior ſeſe videndum obtulit. Ejus cauda, quæ ultra ſtellam *o* Tauri protendebatur, fecit ut primo obtutu cometam, ſidus nunquam antea a me viſum, recognoſcerem. Florentiæ tunc temporis verſabatur hujus Speculæ cuſtos, & aberat etiam adoleſcens, qui ejus gerebat vices, unde non ante diem 30 Auguſti, adoleſcente Speculæ reſtituto, mihi primam de cometa obſervationem inire datum fuit. Poſteriori nocte, & noctibus diem 1, & diem 2 Septembris inſequentibus obſervationes proſecutus eram, cum eaſdem, quod propter negotia mihi Florentiam proficiſci neceſſum eſſet, intermittere coactus fui. At negotiis, quam citius licuit, expeditus, Piſaſque redux cometam die 14 Septembris conſpicere, atque ejus obſervationes inſtituere iterum potui. Neque poſtea ſidus hoc unquam mihi ſpectandum ſe præbuit; ſequentibus enim noctibus jam adventante crepuſculo matutino illud ab horizonte exoriebatur, & nocte, quæ diem 15 ſecuta eſt, cœlum inſuper denſiori ad orientem nebula obtectum erat. Poſt tranſitum vero ejus per perihelium tempore præſertim,

quo

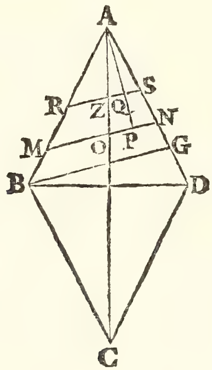
quo conſpici debuiſſet, aere nebuloſo, atque nubibus plerumque operto uſi fuimus.

Cometæ lumen mihi Saturnia luce longe dilutius apparebat. Idem porro teleſcopio inſpectum adeo langueſcebat, ut, cum fila in foco lentium teleſcopii tenſa lucernæ lumine colluſtrarentur, planeta vix cerni poſſet. Cometæ nucleus admodum parvus, & confuſe terminatus colore fuſco, coma vero, quæ eundem undique cingebat, albeſcenti prædita videbatur. Cauda utpote ſoli averſa cometæ caput præcedens lumine tenuiſſimo, & albicanti fulgebat, eoque debiliori, quo longius a capite porrigebatur. Eadem longior in ſingulas noctes fiebat. Cum enim primum illam conſpexi, nonniſi duodecim circiter gradus longa apparebat, die vero 30 Auguſti longitudo ejus ad 20 fere, & die 2 Septembris ad 27 gradus protenſa erat: noctibus inſequentibus multo longior evaſit. At die 14 Septembris, quo mihi ultima cometæ phaſis occurrit, vix ullam ejus caudam videre potui, quod lumini lunari, & crepuſculo matutino tum jam accedenti facile tribuendum.

Semita apparens cometæ (quando in ſphæra univerſi circulum maximum, a quo parum aberrabat, deſcripſiſſe ponatur) eclipticam interſecans in Sig. 1. 4°, eique ſub angulo gr. 23. 47' inclinata, Arietis, ubi primum Lutetiæ die 14 Auguſti a cl. *Meſſier* cometa conſpectus fuit, & Tauri conſtellationes trajiciebat; poſtea declinans ad Orionem, & ad Monocerontem, ibique in Sig. 3. 14° æquatorem ſecans ad angulum gr. 13° ½ per Hydram tranſibat, ad quam vergens cometa diſparuit. Conſtat vero, ex apparenti unius cometæ vel ſemita, vel forma (quod olim *Caſſinum* in errorem arripuit) nihil ad ejus identitatem cum altero declarandam deduci poſſe. Etenim ſemita a tellure conſpecta, utpote ejus motu affecta, longe alia nobis apparet ab orbita, quam cometa circa ſolem percurrit: apparens autem forma ab ejus poſitione reſpectu ſolis, ac telluris præcipue pendet; unde, hac mutata, illa quoque mutetur oportet; cujus rei præclarum extat exemplum in cometa anni 1759 tot geometrarum, & aſtronomorum laboribus celebri, qui præteritis ſæculis cauda inſignitus, noſtris vero temporibus longe minor, & abſque ulla cauda conſpectus fuit. Cometarum igitur motus omnes, quemadmodum planetarum,

ad ſolem comparandi ſunt, quod inferius agemus, poſtquam relatis obſervationibus a me peractis nonnulla de ratione in iis inſtituendis adhibita dicta fuerint.

Obſervationes omnes inſtitutæ ſunt teleſcopio gregoriano quinquepedali, cujus deſcriptio a me facta alibi invenietur. Singulis nempe noctibus differentiæ aſcenſionum rectarum, & declinationum cometæ, & cujuſdam ſtellæ prope cometæ parallelum ſitæ capiebantur ope reticuli Bradlejani, quod in foco lentium teleſcopii poſitum conſtat ſex filis ita diſpoſitis, ut rhombum diagonalibus, quarum una alterius ſit dupla, ſectum efficiant. Et quidem facillime hoc obtinetur, cum ſidera breviorem micrometri diagonalem, vel lineam eidem parallelam percurrunt. Sed labore opus eſt aliquanto longiori, cum eadem reticulum oblique trajiciunt. Tunc enim in reticulo ABCD, ſi rectæ MN, RS



exponant duorum ſiderum parallelos, notato tempore, quo ſidus deſcribens rectam MN a latere ad diagonalem, & tempore, quo a diagonali ad alterum latus pervenit, fiet primum MO : ON : : AB : AG; unde in triangulo BAG, cognitis lateribus BA, AG, & angulo intercepto, habebitur BG parallela lineæ MN. Deinde, ſi fiat BG : MN : : AB : AM : : AG : AN, in triangulo MAN invenietur AP perpendicularis lineæ MN, ſeu parallelo a ſidere percurſo, & PN pars paralleli inter latus unum, & perpendicularem

in-

intercepta. Eodem modo notatis temporibus, quibus ſidus percurrens viam R S immoto teleſcopio ad micrometri diagonalem, & ad ejus latera pervenit, deducentur cum P Q, ſeu differentia declinationum eorundem ſiderum, tum etiam tempora eorundem appulſus ad circulum declinationis A P; quæ ſimili ratione obtinentur, ſi ſidus unum trajecerit reticulum ſupra diagonalem, alterum vero infra. Breviori quidem methodo differentiæ declinationum, & aſcenſionum rectarum inveniuntur, ſi utamur micrometro ex quatuor filis, quæ in centro ſeſe ad angulos ſemirectos interſecant. Verum cum micrometrum hoc partem campi teleſcopii non exiguam obſervationibus habendis inutilem reddat, campus vero teleſcopii, quo uſi fuimus, nonniſi min. 19 34" comprehendat, nos reticulum *Bradleji* eidem præferendum cenſuimus. Itaque ſequentes hoc micrometro peractæ ſunt obſervationes.

Auguſti die 30 ſtella *r* in conſtellatione Tauri trans cometæ caudam effulgebat, unde teleſcopio ad eandem directo cometa paucis poſt minutis apparuit. Obſervationem executus inveni differentiam aſcenſionis rectæ gr. 1 17' 36", 4, & diff. declinationis, qua cometa auſtralior erat, min. 7 29".

Die 31 ſtella, quæ in conſtellatione Orionis a *Flamſtedio* inſcribitur *Quinta π in exuviis Leoninis*, cometam borealior ſequebatur. Ejus comparatione cum cometa quinquies repetita, prodiit primo diff. aſcen. rectæ gr. 2 38' 54", & diff. declin. min. 10 42"; ſecundo diff. aſcen. rectæ gr. 2 38' 41", & diff. declin. min. 11 53"; tertio diff. aſcen. rectæ gr. 2 36' 58", 5, & diff. declin. min. 11 35", 7; quarto diff. aſcen. rectæ gr. 2 34' 55", 6, & diff. declin. min. 12 37", 7; & quinto diff. aſcen. rectæ gr. 2 34' 12", 6, & diff. declin. min. 12 34", 4.

Die 1 Septembris cœlum erat nitidiſſimum, nulla tamen cernebatur ſtella notæ poſitionis, & cometæ vicina, ad quam idem referri poſſet. Stellam igitur ſelegi minorem ſtellis ſeptimæ magnitudinis, quæ in nullis fixarum catalogis deſcripta cometam auſtralior præibat. Tribus initis obſervationibus, ex prima eruta eſt diff. aſcen. rectæ min. 28 7", & diff. declin. min. 5 26", 8; ex altera vero diff. aſcen. rectæ min. 29 15", 6, & diff. declin. min. 5 27"; &

demum ex tertia diff. aſcen. rectæ min. 32 11", & diff. declin. min. 5 16", 5.

Die 2 Septembris nulla, ut præcedenti nocte, aderat ſtella prope cometam in fixarum catalogis notata, unde cometæ comparatio inſtituta fuit cum ſtella ignotæ poſitionis, quæ minor ſtellis ſeptimæ magnitudinis cometam ad auſtrum vergens præcedebat. Peractis quatuor obſervationibus, inventa eſt primo diff. aſcen. rectæ min. 54 9", & diff. declin. min. 3 57"; ſecundo diff. aſcen. rectæ min. 55 27", & diff. declin. min. 5 26", 7; tertio diff. aſcen. rectæ min. 56 24", & diff. declin. min. 5 24", 7; & quarto diff. aſcen. rectæ min. 57 41", & diff. declin. min. 6 11".

Die 14 Septembris cometa relatus eſt ad ſtellam, quæ a *Flamſtedio* notatur in conſtellatione Hydræ num. 15. Eadem præibat cometam vergens ad auſtrum. Comparatione pluries inſtituta, prodiit primo diff. aſcen. rectæ gr. 1 12' 53", 2, & diff. declin. min. 16 41"; ſecundo diff. aſcen. rectæ gr. 1 14' 20", 4, & diff. declin. min. 16 37"; tertio diff. aſcen. rectæ gr. 1 15' 49", 5, & diff. declin. min. 16 18", 5; & denique quarto diff. aſcen. rectæ gr. 1 17' 31", 4, & diff. declin. min. 16 12", 7.

Ut autem ex hiſce differentiis aſcenſionum rectarum, & declinationum in ſingulas noctes obſervatis cometæ loca erui poſſent, inveſtigandæ primum erant poſitiones fixarum, ad quas cometa relatus fuerat; quod quidem menſibus Decembris, Januarii, & Februarii, cum eædem noctu meridianum circulum trajicerent, executus ſum.

Verum fatear oportet, id non eadem quod ad ſingulas ſtellas perfectione præſtitum fuiſſe. Cum enim in animo eſſet, nonniſi poſt biennium haſce obſervationes una cum reliquis, quæ in hac Specula haberi ſolent, publici juris facere, tempus ea inquirendi, quæ perficienda ſupererant, inſequenti anno mihi non defuturum confidens poſitionem ſtellæ π Orionis unica obſervatione ad quadrantem muralem proſecutus fueram, & ſtellam Hydræ num. 15 inſcriptam bis tantum ad eundem quadrantem cum ſtella γ Orionis, quæ diſtat ab ejus parallelo duodecim & amplius gradus, comparaveram, cum advenit tempus, quo eædem interdiu meridianum trajicientes ad quadrantem muralem obſervari haud amplius poterant. At trium reliquarum ſtellarum poſitiones

nes longe majori obſervationum numero innixæ ſunt. Etenim ſingulas plus quam decies ad quadrantem muralem obſervavi una cum ſtellis, quæ prope earundem parallelos verſantur, & quarum loca in fixarum catalogis ab Aſtronomo ſummo *Ludovico De la Caillio* deſcripta inveniuntur. Itaque, ſumpto medio inter omnes obſervationes, & habita ratione aberrationis, & nutationis, loca media ſtellarum, ut ſequuntur, inventa ſunt.

POSITIO MEDIA AD 1 *SEPTEMBRIS* 1769.

r Tauri	Aſcenſio recta	2^s	2°	49′	50″, 1
	Declinatio Borealis		8	54	40, 8
π Orionis, quæ *Quinta in exuviis Leoninis* inſcribitur.	Aſcenſio recta	2	9	31	30, 0
	Declinatio Borealis		8	29	22, 0
Stellæ adhibitæ die 1 Septembris	Aſcenſio recta	2	9	35	24, 3
	Declinatio Borealis		7	35	16, 0
Stellæ adhibitæ die 2 Septembris	Aſcenſio recta	2	12	31	20, 0
	Declinatio Borealis		7	4	26, 0

POSITIO MEDIA AD 14 *SEPTEMBRIS*

Stellæ, quæ in Hydra a *Flamſtedio* ponitur num. 15.	Aſcenſio recta	4	10	4	33, 0
	Declinatio Auſtralis		6	19	33, 4

Ex hiſce porro earundem poſitiones apparentes, pro ut ſequuntur, deduxi.

POSITIO APPARENS AD 1 *SEPTEMBRIS*

r Tauri	Aſcenſio recta	2	2	50	7, 5
	Declinatio Borealis		8	54	47, 0
π Orionis	Aſcenſio recta	2	9	31	45, 7
	Declinatio Borealis		8	29	27, 4
Stellæ adhibitæ die 1 Septembris	Aſcenſio recta	2	9	35	40, 0
	Declinatio Borealis		7	35	21, 6
Stellæ adhibitæ die 2 Septembris	Aſcenſio recta	2	12	31	35, 0
	Declinatio Borealis		7	4	31, 7

 PO-

POSITIO APPARENS AD 14 *SEPTEMBRIS.*

Stellæ, quæ in Hydra notatur num. 15	Aſcenſio recta	$4^s\ 10^\circ\ 4'\ 33'', 8$
	Declinatio Auſtralis	6 19 30, 0

Jamque fixarum locis ita cognitis, & cometæ aſcenſionibus rectis, & declinationibus ex iis deductis, ejus primum longitudines, & latitudines calculo ſubduxi, atque tandem his omnibus abſolutis ad ejus theoriam inquirendam me converti.

Cometas *Kepleri Leges*, quemadmodum planetas, ſequi Geometrarum Princeps *Neutonus* primum demonſtravit, & *Haleijus* eoſdem ellipſes valde oblongas circa ſolem in earundem foco poſitum deſcribere celebris cometæ exemplo, qui anno 1682, & noſtris temporibus an. 1759 apparuit, deinde confirmavit. Cum vero ellipſes ita excentricæ a curva parabolica parum differant, & elementa parabolæ, quæ a cometa deſcribi ponitur, ex unica ejus apparitione, ellipſis autem nonniſi poſt integram cometæ circa ſolem revolutionem, deduci poſſint; cumque inſuper cometæ loca eadem ratione in parabolis ſingulis, utpote curvis, quæ omnes ſunt inter ſe ſimiles, calculo ſubducantur; geometræ omnes, atque aſtronomi cometas in curvis parabolicis ſupputandos cenſuerunt, quod abſque notabili errore fieri poſſe ab iis demonſtratur. Horum igitur exemplum & ego ſecutus orbitam cometæ noſtri parabolicam inveſtigavi. Longa nimium ac tædio plena res eſſet totam hic calculorum ſeriem referre, qua ad hujus theoriæ elementa cognoſcenda deventum. Namque, ut omnibus conſtat, nulla adhuc inventa hujus theoriæ tractandæ directa methodus, qua ſcilicet a quantitatibus cognitis ad incognitas perveniatur, unde omnia ſunt quampluries repetitis tentaminibus inquirenda. Quibuſdam nempe ex iis, quæ ignorantur, tanquam nota eſſent, aſſumptis elementa orbitæ ex duabus obſervationibus eruuntur; deinde iis, quæ aſſumpta fuerant, mutatis nova deducuntur elementa; tum vero, tertia quadam cometæ obſervatione, quæ a primis duabus diſtet plurium dierum intervallo, in utraque hypotheſi ſupputata, invenitur, quænam earundem hypotheſium obſervationem hanc melius exhibeat; & denique iis, quæ ſumpta fuerant, iterum mutatis novæ atque novæ fiunt hypotheſes, donec ea occurrat, ex qua eruta elementa tertiam obſervationem accurate re-

præ-

præſentent, quæ reliquas quoque omnes cometæ obſervationes, ſi operatio probe inſtituta fuerit, exhibebunt.

Duabus itaque cometæ a ſole diſtantiis cum aſtronomis celeberrimis *De la Cailio*, *&* *De la Landio* ita, ac ſi cognitæ eſſent, primum aſſumptis, ex obſervationibus inter eas, quas die 30 Auguſti, die 2 & die 14 Septembris habueram, ſelectis cometæ circa ſolem trajectoriæ elementa, quæ ſequuntur, inveni.

Longitudo nodi aſcendentis	$5^s\ 25^\circ\ 11'\ 13''$
Longitudo perihelii in orbita	4 24 52 54
Inclinatio orbitæ	$41^\circ\ 1'\ 6''$
Logarithmus diſtantiæ periheliæ	9.0828060

Unde diſtantia perihelia in partibus, quarum 10000 æquales diſtantiæ mediæ telluris a ſole, 1210.

Denique tempus medium, quo cometa per perihelium tranſiit, dies 7 Octobris hor. 13 16' 21''.

Quod ſi cometa noſter cum aliquo deſcripto in cometarum uſque ad hoc tempus obſervatorum catalogo conveniret, facile nunc ex hiſce elementis cognoſci, atque ejus revolutionis periodus aſſignari poſſet. Verum examine inſtituto, cum elementa ejus orbitæ ab elementis cujuſcunque cometæ in catalogis notati longe diverſa reperta fuerint, conſtat nihil de ejus periodo aſſeri poſſe.

Meis obſervationibus juxta elementa ſuperius exhibita ſupputatis, theoriæ noſtræ confirmandæ plurimum conferre exiſtimavi, ſi aliæ quoque aſtronomorum obſervationes, quæ diſtent a noſtris plurium dierum intervallo, ſupputatæ eidem convenire reperiantur. Duas igitur obſervationes Pariſiis die 14 & 25 Auguſti a cl. *Meſſier* habitas, quas in publicis litteris relatas inveni, atque inſuper tres ex iis, quæ in Specula Bononienſi ab Aſtronomo celeberrimo *Euſtachio Zanotto*, & a Viris doctiſſimis *Petronio Matteuccio*, *&* *Sebaſtiano Canterzano* die 27 Auguſti, & die 4, & 8 Septembris inſtitutæ fuerunt, juxta elementa theoriæ noſtræ calculo ſubduxi, quas omnes meis obſervationibus adjunctas ſequentes complectuntur tabellæ, in quarum prima, quæ ex obſervatione deducta ſunt, in altera vero, quæ ex theoria, continentur.

CO-

COMETÆ LOCA EX OBSERVATIONIBUS.

1769 Dies	Tempus medium H. M. S.	Aſcenſio recta S. G. M. S.	Declinatio Borealis G. M. S.	Longitudo S. G. M. S.	Latitudo Auſtralis G. M. S.
Aug. 30	14 47 14	2 4 7 44	8 47 17, 8	2 3 48 25, 6	12 21 24, 6
31	13 17 43	2 6 52 52	8 18 45, 4	2 6 28 17, 6	13 17 8, 9
	13 33 30	2 6 53 5	8 17 34, 4	2 6 28 28, 4	13 18 21, 1
	13 51 24	2 6 54 47	8 17 51, 7	2 6 30 47, 8	13 18 27, 0
	14 9 17	2 6 56 50	8 16 49, 7	2 6 31 58, 7	13 19 41, 1
	14 27 30	2 6 57 33	8 16 48, 0	2 6 32 41, 3	13 19 49, 4
Sept. 1	13 58 42	2 10 3 47	7 40 48, 4	2 9 34 55, 3	14 23 7, 0
	14 4 53	2 10 4 56	7 40 48, 6	2 9 36 5, 3	14 23 16, 4
	14 19 0	2 10 7 51	7 40 38, 1	2 9 39 3, 2	14 23 51, 3
2	13 29 0	2 13 25 44	7 0 34, 7	2 12 55 9, 1	15 28 51, 9
	13 35 57	2 13 27 2	6 59 5, 0	2 12 56 1, 0	15 30 28, 2
	13 45 42	2 13 28 9	6 59 7, 0	2 12 57 27, 3	15 30 36, 0
	13 54 26	2 13 29 16	6 58 20, 7	2 12 58 59, 4	15 31 29, 6
			Declin. Auſt.		
14	16 24 27	4 11 17 27	6 2 48, 9	4 15 33 48, 8	23 12 57, 9
	16 33 22	4 11 18 54	6 2 52, 9	4 15 35 20, 6	23 12 36, 9
	16 43 20	4 11 20 23	6 3 11, 4	4 15 36 58, 2	23 12 29, 4
	16 50 49	4 11 22 5	6 3 17, 2	4 15 38 45, 8	23 12 5, 9
			Declin. Bor.		
Aug. 14	13 5 34	1 8 35 2	11 49 32	1 9 58 47, 5	3 9 36, 0
25	13 20 41	1 22 37 38	10 33 18	1 22 55 10, 7	8 13 41, 6
27	13 13 21	1 26 36 56	9 59 9	1 26 36 56, 0	9 41 37, 0
Sept. 4	14 11 25	2 21 16 0	5 21 26	2 20 51 44, 0	17 50 12, 0
8	15 31 48	3 10 22 54	0 55 24	3 11 13 0, 0	22 8 14, 0

CO-

COMETÆ LOCA EX THEORIA

1759 Dies	Diſtant. Com. a Sole	Diſtant. Com. a Tellure	Longitudo S. G. M. S.	Latitudo A. G. M. S.	Diff. long. M. S.	Diff. lat. M. S.
Aug. 30	11337	4528	2 3 48 52, 2	12 23 1, 3	† 0 26, 6	† 1 36, 7
31	11133	4339	2 6 26 22, 7	13 18 48, 0	-- 1 54, 9	† 1 39, 1
	11131	4337	2 6 28 18, 9	13 19 28, 4	-- 0 9, 5	† 1 7, 3
	11128	4334½	2 6 30 31, 1	13 20 14, 5	-- 0 16, 7	† 1 47, 5
	11125½	4332	2 6 32 41, 7	13 21 0, 2	† 0 43, 0	† 1 19, 1
	11122½	4329½	2 6 34 59, 7	13 21 47, 0	† 2 18, 4	† 1 57, 6
Sept. 1	10910	4142	2 9 35 5, 4	14 23 40, 8	† 0 10, 1	† 0 33, 8
	10909	4141	2 9 35 40, 8	14 23 55, 3	-- 0 24, 5	† 0 38, 9
	10907½	4139½	2 9 37 1, 8	14 24 28, 3	-- 2 1, 4	† 0 37, 0
2	10692	3966½	2 12 55 21, 0	15 28 54, 8	† 0 11, 9	† 0 2, 9
	10691	3965½	2 12 56 22, 7	15 29 14, 2	† 0 21, 7	-- 1 14, 0
	10690	3964½	2 12 57 47, 9	15 29 41, 5	† 0 19, 6	-- 0 54, 5
	10688½	3963½	2 12 59 6, 2	15 30 5, 7	† 0 6, 8	-- 1 23, 9
14	7832	3519½	4 15 34 45, 8	23 12 17, 4	† 0 57, 0	-- 0 40, 5
	7830½	3520	4 15 36 20, 1	23 12 13, 2	† 1 5, 5	-- 0 23, 7
	7829	3520	4 15 38 15, 2	23 12 9, 8	† 1 17, 0	-- 0 19, 6
	7828	3521	4 15 39 35, 4	23 12 8, 0	† 0 49, 6	† 0 2, 1
Aug. 14	14609	8581	1 9 56 6, 2	3 8 41, 3	- 2 41, 3	-- 0 54, 7
25	12407	5683	1 22 58 28, 0	8 15 44, 8	† 3 17, 3	† 2 3, 2
27	11990	5207	1 26 40 52, 8	9 42 28, 5	† 3 56, 8	† 0 51, 5
Sept. 4	10215	3650	2 20 51 21, 6	17 49 59, 3	-- 0 22, 4	-- 0 12, 7
8	9304	3272	3 11 12 8, 8	22 7 9, 2	-- 0 51, 2	-- 1 4, 8

Theo-

Theoria Cometæ Anni 1770 ex obſervationibus in Specula Bononienſi habitis deducta.

ALter cometa, qui elapſo anno Pariſiis a clariſſimo Aſtronomo *Meſſier* die 14 Junii conſpectus fuerat, Bononiæ ob cœlum tunc temporis plerumque nubilum non ante diem 28 ejuſdem menſis viſus eſt. Inſtituti illius Aſtronomus longe celeberrimus *Euſtachius Zanottus* cum ſociis doctiſſimis *Petronio Matteuccio*, & *Sebaſtiano Canterzano* eundem obſervationibus inſtitutis teleſcopio, quod micrometro e quatuor filis ad angulos ſemirectos ſeſe decuſſantibus compoſito inſtructum erat, per quatuor noctes perſecutus eſt; quo quidem tempore cometa a cauda Serpentis Ophiuchi Aquilam ad ortum relinquens tranſiit per Lyram, alam Cygni, Draconem, Cepheum, atque celerrimo motu proxime ad conſtellationem Aurigæ pervenit. Nocte quoque inſequenti, cœlo ſi uſi eſſent ſereniore, cerni forſan potuiſſet. Poſtea vero ſingularis motus apparentis celeritas, qua cometa ad ſolem vergebat, eundem obſervatorum oculis eripuit. Cum igitur a Viro doctiſſimo *Sebaſtiano Canterzano* in eodem Athenæo Matheſeos Profeſſore obſervationes illæ humaniſſime mihi traditæ fuerint, non inutile duxi theoriæ elementa ex iis deducere, novoque cometa eorundem catalogum augere. Me quidem ab hoc propoſito aliquantum deterrebat breve quatuor dierum intervallum, quo extremæ obſervationes inter ſe diſtabant. Verum cum arcus, quem cometa eo tempore telluri viciniſſimus apparenti motu percurrit, tertiam & amplius cœli partem comprehenderet, Bononienſes obſervationes huic labori abſolvendo haud inutiles fore confidens me longam calculorum ſeriem, qua hujuſmodi theoriæ inveſtigari ſolent, non temere aggredi poſſe exiſtimavi.

Itaque ſupputationibus eadem methodo, qua in ſuperiori cometa uſus ſum, inſtitutis ſequentia theoriæ elementa inveni.

Longitudo nodi aſcendentis	4^s	16°	14'	0"
Longitudo perihelii in orbita	11	26	12	50, 5
Inclinatio orbitæ	0	1	45	20
Logarithmus diſtantiæ perihelix				9.7984592.

Unde

Unde diſtantia perihelia 62872, poſita 100000 diſtantia media telluris a ſole.

Et denique tempus medium tranſitus cometæ per perihelium ad meridianum Bononiæ d. 9. Auguſti 1ʰ 8' 53".

Atque hæc elementa obſervationes mihi traditas, ut in inferioribus tabulis cerni poterit, ſatis accurate exhibere videntur. Cum tamen obſervatio habita die 29 Junii a theoria min. 15' 35" in latitudine differat, iiſdem elementis pluries mutatis majorem quidem hujus obſervationis cum theoria conſenſum obtinui; at obſervationem diei 1 Julii tunc magis magiſque ab eadem differre inveni; unde elementa ſuperius expoſita reliquis præferenda videntur. Eadem theoria accuratis aliorum obſervationibus confirmari nunc, vel corrigi poterit. Verum animadverti oportet, cometam hunc ob ſingularem, qua die 1 Julii a tellure diſtabat, proximitatem facile perturbationibus non exiguis a telluris noſtræ attractione ortis obnoxium fuiſſe; ideoque haud mirum videri debebit, ſi fortaſſe aliorum obſervationes cum hac noſtra theoria collatæ ab ipſa magis etiam quam obſervationes Bononiæ habitæ differre inveniantur. Etenim die 1 Julii tempore obſervationis cometa aberat a tellure tantum partes 19297, quarum 1000000 æquales ſunt diſtantiæ Solis a tellure mediocri, unde quinquagintaduo & amplius vices nobis, quam Soli, vicinior erat; eadem vero die 5ʰ ½ temporis medii, quo juxta theoriam noſtram telluri proximus cometa invenitur, ab eadem diſtabat 18720, id eſt, poſita parallaxi ſolari 9", telluris ſemidiametros 422, a Sole vero 1016682, ideoque nobis quinquagintaquatuor & amplius vices, quam Soli, vicinior erat. Sed jam obſervationes ipſas, & cometæ loca, quæ ex theoria deducta ſunt, referemus, quæ omnia, ut in ſuperiori cometa fecimus, duabus ſequentibus tabellis complexi ſumus.

LOCA DEDUCTA EX OBSERVATIONIBUS.

1770 Dies	Tempus medium H. M. S.	Aſcenſio recta S. G. M. S.	Declinat. Borealis G. M. S.	Longitudo S. G. M. S.	Latitudo Borealis G. M. S.
Jun. 28	11 57 11	9 6 4 58	3 21 5	9 6 47 57	26 40 41
29	12 6 17	9 7 49 50	14 38 45	9 9 36 35	37 52 7
Jul. 1	12 38 52	10 22 59 39	78 7 0	1 29 12 46	71 15 50
2	13 56 30	2 18 16 18	62 26 5	2 23 1 29	39 15 0

LOCA JUXTA THEORIAM SUPPUTATA

1770 Dies	Diſtant. Com. a Sole	Diſtant. Com. a Tellure.	Longitudo S. G. M. S.	Latitudo Borealis G. M. S.	Diff. in longit. M. S.	Diff. in latit. M. S.
Jun. 28	1057659	45502	9 6 48 1	26 42 20	† 0 4	† 1 39
29	1042510	32271	9 9 37 20	37 38 51	† 0 45	-- 13 16
Jul. 1	1012275	19239	1 29 10 44	71 21 1	-- 2 2	† 5 11
2	996523	27557	2 23 3 37	39 16 38	† 2 8	† 1 38

Cum autem cometæ loca, quemadmodum ejus a tellure diſtantiæ oſtendunt, plurium minutorum parallaxibus afficiantur, eas quoque calculo ſubducendas neceſſarium duxi; unde ſequens additur tabella, in qua loca cometæ ex theoria collecta, & a parallaxi affecta continentur.

Parallaxis Longit.	Parallaxis Latitud.	Longitudo apparens	Latitudo apparens	Diff. in longit.	Diff. in latit.
M. S.	M. S.	S. G. M. S.	G. M. S.	M. S.	M. S.
-- 0 8	-- 2 10	9 6 47 53	26 40 10	-- 0 4	-- 0 31
-- 0 20	-- 2 19	9 9 37 0	37 36 32	† 0 25	-- 15 35
† 9 14	-- 1 4	1 29 19 58	71 19 57	† 7 12	† 4 7
† 3 13	-- 3 7	2 23 6 50	39 13 31	† 5 21	-- 1 29

GRE-

GREGORII PHILIPPI MARIÆ CASALII BENTIVOLI PALEOTTI

De Seriebus Geometricis.

Arbitrabar, Sodales doctiſſimi, me hoc veſpere locuturum eſſe de arithmeticis ſeriebus; verum de illis minime, de geometricis loquar. Quoniam cum de illis theoremata nonnulla in mentem mihi veniſſent, deque his nonnulla alia, utraque huc partitim ferre ſtatueram, principium nunc ſumendo ab illis, quæ ad ſeries arithmeticas pertinent, aliis ad aliud tempus ſervatis. At cum hæc omnia communicaviſſem, ſicuti accidere ſolet inter amicos, cum ornatiſſimo Sodali noſtro Pompejo Pellegrino, me monuit ipſe, theoremata, quæ de ſeriebus arithmeticis excogitaveram, valde ſimilia eſſe theorematibus quibuſdam a clariſſimo Lagnyvo Academiæ Pariginæ anno 1705 propoſitis, atque ab eo ingenioſe ad reſolutionem æquationum applicatis, ut ex Actis ipſius Academiæ ſub dicto anno, & ſequenti colligere datum eſt. Monitum amici præſtitit, ut dubitarem, ne quæ dicenda per me erant de ſeriebus arithmeticis parum nova viderentur, ſicque parum utile eſſet de illis dicere. En quam juvet amicos habere ſinceros non modo & humanos, verum etiam doctos. Quocirca, etſi judicarem me nonnihil poſſe cum Lagnyvo dimicare ob quamdam ſaltem ordinis prioritatem; apparet enim, ni fallor, in quibusdam meis theorematibus major univerſalitas, immo ex his plura Lagnyvi theoremata veluti corollaria deducuntur; attamen potius quam cum tanto viro contendere, gaudeo theoremata illa tantum exponere, quæ in ſeriebus geometricis verſantur, quæque nullus, quod ſciam, antea propoſuit, & quæ tandem ſperare adhuc mihi licet videri nova. Utinam

hæc vobis non omnino videantur vel inelegantia, vel inutilia.

THEOREMA PRIMUM.

IN ſerie geometrica 1. 2. 4. 8. &c. ſi tres ſucceſſivi termini ſumantur, factum ex ſumma duorum priorum in tertium æquatur differentiæ quadratorum ſecundi & tertii diviſæ per poteſtatem o primi.

Atque notate, precor, me poſſe in ſecundo æquationis membro omittere diviſorem, quippe qui unitatem æquat. At non placuit omittere, ut commodius ſe prodat analogia, quæ inter theorema hocce, & illa, quæ exponenda ſunt, intercedit.

Verum ſi exempla ſufficerent ad oſtendendas propoſitiones, theorema noſtrum ſatis per exempla demonſtraretur, quæ unum poſt aliud ordine ſequuntur.

$\overline{1+2}\cdot 4 = 16 - 4 = 12$

$\overline{2+4}\cdot 8 = 64 - 16 = 48$

$\overline{4+8}\cdot 16 = 256 - 64 = 192$

&c.

Demonſtratio autem requiritur, quæ caſus omnes poſſibiles univerſe comprehendat. Utamur itaque generali formula ſerierum geometricarum, nempe $a \,.\, am \,.\, am^2 \,.\, a\,m^3$ &c.; & quoniam ſeries noſtra incipit ab unitate, fiat $a = 1$; ex quo per debitam ſubſtitutionem habebimus formulam $1 \,.\, m \,.\, m^2 \,.\, m^3$.&c. Poſt hæc inſtituatur æquatio juxta theorematis conditiones. Erit hæc

$\overline{1+m}\,.\, m^2 = m^4 - m^2$,

& poſt breviſſimum calculum apparebit

$2 = m^2 - m$;

ſed hoc verum tunc eſt, quando $m = 2$; quod demonſtrandum erat.

Neque dubitandum eſt, demonſtrationem eamdem non valere, quicumque ſit locus ſeriei, ex quo ſumantur tres ſucceſſivi termini; nam primus eorum ſemper conſiderari poterit ut 1, & conſequenter tres termini recte ſemper exprimentur per denominationes $1 \,.\, m \,.\, m^2$, quas ſupra adhibuimus. Hanc autem animadverſionem cupio, Sodales optimi, vos ipſos transferre, & accommodare ad demonſtratio-

nes

nes theorematum, quæ proponenda ſuperſunt: ſicque concedetur, me aliquanto breviorem eſſe poſſe.

Demonſtratio noſtri theorematis nos docet colligere ex eo corollarium, quod nihil aliud eſt, niſi ipſius theorematis ampliatio. Videlicet data ſerie geometrica creſcente ratione dupla, quicumque ſit primus terminus, ideſt vel ſimplex, vel compoſitus, aut integer, aut fractus, ſemper de ea veram eſſe propoſitionem, quam ſupra enuntiavimus de ſerie 1.2.4.8.&c.

Revera per formulam generalem $a \,.\, am \,.\, am^2 \,.\, am^3$.&c., in qua ſupponere datum eſt a æqualem eſſe cuilibet quantitati, inſtituatur æquatio ſecundum theorematis conditiones, & habebimus

$$\overline{a+am}\,.\,am^2 = aam^4 - aam^2,$$

ex qua proveniet, ut ſupra, æquatio

$$2 = m^2 - m.$$

THEOREMA SECUNDUM.

IN ſerie geometrica 1.2.4.8.&c. ſi quatuor ſucceſſivi termini ſumantur, factum ex ſumma trium priorum in quartum æquatur differentiæ cuborum ſecundi, & tertii diviſæ per poteſtatem 1 primi.

Notandum hic eſt, Sodales, diviſorem ſecundi membri æquationis a me potius appellari poteſtatem primam primi termini, quam primum ipſum, etſi quantitas quæcumque, & prima ejus poteſtas idem valeant. Sed cenſui, expreſſionem hanc alteri præſtare ad illam detegendam analogiam, de qua in antecedente theoremate mentionem feci.

Ut hoc etiam theorema exempla patefaciant, & quaſi oſtendant, facile intuemini

$$\overline{1+2+4}\,.\,8 = \frac{64-8}{1} = 56$$

$$\overline{2+4+8}\,.\,16 = \frac{512-64}{2} = 224$$

$$\overline{4+8+16}\,.\,32 = \frac{4096-512}{4} = 896$$

&c.

At

At demonſtratio per formulam generalem ſe ſe exhibet, ut ſupra. Juxta theorematis conditiones hæc habebitur æquatio

$$\overline{1 + m + m^2} \,.\, m^3 = \frac{m^6 - m^3}{1},$$

ex qua educitur hæc alia

$$2 = m^3 - m^2 - m,$$

quæ tunc nimirum vera eſt, quando $m = 2$; quod demonſtrandum erat.

Corollarium ad primum theorema additum nos monet, ut pari modo corollarium ſimile ad ſecundum etiam addamus: nempe a quocumque termino, vel ſimplici, vel compoſito, aut integro, aut fracto principium capiat ſeries geometrica creſcens ratione dupla, de ea affirmandam eſſe propoſitionem, quæ nunc demonſtrata eſt de ſerie 1 . 2 . 4 . 8 &c.; quoniam ſuppoſito, primum terminum, quicumque ſit, æquare a, habebitur per conditiones theorematis

$$\overline{a + am + am^2} \,.\, am^3 = \frac{a^3 m^6 - a^3 m^3}{a},$$

& ex hac æquatio hæc altera

$$2 = m^3 - m^2 - m.$$

THEOREMA TERTIUM.

In ſerie geometrica 1 . 2 . 4 . 8 &c. ſi quinque ſucceſſivi termini ſumantur, factum ex ſumma quatuor priorum in quintum æquatur differentiæ quadrato-quadratorum ſecundi & tertii diviſæ per poteſtatem 2 primi.

Veritatem hujus etiam theorematis inſpiciamus, ſi vobis placet, in exemplis. Ecce

$$\overline{1 + 2 + 4 + 8} \,.\, 16 = \frac{256 - 16}{1} = 240$$

$$\overline{2 + 4 + 8 + 16} \,.\, 32 = \frac{4096 - 256}{4} = 960$$

$$\overline{4 + 8 + 16 + 32} \,.\, 64 = \frac{65536 - 4096}{16} = 3840$$

&c.

Sed

Sed ad conſuetam demonſtrationem devenientes exprimamus theorema per æquationem hanc

$$\overline{1 + m + m^2 + m^3} . m^4 = \frac{m^8 - m^4}{1},$$

ex qua en alia

$$2 = m^4 - m^3 - m^2 - m,$$

quæ vera ſane eſt, quando $m = 2$, quod noſtrum erat oſtendere.

Theorema hoc præcedentia theoremata, ut ita dicam, imitatum gaudet & ipſum ſuo corollario exornari. Scilicet verum ſe eſſe demonſtrat non tantum de ſerie 1 . 2 . 4 . 8 &c., ſed de ſeriebus omnibus geometricis ratione dupla creſcentibus, quicumque ſit primus terminus, vel ſimplex, vel compoſitus, aut integer, aut fractus. Supponatur enim, hunc primum terminum æquare a; & fiet per conditiones theorematis æquatio

$$\overline{a + am + am^2 + am^3} . am^4 = \frac{a^4 m^8 - a^4 m^4}{a^2},$$

& ex hac hæc altera

$$2 = m^4 - m^3 - m^2 - m.$$

Analogia, Sodales ſapientiſſimi, quæ per theoremata, & corollaria diffunditur, uſque adhuc expenſa ſatis clare monſtrat, poſſe infinitum aliorum theorematum & corollariorum numerum illis ſimilium proponi, ſumendo nempe ex ſerie 1 . 2 . 4 . 8 &c., vel ex quavis alia ſerie creſcente ratione dupla ſex ſucceſſivos terminos, & poſtea ſeptem, deinde octo, & ſic deinceps in infinitum. Quapropter mihi ſatis eſſe arbitrabor, ſi ſub uno tantum theoremate datum ſit colligere & infinitum propoſitionum numerum, quæ exponendæ eſſent, & propoſitiones ipſas, quas hactenus declaravi. Video tamen, me potuiſſe primo univerſale hoc theorema vobis exhibere, ſicque a labore, quem ob tot caſus particulares ſuſtinuiſtis, vos liberare. Methodum hanc breviorem fuiſſe non inficior: ceterum neſcio an fuiſſet ipſa commodior.

THEO-

THEOREMA QUARTUM.

IN ſerie geometrica 1 . 2 . 4 . 8 &c., vel in quacumque alia creſcente ratione dupla ſumpto quovis numero terminorum ſucceſſivorum, factum ex ſumma eorum dempto extremo in ipſum extremum æquatur differentiæ illius poteſtatis ſecundi & tertii termini, cujus poteſtatis exponens ſit numerus ſumptorum terminorum unitate imminutus, diviſæ autem differentiæ huic per primum terminum elatum ad illam poteſtatem, cujus exponens ſit numerus terminorum tribus unitatibus imminutus.

Intelligitis, Sodales doctiſſimi, me, cum theoremata oſtendiſſem de parvo terminorum numero, uſum fuiſſe demonſtratione ſimpliciſſima, quæ principium ducebat ab æquatione conditiones theorematis in dato terminorum numero non tantum capiente, ſed eas palam commonſtrante, nulla earum ſcilicet abſcondita ſub aliqua alia ſerierum proprietate. Nunc vero cum oſtendendum ſit theorema, in quo aſſumitur numerus terminorum indeterminatus, immo, ſi placeat, infinitus, nunc, inquam, cum indeterminatus, & infinitus theorematum numerus ſub uno theoremate comprehendendus ſit, permittetur, ut ſpero, ad demonſtrationem confugere aliquanto magis artificioſam, non autem, ſi quid judico, magis longam.

Proprietatem ſerierum geometricarum cognitam habent Mathematici, qua uti ſolent, ut quantitates, quæ iſtas ſeries componunt, in ſummam redigant. Hæc eſt proprietas: in ſeriebus geometricis ſic ſe habet ſecundus terminus primo diminutus ad primum, ut extremus primo diminutus ad ſummam terminorum, qui poſtremum antecedunt.

Quo poſito ſeligatur in formula generali $a . am . am^2 . am^3$. &c. quilibet terminorum ſucceſſivorum numerus. Denominetur n exponens quantitatis m in poſtremo ſumptorum terminorum, qui terminus idcirco erit am^n. Clare patet, cum ſupponamus commodi ergo, veluti indicatum eſt in primo theoremate, poteſtatem m in primo ſumptorum terminorum æquare unitatem, ſeu, quod idem eſt, m in primo termino elatum eſſe ad poteſtatem o, quapropter primus ſeriei terminus, qui exprimendus eſſet per am^0, exprimitur per ſolam a, in præſenti theoremate $n+1$ exprime-

re

re numerum ſumptorum ſeriei terminorum. Hinc fit, ut ſumptos terminos conſiderantes ſummam habeamus terminorum, qui extremum antecedunt, inſtituta proportionalitate $am - a : a :: am^n - a$ ad quartum, ex qua dignoſcemus eſſe

hunc quartum $= \frac{a . \overline{am^n - a}}{am - a}$.

Conſequenter multum facile erit per conditiones theorematis ad æquationem hanc devenire: videlicet

$$\frac{a . \overline{am^n - a}}{am - a} . am^n = \frac{a^n m^{2n} - a^n m^n}{a^{n-2}},$$

quæ expurgata in hanc alteram convertitur

$$\frac{a^2}{m-1} = \frac{1}{a^{-2}},$$

ex qua reſultat

$1 = m - 1$,

& tandem $2 = m$:

quæ omnia oſtendunt, ut videtis, noſtrum theorema valere in quocumque terminorum cujuslibet ſeriei numero, dummodo tamen ejus termini ratione dupla augeantur.

Attamen ſi rationes in ſeriebus regnarent diverſæ, quid eveniret? Ecce, Sodales, theoremata alia nonnulla, quæ ad ſeries pertinent alias.

THEOREMA QUINTUM.

IN ſerie geometrica 1.3.9.27 &c. ſi tres ſucceſſivi termini ſumantur, factum ex ſumma duorum priorum in tertium æquatur medietati differentiæ quadratorum ſecundi & tertii diviſæ per poteſtatem o primi.

Videatur hoc in particularibus exemplis.

$$\overline{1+3} . 9 = \frac{81 - 9}{2} = 36$$

$$\overline{3+9} . 27 = \frac{729 - 81}{2} = 324$$

$$\overline{9+27} . 81 = \frac{6561 - 729}{2} = 2916$$

&c.

Veniamus inde ad demonſtrationem. Conditiones theore-

 ma-

matis hanc præbent æquationem

$$\overline{1+m}\,.\,m^2 = \frac{m^4 - m^2}{2},$$

ex qua colligimus

$$3 = m^2 - 2m,$$

ideſt verum eſſe theorema, quotieſcumque ſit $m = 3$, quod erat demonſtrandum.

Neque minus verum inſpiciemus theorema, cum ipſum non tantum de ſerie 1.3.9.27 &c., ſed de quacumque creſcente ratione tripla proponatur. Inſtituatur enim per formulam generalem æquatio. Erit hæc

$$\overline{a+am}\,.\,am^2 = \frac{a^2m^4 - a^2m^2}{2}$$

ex qua habebimus, ut ſupra

$$3 = m^2 - 2m.$$

THEOREMA SEXTUM.

IN ſerie geometrica 1.3.9.27 &c. ſi quatuor ſucceſſivi termini ſumantur, factum ex ſumma trium priorum in quartum æquatur medietati differentiæ cuborum ſecundi & tertii diviſæ per poteſtatem 1 primi.

Hoc etiam obſervetur in exemplis

$$\overline{1+3+9}\,.\,27 = \frac{729-27}{2} = 351$$

$$\overline{3+9+27}\,.\,81 = \frac{19683-729}{2\,.\,3} = 3159$$

$$\overline{9+27+81}\,.\,243 = \frac{531441-19683}{2\,.\,9} = 28431$$

&c.

Et ad demonſtrationem veniendo, juxta conditiones datas hæc nobis erit æquatio

$$\overline{1+m+m^2}\,.\,m^3 = \frac{m^6 - m^3}{2},$$

ex qua deducitur

$$3 = m^3 - 2m^2 - 2m,$$

ideſt verum eſſe theorema, cum ſit $m = 3$; quod demonſtrandum erat.

Hoc-

Hocque theorema, uti antecedens, ampliari poteſt; videlicet ipſum valet non tantum de ſerie 1 . 3 . 9 . 27 &c., ſed de quacumque creſcente ratione tripla. Inſtituatur per formulam generalem æquatio

$$\overline{a + am + am^2} \,.\, am^3 = \frac{a^3 m^6 - a^3 m^3}{2a},$$

& ex hac pariter colligemus

$$3 = m^3 - 2m^2 - 2m$$

Jam videtis, Sodales, facile mihi eſſe analogiæ auxilio ſumere in ſerie 1 . 3 . 9 . 27 &c., vel in quacumque alia creſcente ratione tripla, non modo tres aut quatuor terminos, ſed ſive quinque, ſive ſex, ſive ſeptem, ſive quovis alio numero, immo etiam, ſi mihi libuerit, infinito. Ex hoc infinitus gignitur theorematum numerus. Theoremata hæc autem tali ordine progrediuntur, & ſic altera ad altera accedunt, ut omnia in unico theoremate comprehendere datum ſit. Id ergo accidit theorematibus ad ſeries ratione tripla creſcentes ſpectantibus, quod accidere ſupra obſervavimus illis, quæ ſeries ratione dupla creſcentes reſpiciunt. At proponatur theorema hocce tam multa theoremata, ſeu potius infinitum theorematum numerum amplectens.

THEOREMA SEPTIMUM.

IN ſerie geometrica 1 . 3 . 9 . 27 &c., vel in quacumque alia creſcente ratione tripla, ſumpto quovis numero terminorum ſucceſſivorum, factum ex ſumma eorum dempto extremo in ipſum extremum æquatur medietati differentiæ illius poteſtatis ſecundi & tertii termini, cujus poteſtatis exponens ſit numerus ſumptorum terminorum unitate imminutus, diviſæ autem medietati huic per primum terminum elatum ad illam poteſtatem, cujus exponens ſit numerus terminorum tribus unitatibus imminutus.

Eligatur ex formula generali $a \,.\, am \,.\, am^2 \,.\, am^3$. &c. quivis terminorum numerus. Denominetur n exponens quantitatis m in ſumptorum terminorum extremo, qui idcirco erit am^n. Deinde per proprietatem ſerierum geometricarum in demonſtratione theorematis quarti adhibitam, & per conditiones theorematis, quod nunc demonſtrandum eſt, hæc habebitur æquatio

$$\frac{a \cdot \overline{am^n - a}}{am - a} \cdot am^n = \frac{a^n m^{2n} - a^n m^n}{2a^{n-2}},$$

quæ aptis artificiis pertractata oſtendit $3 = m$.

Conſideratis ſeriebus geometricis 1.2.4.8 &c., 1.3.9.27 &c., omnibuſque aliis poſſibilibus ratione ſive dupla, ſive tripla creſcentibus, nemo eſt qui plane non ſentiat, conſiderari ſimiliter poſſe quamcumque ex aliis infinitis numero ſeriebus ratione creſcentibus vel quadrupla, vel quintupla, vel ſextupla, vel quavis alia, etiam irrationali, aut indeterminata. Dicamus vero aliquid de ratione quadrupla; & propoſito theoremate, quod valeat de quacumque ſerie ratione quadrupla creſcente, & de quocumque numero terminorum, qui in ipſa ſerie ſumantur, ratio hæc quadrupla viam, ut ita dicam, nobis indicet, qua ad generaliſſimum theorema & de omnibus rationibus, & de omni terminorum cujuſcumque rationis numero perducamur.

THEOREMA OCTAVUM.

IN ſerie geometrica 1.4.16.64 &c., vel in quacumque alia creſcente ratione quadrupla, ſumpto quovis numero terminorum ſucceſſivorum, factum ex ſumma eorum dempto extremo in ipſum extremum æquatur tertiæ parti differentiæ illius poteſtatis ſecundi & tertii termini, cujus poteſtatis exponens ſit numerus ſumptorum terminorum unitate imminutus, diviſæ autem tertiæ huic parti per primum terminum elatum ad illam poteſtatem, cujus exponens ſit numerus terminorum tribus unitatibus imminutus.

Sumatur ex formula generali $a \,.\, am \,.\, am^2 \,.\, am^3$. &c. quivis terminorum numerus, atque juxta regulas, quibus in theoremate quarto, & in ſeptimo uſi ſumus, veniamus ad ſequentem æquationem

$$\frac{a \cdot \overline{am^n - a}}{am - a} \cdot a m^n = \frac{a^n m^{2n} - a^n m^n}{3a^{n-2}};$$

& ex hac æquatione ecce poſt breviſſimas operationes demonſtratio; ideſt ecce æquatio hæc altera $4 = m$.

Animadvertite nunc tandem, Sodales doctiſſimi, tum cum a ratione dupla ad triplam tranſeamus, factum ex ſumptorum terminorum ſumma dempto extremo in extremum non

non amplius æquale eſſe quantitati, quam antea æquabat, ſed ejus medietati: & cum tranſitus fiat ad rationem quadruplam, æquale eſſe tertiæ parti. Hinc itaque mihi viſum eſt argumentandum eſſe ob quamdam analogiam, ſi regnaret in ſerie ratio quintupla, tunc factum æquare quartam partem illius quantitatis; & ſi regnaret ratio ſextupla, factum æquare quintam partem; & ſic deinceps. Hæc autem in cauſſa fuere, ut auſus ſim ſtatuere theorema ampliſſimum, cui ſcilicet ſubjiciendæ ſint ſeries omnes poſſibiles ſive creſcentes, ſive decreſcentes ratione qualibet. En theorema hocce, quod vero in infinita, qua gaudet, univerſalitate theoremata illa etiam, quæ ſupra declaravimus, non comprehendere nequit.

THEOREMA NONUM.

IN quacumque ſerie geometrica, ſumpto quovis terminorum ſucceſſivorum numero, factum ex ſumma eorum dempto extremo in ipſum extremum æquatur differentiæ, quam habemus elevando ſecundum & tertium ad poteſtatem, cujus exponens ſit numerus terminorum unitate imminutus, dein ſubducendo poteſtatem hanc ſecundi a ſimili poteſtate tertii, diviſæ autem differentiæ huic per primum terminum elatum ad poteſtatem, cujus exponens ſit numerus terminorum tribus unitatibus imminutus, dein multiplicatum per denominatorem ſeriei dempta unitate.

Demonſtratio erit breviſſima. Juxta ſolitas denominationes & regulas, atque ſecundum theorematis conditiones hæc inſtituatur æquatio

$$\frac{a\,.\,\overline{am^n - a}}{am - a}\,.\,am^n = \frac{a^n\,m^{2n} - a^n\,m^n}{a^{n-2}\,.\,\overline{m - 1}}$$

hinc poſt debitas operationes

$$a^2 = \frac{a^n}{a^{n-2}},$$

quibus nimirum æquationis membris ad eamdem denominationem reductis, habebimus $a^n = a^n$.

Hæc erant, Sodales optimi, theoremata, quæ de geometricis ſeriebus meo ſe ſe animo exhibuerunt. Animadverſiones haud paucæ theoremata ſecutæ ſunt. Ex his nonnullas,

las, humanitate veſtra permittente, vix attingam. Poſt hoc finem faciam.

Primum videtur minime contemnenda eſſe formula, quæ nobis patefacere potis ſit alicujus ſeriei ſummam: evidens autem eſt, ſecundum membrum æquationum, quibus noſtra expreſſimus theoremata, diviſum per quemvis terminum ſerierum, ad quas æquationes hæ pertinent, æquale eſſe ſummæ omnium antecedentium terminorum. Atque ſi utamur æquatione theorematis noni, ſecundum membrum poſſibilibus omnibus geometricis ſeriebus inſerviet. Neque ſane negabo, mathematicos habere methodos ſimpliciores, quibus ſerierum ſummas detegant; ſed cur methodum hanc aliam antiquis addere recuſabunt? Poſſet aliquando forſan inter eorum ſupputationes ipſis formula hæc noſtra ſe ſe offerre, & ideo non prorſus inutile eſſe, quod antea cognoviſſent.

Secundo loco animadvertendum eſſe cenſeo, cum in demonſtrationibus theorematum primi, ſecundi, & tertii habeantur æquationes

$2 = m^2 - m$

$2 = m^3 - m^2 - m$

$2 = m^4 - m^3 - m^2 - m$

in demonſtrationibus vero theorematum quinti, & ſexti æquationes

$3 = m^2 - 2m$

$3 = m^3 - 2m^2 - 2m$

hinc aliquid deduci, quod, ni fallor, ſeriebus in ſummas colligendis utile nonnihil videri poſſit: ideſt quotieſcumque a poteſtate cujusvis gradus ſubducatur ſumma omnium poteſtatum inferiorum, radicem illius poteſtatis æquare 2: & cum a poteſtate cujuſvis gradus ſubducatur duplum ſummæ poteſtatum inferiorum, radicem illius poteſtatis æquare 3: & cum ſubducatur triplum, radicem æquare 4: & ſic deinceps. Facili negotio hæc intuemur, formulas duas diſſimiles ſimul comparando, quæ tamen habeant in quantitatibus negativis idem coefficiens. Conſideretur exempli cauſa æquatio hæc

$m^2 - 4m = m^4 - 4m^3 - 4m^2 - 4m$,

& en poſt perpaucas operationes $m = 5$.

Sed ut his concedatur univerſalitas illa, atque illa ſimplicitas, quæ ipſis conveniunt, unica propoſitione claudantur

om-

omnia. Videlicet, ſi a quavis poteſtate omnes ſubducantur poteſtates inferiores eodem coefficiente affectæ, poteſtas prima, ſive radix æquabitur coefficienti unitate aucto. Sit enim coefficiens $= c$: & nobis ſic apparebit ſuperior æquatio

$$m^2 - cm = m^4 - cm^3 - cm^2 - cm,$$

ex qua colligitur

$$m = \frac{c}{2} \pm \frac{\overline{c+2}}{2}$$

ideſt $m = c + 1$.

Tertio loco obſervationibus noſtris dignam porro eſſe arbitror ſeriem valde illuſtrem, ad quam ſtatim vocamur a demonſtratione theorematis primi. In hac apparent per regulas quadratorum affectorum valores duo quantitatis m; nempe $m = 2$, & $m = -1$. Valor hic ſecundus nobis exhibet ſeriem geometricam $1 - 1 + 1 - 1 + 1 - 1 + 1$ &c. In hac igitur ſerie valet theorema primum, quod de ſerie creſcente ratione dupla valere demonſtratum eſt. Propoſitio hæc ad alteras perduxit: ideſt & valere de ſerie $1 - 1 + 1 - 1$ &c. theorema tertium, & quotquot alia proponenda fuiſſent de ratione dupla, dummodo tamen termini, qui ſumendi eſſent in ſerie, numero eſſent impari: quo in caſu æquatio, quæ exprimeret theorema, fieret $0 = 0$. Immo valebunt pariter de hac ſerie theoremata, quæ reſpiciunt & rationem triplam, & quadruplam, & quintuplam, & omnes alias, dummodo vero, uti ſupra enuntiatum eſt, diſpar ſit numerus terminorum, qui ſumuntur, quippe quia ſemper nobis erit æquatio $0 = 0$. Non item, ſi par eſſet terminorum, qui ſumerentur, numerus. Æquatio, quæ inſtitueretur ad exprimendum theorema, ſe ſe converteret in æquationem aliam, quæ haberet membrum unum negativum, & alterum poſitivum: quod eſſet falſum & impoſſibile. Æquatio primi theorematis eſſet

$$\overline{1 - 1} \,.\, 1 = \frac{1^2 - 1^2}{1^0},$$

ideſt $0 = 0$.

Æquatio ſecundi theorematis eſſet

$$\overline{1 - 1 + 1} \,.\, -1 = \frac{1^3 + 1^3}{1^1},$$

ideſt $-1 = 2$.

Hæc

Hæc duo exempla ſufficiant: quoniam ſatis clare patet, cum numerus terminorum ſumptorum ſit diſpar, primum æquationis membrum affirmare quantitates eaſdem, quas negat; at membrum alterum & affirmare poteſtatem quamdam, & negare eam ipſam; quo fit, ut ſive formula unius membri, ſive formula alterius ſit nihil, quod naturam mutare numquam poteſt, etſi in primo membro multiplicetur per quantitatem quamdam, in ſecundo per quamdam poteſtatem dividatur. Verum cum numerus terminorum ſumptorum par ſit, in primo membro multiplicatur quantitas poſitiva per negativam, quod exhibet quantitatem negativam: in ſecundo autem membro additur poteſtas poteſtati æquali, quæ ſumma dividitur per poteſtatem inferiorem, & hoc præſtat quantitatem poſitivam. Minime tandem dubitandum eſt, quin ſeries hæc noſtra $1 - 1 + 1 - 1$ &c. obediat theoremati nono, quod in infinita univerſalitate omnes omnino ſeries complectens, illam quoque comprehendet, cujus exponens ſit $\frac{1}{-1}$, vel quod idem ſignificat $\frac{-1}{1}$.

Credidi, Sodales humaniſſimi, haud moleſtum vobis futurum fuiſſe, in meæ orationis fine me ad iſtam ſeriem conſiderandam converti, quæ præterquam quod ſatis clara jam erat, mirum in modum ejus celebritas aucta eſt, cum eam paucis ab hinc annis expendere non fuerit dedignatus in hoc ſapientiſſimo congreſſu Præceptor meus Franciſcus Maria Zanottus Philoſophus vere ſummus. Magni homines nonnulli, ut probe ſcitis, ante ipſum ſeriem hanc intuentes, hujus ſummam æquare nihilum judicaverant: Zanottus, ut in philoſophicis, atque mathematicis rebus ſolet, hanc meditans, ſummam ejus æquari poſſe cuivis quantitati demonſtravit, ac proinde ſeriem ſubtraxit a nihilo, in quod ob antiquiorum mathematicorum incuriam redigi coacta fuerat. Præceptori, quem maxime veneror, hoc etiam titulo plura debeo: quoniam niſi ejus inventa, & demonſtrationes ſermoni huic meo præiviſſent, multa meorum theorematum pars, nec non mearum animadverſionum in nihilum converſa evaneſceret.

SE-

SEBASTIANI CANTERZANI

De curvæ catenariæ æquatione.

SCitis profecto, curvæ catenariæ æquationem commodiſſime per variationum calculum ab eo principio duci, quod ſimplex in primis eſt, & obvium; corpus grave ſibi relictum, ſi ſuſpenſum ſit, ibi denique conſiſtere, ubi eius centrum gravitatis eſt maxime depreſſum. Ab hoc ego principio cum vellem, ſola uſus vulgari maximorum ac minimorum methodo, æquationem eamdem petere, en, Sodales optimi, rem quomodo confecerim.

Fingantur rectæ tres A B, B C, C D (*Fig.* 1.) graves, quarum ſumma maior ſit diſtantia punctorum A, D; eæque ita inter ſe connexæ, atque hinc & illinc e punctis A, D ſuſpenſæ, ut circa puncta A, B, C, D volvi libere poſſint in partem omnem. Per puncta A, D intelligatur planum verticale A K D, in quo ducta ſit per D horizontalis linea DK, & per A verticalis A K.

Sint R, S, T puncta media rectarum A B, B C, C D. Satis conſtat, eſſe puncta hæc rectarum ſingularum gravitatis centra. Satis etiam conſtat, centrum commune gravitatis duarum A B, B C in rectam cadere R S, quæ centra gravitatis ſingularum iungit: quod propterea centrum in plano verſatur trianguli A B C, quod efficitur ducta recta A C. Quoniam vero rectæ duæ A B, B C ſuſpenſæ ſunt e punctis A, C, non ante in æquilibrio conſiſtent, quam planum A B C infra rectam A C verticalem poſitum obtineat; extra enim hunc poſitum, clarum eſt, poſſe ſingula plani puncta, ideoque & gravitatis centrum rectarum ipſarum A B, B C, ultra deſcendere. Quod idem cum ad rectas B C, C D e punctis B, D ſuſpenſas transferri debeat, pronum eſt colli-

ligere, lineas tres A B, B C, C D ſuſpenſas e punctis A, D, ſi in æquilibrio conſiſtant, in uno eodem verticali plano iacere omnes, nempe in plano A K D. Neque enim poſſet verticale planum duarum B C, C D aliud eſſe a verticali plano duarum A B, B C, niſi ſi recta B C, quæ media eſt, verticalis ipſa foret; quæ ſi verticalis eſſet, non poſſet planum B C D infra rectam B D eſſe conſtitutum, ut clarum per ſe eſt.

Verticales igitur lineæ R O, B Q, S L, C E, T I (*Fig.* 2.) per puncta R, B, S, C, T ductæ horizontali D K occurrent in O, Q, L, E, I. Ex noto autem mechanicorum theoremate centrum commune gravitatis rectarum trium A B, B C, C D ab horizontali DK diſtabit quantitate $\frac{AB \cdot RO + BC \cdot SL + CD \cdot TI}{AB + BC + CD}$; qua propterea quantitate maximum continetur.

Per B & C ſint horizontales B G, C F, quæ ſecent verticales A K, B Q in G & F; vocenturque rectæ graves AB, BC, CD a, a', a'', anguli vero GAB, FBC, ECD φ, φ', φ''. ex quo erit $AG = a \cdot \cos\varphi$, $BF = a' \cdot \cos\varphi'$, $CE = a'' \cdot \cos\varphi''$, & $RO = a'' \cdot \cos\varphi'' + a' \cdot \cos\varphi' + \frac{a \cdot \cos\varphi}{2}$, $SL = a'' \cdot \cos\varphi'' + \frac{a' \cdot \cos\varphi'}{2}$, $TI = \frac{a'' \cdot \cos\varphi''}{2}$. Factis igitur ſubſtitutionibus in formula modo inventa, erit maximum

$$\frac{a\left(a'' \cdot \cos\varphi'' + a' \cdot \cos\varphi' + \frac{a \cdot \cos\varphi}{2}\right) + a'\left(a'' \cdot \cos\varphi'' + \frac{a' \cdot \cos\varphi'}{2}\right) + a''\left(\frac{a'' \cdot \cos\varphi''}{2}\right)}{a + a' + a''}.$$

Hinc per vulgarem maximorum & minimorum methodum

$$a\left(-a'' \cdot \sin\varphi'' \cdot d\varphi'' - a' \cdot \sin\varphi' \cdot d\varphi' - \frac{a \cdot \sin\varphi \cdot d\varphi}{2}\right) + a'\left(-a'' \cdot \sin\varphi'' \cdot d\varphi'' - \frac{a' \cdot \sin\varphi' \cdot d\varphi'}{2}\right) + a''\left(\frac{-a'' \cdot \sin\varphi'' \cdot d\varphi''}{2}\right) = 0.$$

Sed $a'' \cdot \cos\varphi'' + a' \cdot \cos\varphi' + a \cdot \cos\varphi = AK$ eſt quantitas cônſtans; quare $-a'' \cdot \sin\varphi'' \cdot d\varphi'' - a' \cdot \sin\varphi' \cdot d\varphi' - a \cdot \sin\varphi \cdot d\varphi = 0$: & conſtans etiam eſt quantitas $a'' \cdot \sin\varphi'' + a' \cdot \sin\varphi' + a \cdot \sin\varphi = DE + CF + BG = DK$; ex quo $a'' \cdot \cos\varphi'' \cdot d\varphi'' + a' \cdot \cos\varphi' \cdot d\varphi' + a \cdot \cos\varphi \cdot d\varphi = 0$. Ergo eliminando duo ex tribus elementis $d\varphi$, $d\varphi'$, $d\varphi''$, tum dividendo ſuperſtitem æquationem per tertium, exſiſtet denique $\sin(\varphi - \varphi') \cdot \sin\varphi'' \cdot (a' + a'') = \sin(\varphi' - \varphi'') \cdot \sin\varphi \cdot (a + a')$.

Sint

Sint iam rectæ graves non tres ſolum, ſed quotlibet $a, a', a'', a''', a^{IV}, a^{V}, a^{VI}$ &c., angulique, quos cum verticalibus faciunt, vocentur $\varphi, \varphi', \varphi'', \varphi''', \varphi^{IV}, \varphi^{V}, \varphi^{VI}$ &c. Si ſuſpenſæ in æquilibrio conſiſtant, dubium non eſt, quin omnes in uno eodem verticali plano verſentur; verſari enim debent, quemadmodum oſtendimus, ternæ; quod fieri nequit, quin verſentur omnes. Dubium præterea non eſt, quin omnes ſimul ſtare debeant æquationes, quarum unamquamque ex ternarum rectarum comparatione oriri modo demonſtravimus; nimirum

$$\begin{aligned}
\text{ſin}(\varphi-\varphi')\cdot\text{ſin}\,\varphi''\cdot(a'+a'') &= \text{ſin}(\varphi'-\varphi'')\cdot\text{ſin}\,\varphi\cdot(a+a')\\
\text{ſin}(\varphi'-\varphi'')\cdot\text{ſin}\,\varphi'''\cdot(a''+a''') &= \text{ſin}(\varphi''-\varphi''')\cdot\text{ſin}\,\varphi'\cdot(a'+a'')\\
\text{ſin}(\varphi''-\varphi''')\cdot\text{ſin}\,\varphi^{IV}\cdot(a'''+a^{IV}) &= \text{ſin}(\varphi'''-\varphi^{IV})\cdot\text{ſin}\,\varphi''\cdot(a''+a''')\\
\text{ſin}(\varphi'''-\varphi^{IV})\cdot\text{ſin}\,\varphi^{V}\cdot(a^{IV}+a^{V}) &= \text{ſin}(\varphi^{IV}-\varphi^{V})\cdot\text{ſin}\,\varphi'''\cdot(a'''+a^{IV})\\
\text{ſin}(\varphi^{IV}-\varphi^{V})\cdot\text{ſin}\,\varphi^{VI}\cdot(a^{V}+a^{VI}) &= \text{ſin}(\varphi^{V}-\varphi^{VI})\cdot\text{ſin}\,\varphi^{IV}\cdot(a^{IV}+a^{V})\\
\&c. \qquad &\qquad \&c.
\end{aligned}$$

Quæ quidem æquationes ſi omnes ſimul multiplicentur, patet, deletis factoribus communibus, prodire æquationem $\text{ſin}(\varphi-\varphi')\cdot\text{ſin}\,\varphi^{V}\cdot\text{ſin}\,\varphi^{VI}\cdot(a^{V}+a^{VI}) = \text{ſin}(\varphi^{V}-\varphi^{VI})\cdot\text{ſin}\,\varphi\cdot\text{ſin}\,\varphi'\cdot(a+a')$, ideſt $\frac{\text{ſin}\,\varphi^{V}\cdot\text{ſin}\,\varphi^{VI}\cdot(a^{V}+a^{VI})}{\text{ſin}(\varphi^{V}-\varphi^{VI})} = \frac{\text{ſin}\,\varphi\cdot\text{ſin}\,\varphi'\cdot(a+a')}{\text{ſin}(\varphi-\varphi')}$. Ex quo perſpicuum fit, ſi rectæ duæ accipiantur, altera alteri proxima, a^{μ}, $a^{\mu+1}$, quarum anguli cum verticalibus ſint φ^{μ}, $\varphi^{\mu+1}$, fore quantitatem $\frac{\text{ſin}\,\varphi^{\mu}\,\text{ſin}\cdot\varphi^{\mu+1}\cdot(a^{\mu}+a^{\mu+1})}{\text{ſin}(\varphi^{\mu}-\varphi^{\mu+1})}$ conſtantem, quæcumque ſint rectæ illæ duæ, quæ acceptæ fuerunt; eſt enim quantitas hæc eidem illi $\frac{\text{ſin}\,\varphi\cdot\text{ſin}\,\varphi'\cdot(a+a')}{\text{ſin}(\varphi-\varphi')}$ perpetuo æqualis.

Sint denique rectæ graves numero infinitæ, magnitudine infinite parvæ, ut curva exſiſtat catenaria. Ex dictis liquet, curvam hanc in uno eodemque verticali plano iacere totam: quare eſt eius curvatura ſimplex. Sit ergo ABM (*Fig.* 3.) eius pars quælibet: atque intelligantur ordinatæ tres horizontales pB, PC, πD, paribus, iiſque infinite parvis intervallis inter ſe diſſitæ, occurrentes axi verticali KP in p, P, π. Vocetur pB $= y$, PC $= y'$: ductiſque verticali-

 bus

bus BF, CE $= dx$, erit FC $= dy$, ED $= dy'$, & BC $= \sqrt{dx^2 + dy^2}$, CD $= \sqrt{dx^2 + dy'^2}$; ſinus vero anguli FBC $= \frac{dy}{\sqrt{dx^2 + dy^2}}$, eiuſque coſinus $= \frac{dx}{\sqrt{dx^2 + dy^2}}$, & ſinus anguli ECD $= \frac{dy'}{\sqrt{dx^2 + dy'^2}}$, eiuſque coſinus $= \frac{dx}{\sqrt{dx^2 + dy'^2}}$: unde colligitur ſinus differentiæ angulorum eorumdem $= \frac{dx\,dy' - dx\,dy}{\sqrt{dx^2 + dy^2}\sqrt{dx^2 + dy'^2}}$. Per ea igitur, quæ paulo ante demonſtrata ſunt, erit $\frac{dy\,dy'(\sqrt{dx^2 + dy^2} + \sqrt{dx^2 + dy'^2})}{dx(dy - dy')}$ $= 2b$, nempe quantitas conſtans. Quoniam $y' = y + dy$, ideoque $dy' = dy + ddy$, ſi fiant in æquatione inventa ſubſtitutiones, terminique, qui præ aliis infiniteſimi ſunt, deleantur, prodibit $\frac{dy^2\sqrt{dx^2 + dy^2}}{-dx\,ddy} = b$. Ad integrationem ponatur $dy = p\,dx$, unde $ddy = dp\,dx$, & $\sqrt{dx^2 + dy^2}$ $= dx\sqrt{1 + pp}$: perfectiſque ſubſtitutionibus, vertetur æquatio in hanc $\frac{dp}{p^2\sqrt{1+pp}} = \frac{-dx}{b}$, quæ integrata dat $-\frac{\sqrt{1+pp}}{p}$ $= \frac{-x+c}{b}$, ubi $\frac{c}{b}$ eſt conſtans quantitas in ipſa integratione addita. Reſtituatur $\frac{dy}{dx}$ pro p, exſiſtetque $\frac{-\sqrt{dx^2+dy^2}}{dy}$ $= \frac{-x+c}{b}$, ac tandem $dy = \frac{b\,dx}{\sqrt{(c-x)^2 - bb}}$, quæ illa ipſa eſt catenariæ curvæ æquatio, quam mathematicorum princeps Leonhardus Eulerus in immortali libro de curvis maximi minimive proprietate gaudentibus pag. 158 invenit.

Fig. 1.

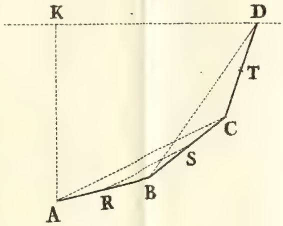


Fig. 2.

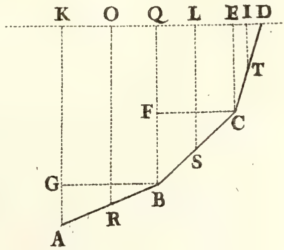
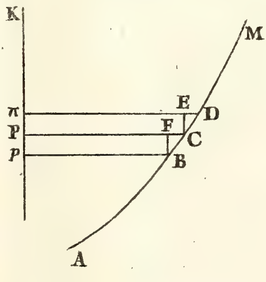


Fig. 3.



JOSEPHI VERATTI

De Lacte

Obſervationes, atque experimenta.

INter multa, quæ humano corpori alendo, nutriendoque a natura comparata ſunt, ut vel partes augeantur, vel in eodem ſtatu permaneant, vel denique robur acquirant, lac principem locum habere, omnes quidem facile concedent. Lac enim non ſolum nobiliſſimum eſt in quamplurimis morbis medicamentum, ſed præſtantiſſima inſuper nutriendi facultate pollet, quam ſapiens natura primum indicavit, iteratæ poſtmodum obſervationes confirmarunt. Verum quamvis multa de lactis natura apud graviſſimos ſcriptores occurrant, multa itidem de recta illius adminiſtratione, unde optimæ regulæ ſancitæ ſunt, ab iis maxime attendendæ, qui hoc medicamenti genere uti cupiunt, aut aliis ipſum conſulto præſcribere, nihilominus aliquid adhuc deſiderari poſſe arbitror, quod ad eas mutationes pertinet, quas lac ſubire animadverti, ubi in animalium ſtomacho commoratur, & ad inteſtina deſcendens in alibilem ſuccum converti incipit. Itaque cum obſervatione detexerim, naturam in lacte digerendo modum quendam ſervare, quo non omnino, uti cetera alimentorum genera, in chymoſam ſubſtantiam reſolvatur, ideo propoſui, quod obſervando, experiendoque collegeram, in ſequentem ſermonem diſtribuere. Nam eo ſtudia hæc noſtra ſpectabant, ut cognita naturæ methodo, qua lac in alentem ſuccum convertitur, ejus impoſterum uſus, ſi fieri poſſet, tutior aliquanto redderetur. Quæ cum præſtare aggredior intelli-

gi-

gitis, Academici ſapientiſſimi, obſervationes hujuſmodi nonniſi in animantium genere me inſtituere potuiſſe; quarum analogia, ſi unquam eſt attendenda, nunc certe videtur maxime, quoniam lac non ſolum homini præſtantiſſimum eſt alimentum, ſed etiam quamplurimis animantium ſpeciebus commune. Verum ab initio exordiamur.

Prima itaque mutatio, quam lac ſubire in animalium ſtomacho conſtanter deprehendi, eſt ipſius coagulatio. Cum aliquot horis elapſis animalia, quibus lac exhibueram, diſſecuiſſem, id omne vel in unam conſiſtentem maſſam, vel in plures diſcretos grumos converſum animadverti, qui ſeroſæ lactis parti innatantes caſei odorem plane referebant. Sed hæc formæ diverſitas, qua lac nunc in grumos, nunc in ſolidum corpus coactum ſe offerebat, eadem ſemper in animalibus ejuſdem ſpeciei apparuit. Quibus quatuor ventriculi ſunt, veluti ruminantia, in iis lac in grumos concretum ſe præbuit: in illis, quæ unico ventriculo alimentorum digeſtionem abſolvunt, unius corporis ſolidi formam acquiſiverat, quod caſei ſecundarii, ut dixi, odorem, ſaporem, ac conſiſtentiam ſic adamuſſim æmulabatur, ut nulla vel leviſſima nota ab illo diſtingueretur. Sive lactis coagulatio ex propria indole, ſive ex præcedentis lactis fermento repeti debeat, non omnes in ruminantibus ventriculi muneri huic a natura comparati ſunt. Cum enim hanc obſervationem de induſtria ſæpe iterarem, ruminantibus omnis ferme generis haud parcens, plerumque nullas concretas lactis particulas in primo, ſecundo, & tertio illorum ventriculo reperiebam; quapropter in quarto ſolum lac cogi conjectatus ſum, ubi perfectam quoque alimentorum in chylum converſionem fieri rationi conſentaneum eſt. In agnis certe, vitulis, & hædis, quorum ventriculos aperiendo diligentiſſime perluſtraveram, res ſemper, quo dixi modo, ceſſit.

Veruntamen, ut certior adhuc fierem de prima hujuſmodi mutatione, quæ ſtatim epoto lacti accidit, aliis deinde multis obſervationibus opus fuit. Singularum tamen enarrationem libenter prætereo, ne longior videar, quam par eſt. Dicam ergo de iis præcipue, quas in duobus vitulis, atque agno uno nuperrime feceram. Vitulorum alter triginta dies natus erat, alter quadraginta ſex. Ambo, paucis

cis ante mactationem horis, lac magna copia ex uberibus matris ſuxerant. Diſſectis poſt mortem vitulis, tres primi eorum ventriculi fœno ſolum macero, ac fœtente repleti erant, quod cibi genus nonniſi ex lectulo ipſis in ſtabulis jacentibus ſubſtrato capere potuerant. Lac, quod pridem ſuxerant, in quarto ventriculo omne in grumos coactum inveni. In agno, qui aliquando ad pabulum profectus erat, cui horam unam cum dimidia antequam mactaretur ſufficiens lactis copia exhibita fuerat, tres primi ventriculi gramine, aliiſque herbis replebantur fœtidiſſimum odorem exhalantibus, ſed coacti lactis particula nulla in ipſis inventa eſt: quidquid enim de eo aſſumpſerat in quarto continebatur, totum in grumos converſum. Quapropter ex eo tempore, quo hæc deprehendere cœpi, non amplius dubitavi, quin natura de lactis coagulatione magnopere ſollicita eſſet, antequam ipſum ad inteſtina pertingeret, quamvis rei hujus finem ignorarem.

Poſt hæc, quæ primum in ruminantibus caſu potius quam conſilio inveneram, iteratis obſervationibus comprobare conatus ſum. Deinde cœpi apud auctores quærere, ſi quid ſimile ipſis obſervare contigiſſet, ut in ea, quam amplexus fueram, opinione confirmarer. Perlegi multos, qui de lacte ſcripſerunt, inter quos Lewenoekium, apud quem in aliqua notatu digna incidi, quæ ſi cum iis, quæ a nobis indicata ſunt, conferantur, obſervatis noſtris majus pondus additura eſſe confidimus. Monet enim auctor iſte, quod in vituli ſtomacho lactis particulæ coagulatæ inveniuntur: at in quo ejus ventriculo reperiantur non docet. Ventrem hunc *Lebbe* vernacula lingua appellat, quemque, uti ex obſcura auctoris dictione colligere potui, eumdem eſſe ſuſpicatus ſum, in quo toties memoratos lactis grumos conſpexeram. Ubi autem de alio vitulo mentionem facit, qui per viginti quatuor horas jejunaverat, partes lactis coagulatas juglande majores ab ejus ſtomacho eduxiſſe teſtatur, quæ duritie caſeo recens confecto poterant aſſimilari. Poſtmodum alia ſubjungit, quæ a lanionibus tantum, ac ruſticis acceperat, quibus lac in agnorum ſubrumorum ſtomacho cogi ſibi facile perſuaſit: immo vero tantam hujus coagulationis neceſſitatem eſſe arbitratur, ut affirmare non dubitet, liquidas dejectiones in iis, qui lacte utuntur, deficientis

tis acidi in ſtomacho ſignum eſſe, propterea quod lac in perfectum coagulum non vertatur. Quam ſane conjecturam veriſimilem eſſe, inferius demonſtrabimus, quamvis lactis coagulationem ad aliam cauſam, quam ad ſtomachi acidum referendam eſſe exiſtimemus. Similiter clariſſimus Hallerus hæc affert. *Vitulus paſtus lacte vaccino id in ventriculo coagulatum habet, tum ex propria lactis indole, tum ex fermento lactis præcedentis. Ibi pars ſeroſa ſecedit, reliquum fit caſeus viſcidus, qui per ſecundum, tertium, & quartum ventriculum, liquida parte perpetuo emulcta, ad duodenum pervenit &c.* Circa quæ unum tantummodo eſt, in quo a tam egregio Viro diſſentiam, qui non in quarto, ut ipſe, ſed in primo ventriculo lactis coagulationem fieri putat: quod ab obſervatione prorſus alienum videtur. Sed utcumque id eſt, illud poſſum certo affirmare, me ſæpe in quarto ventriculo adeo prægrandes lactis grumos inveniſſe, ut per orificia reticuli tranſire non potuiſſent. Quod etiam ſi concedatur, qui fieret, quæſo, ut illius actioni ſubjecti, quæ inſtar piſtrini eſt, conſiſtentem adeo formam retinerent? plantarum enim, quibus animantia hæc nutriuntur, textura in eo ventriculo ita diſſolvitur, ut illæ fluiditatis ſtatum acquirant. Sed ad obſervationes noſtras redeamus.

Interea nova non deſtiti experimenta inſtituere, in iis præſertim animalibus, quæ vegetabilibus ſimul, & carnibus aluntur: erant enim hæc magnopere neceſſaria, ſi quid in hominibus non improbabili conjectura ſtatuere voluiſſemus. In felibus, & catulis experimenta capta ſunt, atque multoties repetita. Inter eos delegi, qui plerumque quindecim, vel viginti dies nati erant, neque ad lactis obſervationem deveniebam, niſi prius duæ vel tres ab aſſumpto lacte horæ fuiſſent præterlapſæ. Feles, & catuli primum per integram noctem jejunabant, poſtea eam lactis copiam hauriebant, quæ ad ipſorum appetitum explendum requirebatur, & tenella ætas ferebat. His præmiſſis animalia adhuc viva aperiebantur, ac illorum ventriculis patefactis lac in unam conſiſtentem, ſolidamque maſſam coactum, compactumque conſtanter comperiebam, aut animalia carnibus eſſent aſſueta, aut lac adhuc ex matris uberibus ſugerent. Quæ cum ita ſint, quid vetat, quo minus putemus eamdem quoque fieri in humano ſtomacho lactis alterationem?

Ali-

Alimentorum pleraque genera animalibus æque ac hominibus communia ſunt: ſuccorum gaſtricorum indoles in utriſque non abſimilis eſſe videtur, calor ferme idem. Quorſum ergo timor ille, qui cum veteres, tum rencentiores medicos in lactis uſu præſcribendo invaſit, ne illud in ſtomacho coagularetur? Galenus aſininum lac ceteris lactis generibus antepoſuit, quod raro in ventriculo cogi arbitraretur; immo ne id forte contingeret, ſalem, & mel eidem adjungebat, ut coagulum omnino prohiberetur. Quam Galeni praxim plerique medici ſequuti ſunt, modo lacti ſaccharum addendo, modo ſaponem venetum, modo alia hujus cenſus plura, quibus cum attenuandi, ac reſolvendi facultas inſit, lactis ſpiſſitudinem nimiam, ac ſubitam in primis viis coagulationem impediri contendebant. Clariſſimus Rhedius, ubi lacteæ diætæ regulas præſcripſit, ſaccharum lacti ſemper adjunxit; Boerhavius ſaponem venetum; quorum tamen graviſſimorum virorum conſilium non modo non reprehendo, ſed magnopere laudo. Nam quamvis hæc effectum, quem putant, minime præſtare apta ſint, nihilominus hoc nomine ſaltem prodeſſe cenſeo, quod laxandi vi, qua pollent, ſeroſæ lactis parti conjuncta viſcidos inteſtinorum humores attenuando, ac detergendo viam quaſi lacti ſternant, ut promptius, expeditiuſque in chyliferorum oſcula ingrediatur.

Ceterum his, quæ diximus, diſſolventibus nihil proficitur. Lac enim non minus quam antea in animalium ſtomacho figitur. Felibus ſæpe datum fuit cum ſaccharo: vitulis autem nunc cum ſale, nunc cum melle exhibitum eſt. In felibus inſtar caſei ſecundarii de more concreverat, in vitulis conſuetam grumorum formam acquiſiverat. Quid quod ne lactis quidem ebullitio ipſa id potuit prohibere? Medicorum præceptum eſt, ut imbecillis ſtomacho lac non crudum, ſed coctum præſcribatur. Ballonius medicus præſtantiſſimus ægrotantis hiſtoriam affert, qui dyſenterico fluore laborabat. Huic poſt multis remediis incaſſum adhibitis, medici lactis bubuli recenter emulſi uſum magnopere commendarunt. Plura ſymptomata exinde ſequuta ſunt; inter ea graves animi defectiones, quas ex lactis coagulatione medici omnes repetebant, auctoritate Diaſcoridis freti, qui lac in ventriculo coagulatum veneni inſtar agere monet.

Veruntamen cum lactis uſus in ægrotante neceſſarius videretur, acutior medicus conſuluit, ut lac coqueretur, quo facto non amplius nocuit, immo valde profuiſſe traditum eſt. His præmonitus occaſionem experiundi arripui, & lac coctum, ac bene ebullitum quibuſdam felibus, qui per integram noctem nihil cibi ſumpſerant, hauriendum dedi. Poſt horas tres cum eos diſſecuiſſem lac omne comperi coagulatum. Qua de re non ab ejus coagulatione, ſed ab aliqua alia ipſius qualitate, nondum ſatis perſpecta, ventris tormina, flatus, animi defectiones &c. quandoque oriri credendum eſt. Revera fateri oportet, in lacte aliquid eſſe, quod ſtomachi imbecillitate laborantibus valde noceat, quodque ſola ebullitione emendatur. Capiti quandoque infenſum eſſe Galenus docuit. Fumoſum eſſe, & viroſitatis ſpeciem quamdam acquirere, in quibus acres, bilioſique humores peccant, & hypochondria murmurant, Hippocrates ante omnes, atque alii impoſterum celeberrimi viri ſuis obſervationibus confirmarunt. At non difficile eſſe judico, rationem aliquam invenire, cur interdum homines ab ejus uſu adeo vehementer lædantur. Siquidem cum lac vegetabilium naturam, atque indolem magna ex parte referat, conjectari etiam poteſt, quod aliquando in ſtomacho fermenteſcat, unde elaſtici halitus, vaporeſque gignantur, a quibus inteſtinorum tormina excitentur, caput, & cerebrum repleatur, diarrhoeæ fiant &c., quæ non ex coacta, ſed ex fermentante lactis ſubſtantia vel in ſtomacho, vel in inteſtinis repetenda videntur. Quæ igitur in eo fit coagulatio, minime vitio verti debet, ſed provido naturæ conſilio. Eſt autem ratio hæc, niſi fallor, utiliſſima. Nam ſi lac non coactum e ſtomacho elaberetur, atque ad inteſtina immutatum pertingeret, neminem fortaſſe vel robuſtiſſimum hominem non læderet.

Hactenus de obſervationibus, quæ ad hanc primam lactis mutationem ſpectant. Nunc paucis complectamur, quæ ulterius proſequens in hujus ſubitæ, ac nondum antea bene perſpectæ alterationis cauſa inveſtiganda detexi. Medici namque officium eſt non modo phænomena, quæ in animali corpore fiunt, ſedulo animadvertere, ſed in eorum originem, cauſaſque pari quoque diligentia inveſtigare. Cogitanti itaque mihi tres potiſſimum cauſæ ſe obtulerunt, qui-

quibus lac cogi poſſe ſuſpicabar. Hæ autem vel in eo, vel in ſtomacho, vel in utriſque erant quærendæ. In lacte aliquid latere potuiſſet, quod caſeoſam, ſimulque butyraceam partem figeret: vulgatum quippe eſt, lac ſponte aceſcere, idque præſertim quando in loco calido aſſervatur. Acidorum proprium eſſe lac cogere, notiſſima omnibus res eſt. Fieri ergo poterat, ut acidum in lacte abſconditum accedente animali calore magis exaltatum in reliquas illius partes agens, cogeret ipſas, ac figeret. Suſpicio hæc mihi levis non videbatur. At malui rem experimentis committere, quam divinando ſimpliciſſimis conjecturis delectari. Sumpſi ideo dimidiam lactis recenter emulſi libram. Hanc in vaſe vitreo mundiſſimo calori expoſui furnuli, quem ſtudioſorum Boerhavius appellavit. Hujus ope caloris gradus, qui animalium proprii ſunt, excitati, ad ſeptem, & amplius horas ſuſtineri ſolent. Fovi ergo lac per id tempus; at nullam aciditatem contraxit: cremor citius, & copioſius a reliquis partibus ſeceſſit, caſeoſa ſubſtantia fluidiore quam antea reddita, ut ex comparatione inſtituta cum altera ejuſdem lactis portione ſeorſim ſervata colligere non fuit difficile. Idem lac in eodem caloris gradu iterum digeſſi: cremoris exinde nihil obtinui: ſapor acidus itidem nullus ſe præbuit, & ad alias qualitates quod attinet, ne tantillum a naturali ſtatu receſſiſſe viſum eſt. Tentavi rurſus lac eodem modo calefacere. Experiri enim volebam, num a continuata caloris actione ipſum in coagulum tandem verteretur, aut aciditatem contraheret. Experimento ad aliquot dies protracto, nihil aliud quam leviſſimum acorem, majoremque conſiſtentiam acquiſivit.

Aciditatis vero ſpecies hæc, quam lac adeo fotum prodiderat, utrum ad lac aliud coagulandum valeret periclitari conſtitui. Minus ſane miratus eſſem, quod lac in animalium ſtomacho coactum invenirem, quando ipſa lactis aciditas, quacumque de cauſa producta, id præſtare potuiſſet. Miſcui proinde lacti recenti portionem lactis, quod acorem conceperat: mixturam in hypocauſto calefacto repoſui, ibidemque ad aliquod tempus detinui; ſed nulla coagulatio ſequuta eſt. Experimentum multoties iteravi; verum enim vero idem exitus ſemper fuit. Quamobrem neque ad naturalem animalium calorem, neque ad occultum, quod lacti

acidum ineſt, tamquam ad potiſſimas cauſas, referendam eſſe illius coagulationem arbitratus ſum.

Quare in ſtomacho phænomeni cauſam reſidere ratio ipſa dictavit. Succorum ideo vim, quibus digeſtio fit, exploravi, non eorum certe, qui immediate ab animalium ventriculo excernuntur, quippe quod neque arte in viventibus obtineri poterant, neque fortaſſe ea copia, quæ experimentis ſufficeret: ſalivalis humor iis maxime analogus ſubſtitutus eſt. Quæ igitur experiendo obſervavi, paucis accipite. Jejuni, ac bene valentis hominis, qui acida in cœna non comederat, ſalivæ quartam partem recenti lacti admiſcui. Hoc furnuli jam dicti calori nonaginta circiter graduum ſcalæ Fahernetianæ calefacti expoſui: cum ibi ad tres horas permanſiſſet, partim in unam maſſam, partim in parvos grumos parietibus vaſis adhærentes coagulatum inveni. Coagulum caſei recenter facti ſaporem, odoremque habebat: quibus dotibus ita apprime cum grumis illis, qui in vitulorum ſtomacho reperiuntur, congruere viſum eſt, ut non in hypocauſto, ſed in animalis alicujus ventriculo fotum fuiſſe, unuſquiſque facile dixiſſet. Ceterum coagulum hoc, inſtauratis impoſterum experimentis, ſemper obtinui, vel unius hominis ſaliva, vel alterius lacti adjungeretur; qua de re ſalivales humores huic coagulationis generi aptiſſimi eſſe videntur. Porro autem analogia, quæ inter ventriculi ſuccos, & eos occurrit, facit, ut illis coagulandi vim pluſquam ſimplici conjectura tribuendam eſſe cenſeamus. Quod ſi quis non ejuſmodi indolis eſſe humores iſtos ac ſalivam putaverit, non contendam: animadvertat, quæſo, ſalivam ex ore aſſiduo in ventriculum depluere, atque eo tempore majori copia, quo cibi in ore triturantur. Quid ergo eſt, cur eam ad humores etiam ventriculi ſpectare non credamus?

Sed redeo ad obſervationes, quæ ultro naturæ methodum patefaciunt, qua hujuſmodi cibi genus, lac nempe, in alimentum convertere ſtudet. Per id tempus, quo illud in tomentum concreſcit, ſolidique formam adipiſcitur, pars ejus ſeroſa a butyracea, & caſeoſa emulſa in inteſtinis exprimitur. Caſeoſa maſſa per pylori anguſtias tranſire non potens inordinato, atque continuo ventriculi motu ſenſim ſenſimque in liquamen diſſolvitur, cujus color, & conſiſtentia caſeo recenti liquato omnino eſt ſimilis: ſapor acris, quem-

quemadmodum in caſeo vix parato, aut in lacte aceſcente, ut quotidie experimur. Pro varia animalium ſpecie varios conſiſtentiæ gradus oſtendit, diverſam lactis conditionem ſequens. In felibus plerumque muci inſtar ſe præbet, fluxilitatem, tenacitatemque eam habens, quæ ovorum albumini competit. In vitulis res paulo aliter eſt. Quod ex coacto lacte in liquamen diſſolvitur, craſſum, tenax, ac fila ducens apparet, albidique eſt coloris. Puls hæc ad antrum pylori colligitur, ubi ex grumis lacteis ad ejus oſtium propulſis, fibrarum muſcularium actione, quibus antrum validiſſime munitum eſt, contritis, ſubactiſque efformatur. Hæc e ſtomacho egrediens in duodeni cavitatem leniter delabitur, pancreaticæ lymphæ, & bili occurrens colorem admodum dilute flavum induit, ſaporemque ſubamarum. Mox per longiſſimas duorum ſubſequentium inteſtinorum circumvolutiones jejuni, & ilei excurrens multum de ſua craſſitudine, lentore, tenacitateque amittit. Jejunum albidiorem, tenuiorem, fluidioremque pultem conſpiciendam offert: non item ilei anfractus, in quibus progrediens, iterum nonnihil ſpiſſeſcere, & colorem denuo flaveſcentem adipiſci mihi ſæpius compertum eſt. His animadverſis, craſſorum etiam inteſtinorum cavitatem perluſtrare, colon, & cæcum aperiendo, prætermittere nolui. Ambo enim inteſtina plurimis & ipſa circumvolutionibus comprehenduntur, unde fæces in iis concluſæ varietatem aliquam præſeferunt non ſpernendam. Superior coli pars nihil aliud plerumque continet præterquam mucum flavum, viſcidum, ac lentum, quo omnis interior ſuperficies inteſtini oblinitur: inferior vero fæces coloris flavi magna ex parte efformatas occludit, ejus nempe conſiſtentiæ, quæ naturalibus iſtorum animalium excrementis propria eſt.

At de mutationibus, quibus lac in primis naturæ officinis ſubjicitur, antequam lacteorum oſcula ſubeat, haud plura. Utinam in illas quoque inquirere potuiſſem, quæ eidem per vaſa lactea excurrenti ad chyli ciſternam, & ex hac ad thoracicum ductum delato, contingunt: ita niſi abſolutam, ſaltem minus imperfectam earum hiſtoriam haberemus. Ne tamen aliquid ad complementum deeſſe videretur, pulticulæ toties memoratæ examen ſuſcepimus, in eaque captis experimentis, quæ ex iis erui potuerunt, uſque adhuc

adhuc expoſitis breviter adjungemus. Sedulo curavi, ut pultis ſufficientem quantitatem tum e ſtomacho vitulorum, tum ex ſingulis eorum inteſtinis collectam idoneis vaſis ſervarem. Mox an quæ aut prope pylori antrum, aut in ipſo reperitur vim aliud lac coagulandi haberet, periclitari cœpi. Neminem ſane latet, ruſticique præ ceteris norunt, humorem, quem hædi, & agni lactentes in ſtomacho gerunt, ad lac coagulandum plurimum valere: eum propterea agricolæ colligunt, atque in dictum uſum ſervant. Experimentum factum eſt cum vitulina pulte, atque decem & amplius vicibus iteratum. Lactis coagulatio brevi tempore ſequuta eſt, quamvis modiciſſima ejus copia lacti adderetur. Ex quo intelligitur, quod ſive hæc e vitulorum, ſive agnorum, vel hædorum ſtomacho educatur, ab ejus affuſione lactis coagulatio perpetuo obtinetur. Quid quod in ipſa concreti lactis maſſa, cum nondum ſoluta eſt, & adhuc in ſtomacho commoratur, vis hæc etiam ſe prodit? Etenim cum hujus fruſtula in aqua prius diſſoluta adhiberem, & ſolutionis exiguam quantitatem novo lacti affunderem, lac in coagulum abire obſervavi, tardius quidem in loco frigido, citius cum in calido experimentum facerem.

Poſt hæc ad duodeni pultem examinandam me contuli, quam ſeorſim idoneo vaſe ſervaveram. Timebam enim ne propter pancreatici ſucci, & bilis admixtionem vis coagulandi periiſſet. Ideo hujus portiunculam unciæ lactis adjunxi: cum eſſet ipſo ponderoſior, vaſis fundum petiit. Ut autem fluidi utriuſque intima permixtio fieret, bacillo mixturam agitare opus fuit; viſcidaſque pultis partes ſolvere. Dum hæc adhuc præſtarem coagulum illico fieri cœpit, breviterque completum eſt. Poſt aliquot dies coagulum inviſi: quam antea conſiſtentiam habuerat, adhuc retinebat, & odor, qui ex eo emanabat, caſei recentis erat. Bilis ergo, & pancreatici ſucci affuſio tantum abeſt, ut pultis duodeni coagulantem vim minuat, ut eamdem augere videatur. Revera neque tam ſubita, neque adeo conſiſtens coagulatio ſe præbuit, quando in animalium ſtomacho coactum prius lac, deinde reſolutum novo lacti affundebatur. Quod ego non bili, ſed pancreatico ſucco deberi ſuſpicatus ſum. Bilis enim ſaponacea vi ſua quæcumque attenuare, atque reſolvere capax eſt, nuſquam vero figere. At ne plus juſto con-

je-

jecturis indulgerem, bubulam bilem accepi, atque debita ac convenienti copia lacti affudi. Vas in hypocauſto ad ſanguinis calorem calefacto per horas quinque reliqui, quo tempore neque lac coagulatum eſt, neque alia ratione mutatum: immo idem lac ad alias quinque horas in eodem calore permanſit, ſed fruſtra. Qua de re majorem coagulandi vim, quam duodeni pulticula poſſidet, pancreatico ſucco, ceteriſque humoribus, qui e glandulis inteſtini copioſe erumpunt, eſſe tribuendam judicavi; quam opinionem non parum auxit obſervatio ſalivalis humoris, quem lacti admixtum idem in perfectum coagulum mutaviſſe jam dixi.

Porro autem in jejuni, & ilei pultem diligenter inquirere non omiſi. Utraque non differrebat niſi conſiſtentia, & colore: albidior, atque tenuior in jejuno, craſſior, & nonnihil flaveſcens in ileo erat. Quamobrem, ut ſupra feci, portio tam unius, quam alterius aliquot lactis unciis ſeorſim in vaſis contentis admixta eſt, & conſueto hypocauſti calori expoſita. Elapſa vix hora lac uniformiter coagulatum, ac ſimile ei conſpexi, quod ad menſam ſedentibus æſtivo tempore propinari ſolet. Obſervatio hæc, ſi cum præcedentibus conferatur, nullum aliud diſcrimen attulit, niſi quod tardior aliquanto fuerit coagulatio. Ceterum nihil eſt in toto inteſtinorum tractu, qui ſexaginta ferme novem pariſienſes pedes in vitulis adæquat, quod lacti e ſtomacho egredienti coagulandi facultatem adimat. Quam rem eo uſque admirabar, ut poſtquam lac dotes, ac characteres ſibi proprios amiſerat, & novas quaſi formas induerat, unam hanc cogendi poteſtatem adhuc retinuiſſe compererim. Quæ cum dico, intelligitis me nonniſi de fæcibus loqui, quarum aliæ cum ſint inteſtini coli incolæ, parum conſiſtentes & flavæ, aliæ cæci, ſed fuſci, & obſcuri coloris, earum ſingulas expertus ſum convenienti lactis quantitati addendo: quæ ut ſolverentur agitatione opus fuit. Mixturis ad quietem compoſitis, fæcum particulæ magno numero ad fundum vaſis ſubſederunt, turbata non parum lactis albedine. Vaſa de more hypocauſti calore fovi: dimidia hora elapſa lac utriuſque vaſis coagulatum inveni, ſed coagulum ceteris omnibus laxius extitit, & in ſerum facile reſolvebatur. Omnia hæc in felibus, agnis, & hædis cuique facile occurrent,

pro-

proportione tamen ſervata, ut eamdem ſemper rationem in omnibus animalibus, quæ ſolo lacte aluntur, naturam conſectari voluiſſe appareat.

Nunc quæ in ſingulis earum pulticularum tentare ulterius aggreſſus ſum, varios in ipſas liquores inſtillando, exponamus. In primis miſcui cum iis liquores acidos, quales vitrioli, & nitri ſpiritus ſunt. Ab initio nihil in eas agere videbantur: non multo poſt cum mixturas in loco quieto repoſuiſſem, eædem albeſcere cœperunt. Harum portiunculam aqua dilui, & microſcopio examinavi. Corpuſcula alba, oblonga ramentorum inſtar natantia ſe in conſpectum dederunt, quæ non niſi tenuiſſimas lactis fibras, ex quibus caſeus coaleſcit, a nitri, & vitrioli aciditate inſimul coactas fuiſſe conjectatus ſum. Aquam fortem experiri non prætermiſi. Hæc ad fundum vaſis delapſa nullam mutationem induxit: poſt trium horarum ſpatium mixtura gelatinæ conſiſtentiam acquiſivit. Atque hujuſmodi in ventriculi liquamine tentavi, quod feles, & catuli adhuc lactentes exhibent. Pari quoque modo quæ ex quarto ruminantium ventriculo pulticula educitur, tractata eſt. Ab affuſione ſpiritus vitrioli, & nitri illarum partium, quæ in lacte ad concreſcendum diſpoſitæ ſunt, longe major extitit coagulatio: in exiliſſimos etenim grumos ferme tota puls coacta eſt, maxime cum eidem aquam fortem affudiſſem. Mitto plura alia in ſingulis liquaminum ſpeciebus experimenta facta, quoniam nihil, præter modo indicata, animadverſione dignum obtulerunt. Quæcumque acida juxta variam ipſorum indolem nunc minori, nunc majori numero grumos produxerunt, quod præ ceteris vini ſpiritus præſtitit; nam erat is valde rectificatus. Idem effectus ſequutus eſt ab alcalicorum ſalium admixtione: caſeoſæ pulticularum partes coactæ, ac fixatæ, graviores reddebantur, & vaſorum fundum petebant, in eoque præcipitati inſtar colligebantur. Cum oleo tartari, aut ſpiritu cornu cervi nulla efferveſcentia, quamvis pultes aciditatis, vel acoris ſpeciem quamdam guſtui manifeſtam prætuliſſent. Aciditas in illis exiſtens viſcoſarum partium connubio alcalicorum ſalium actioni reſiſtit. Neque refert eas vel aqua, vel alio liquore diluere: numquam enim alcalicis inſtillatis efferveſcentia oboritur.

Interim quam ex iſtis utilitatem in medicina facienda cape-

capere poſſumus breviter attingamus. Inter cetera non parvi momenti facienda eſt illorum medicorum praxis, qui præcipiunt ante lactis uſum blandis lenientibus alvum ſubducere. Siquidem lac figi a ventriculi, & inteſtinorum humoribus demonſtratum eſt; timeri proinde poteſt, ne ob nimiam eorum viſciditatem lac ultra, quam par eſt, ſpiſſeſcat, & lacteorum oſcula obſtruat. De qua re ſuſpicionem afferunt hiſtoriæ ægrotantium, qui lactis uſum ideo ferre non potuerunt, quod juſto denſius in eorum ſtomacho redderetur. Præ ceteris exemplis illud præclarum eſt, de quo meminit Boerhavius. Nobiliſſimus vir ad podagram debellandam ſolo lacte utebatur. Poſt aliquod tempus queſtus eſt ſe angi uſque ad mortem. Vomitu correptus turundas maximas caſei ejecit: quæ Boerhavius animadvertens, hæc nonniſi bilis defectu fieri exiſtimavit: ideo ſaponem venetum cum bile lacti admixtum dedit. Æger magnopere levatus eſt, potuitque ſine noxa lactis uſum impoſterum perferre. Ego vero in quadam Moniali eadem ferme ſymptomata obſervavi. Laboraverat inveterato ſcorbuto. Multis validioribus medicinæ præſidiis inutiliter adhibitis ventum eſt ad lacteam diætam. Singulis diebus optimi lactis libras duas ſumebat, quæ partitis vicibus cum debita ſacchari, & aquæ copia propinabantur. Tunc ab omni alio ciborum genere abſtinebat. Diebus quinque tranſactis, cum eam inviſerem, ſequentia ſymptomata adnotavi. Facies valde pallebat, magna aderat virium imbecillitas, appetitus dejectus, alvus adſtricta, perpetua in ſomnum proclivitas, lingua craſſa, albida cruſta obducta: ab injectis clyſteribus fæces exibant craſſæ, atque albæ. His viſis lac ſtatim interdictum eſt, ut ſuſpicionem de vaſorum lacteorum obſtructione a nimium coacto lacte tolleremus. Qua de re artis noſtræ magiſtri ſapienter docuerunt, ut ea ſemper lacti conjungerentur, quæ ejus nimiam ſpiſſitudinem præpedire valent. Quamquam non hac de cauſa ſolum morbi fiunt, & nihil interdum prodeſſe lac obſervatione didicimus. Verum ſi primarum viarum ſucci contraria qualitate peccaverint, homines ægrotare contingit. In his quandoque coagulandi vis iners eſt, & lac e ſtomacho exiens parum a naturali ſtatu mutatum ad inteſtina deſcendens putreſcit, atque corrumpitur, ex quo dolores ſtomachi, ru-
 ctus

ctus nidoroſi, ventris tormina, frequentes alvi dejectiones, atque alia hujus generis incommoda ſequi neceſſe eſt.

His interim non contentus obſervationes meas ad volatilia tranſtuli, quæ, quamvis lacte non alantur, ad ſuaviores tamen eorum carnes reddendas, interdum ſemina, quibus veſcuntur, in lacte cocta iiſdem propinantur. Volatilia ferme omnia duo habent præcipue viſcera, quorum viribus alimenta in chylum commutantur, ingluviem nempe, & ventriculum proprie dictum. His interjacet bulbus glanduloſus, qui ob ſimilitudinem infundibuli nomine inſignitur. Ingluvies madida eſt humore, quo hordei, tritici, aliarumque plantarum ſemina madefacta turgeſcunt, emolliuntur, ac macerantur: ita præparata per canalem deſcendunt ad infundibulum, ubi novo humore magis emollita ad chyli formam in ventriculo ſuſcipiendam diſponuntur, quo cum pervenerint in alios ſtatim humores offendunt, & muſcularibus ventriculi viribus in optimum, perfectumque chylum faceſſunt. In his volatilium officinis, quid lacti acciderit, paucis habetote.

Delegi gallum indicum vegetum, ac bene nutritum, cujus ingluvies ut omni cibo eſſet vacua, feci ut animal per integram noctem nihil cibi aſſumeret. Uncias quinque cum dimidia lactis vaccini tantillum prius calefacti infundibuli ope in ejus ingluviem demiſi. Duabus completis horis gallus occiſus eſt. Lac per os exiit ferme totum non mutatum. Aperui ingluviem, glanduloſum bulbum, & ventriculum proprie dictum; in his nihil aliud continebatur, niſi alimentum lacte madefactum. Secto inteſtino, quod immediate ventriculo conjungitur, quodque poſſet duodenum appellari, puls ab ejus cavitate educta, & lacti affuſa idem illico coagulavit. In alio ejuſdem ſpeciei animali experimentum iteratum eſt. Major huic lactis copia data fuit, nempe dimidia libra, ita tamen ut majora etiam inter unam, atque alteram ſumptionem intercederent temporis intervalla. Veritus enim ſum ne in præcedenti experimento lac in galli ſtomacho breviori, quam par eſſet, tempore permanſiſſet. Sivi propterea ut tres integras horas ab aſſumpto lacte viveret; poſtea interemptus lactis non exiguam copiam, quæ in ingluvie ſupererat, foras protruſit, quod a naturali ſtatu nihil receſſerat. Nativam itidem

dem indolem retinuit, quod ad glanduloſum bulbum & ventriculum deſcenderat alimentis permixtum. Aperto per longum duodeno puls ipſius lac de more coagulavit, non ſecus ac altera, quam cum fæcibus confuſam a craſſioribus inteſtinis extraxeram.

Dum hæc obſervabam incertus hæſi cuinam lactis coagulatio eſſet adſcribenda; lacti nempe an chylo iſtorum animalium. Cum in neutro viſcerum illorum lac cogi vidiſſem, de chyli, aut gaſtricorum humorum efficacia dubitavi. Quod vero ad lac ſpectat, ſive ipſum aceſcat, ſive in aliam naturam ſponte degeneret, numquam per ſe facultatem hanc acquirere videtur. Quapropter ſuper chylo duodeni galli indici conſuetis tantummodo alimentis nutriti experimentum capere volui. Chylus valde craſſus erat, inæqualis, & flaveſcentis coloris. Portionem hujus lacti conjunxi, alteram dilui aqua tepida, & cum alio lacte miſcui. Calefacto hypocauſto ad gradum vigeſimum quintum ſcalæ Reaumurianæ utrumque fovi per dimidiam & amplius horam. Lac, quod cum chylo mixtum fuerat, majorem conſiſtentiam adeptum eſt, & leniter coactum, minorem quod cum diluto chylo miſcueram. Re multoties repetita modo variata chyli quantitate, modo lactis, & chylo non ex gallo uno, ſed ex variis collecto, & hypocauſti calore quandoque aucto, quandoque imminuto, eoſdem conſtanter effectus obtinui, niſi quod, cum calorem paulo magis auxiſſem, fibroſa ac butyracea lactis pars a ſeroſa ſejuncta in filamenta vaſorum parietibus adhærentia, & in parvos grumos concreta ſero innatabat, dum pars chyli vaſorum fundum teneret. Rebus ita ſe habentibus cur lacti, & chylo coagulandi vim convenire non concedemus? Lac a ſimplici chyli affuſione ſpiſſeſcere potius, quam cogi vidimus, concreſcere & in coagulum verti, ſi una cum chylo lac fuerit conjunctum.

In alio vero gallorum genere, in caponibus videlicet, experimentorum exitus fuit aliquanto diverſus. Hos per tres dies ſolo lacte nutriveram, qui multo magis quam indarum galli reſpuere lac & faſtidire viſi ſunt. In eorum ingluvie idem in parvulos grumos converſum, interdum etiam ita compactum, coactumque erat, ut nihil a caſeo ſecundo differret. Calor ferventis aquæ, in quam ſolent demitti pul-

li ad plumas avellendas, ſuſpicionem attulit coagulationis. Propterea experimento in aliis inſtaurato, quorum pennæ avulſæ fuerant nec frigida, nec ebulliente aqua adhibita, lac nihilominus in perfectum coagulum abierat. Non in omnibus iidem coagulationis gradus reperti ſunt, neque eadem, ut ita dicam, forma. In aliis lactis particulæ in parvos grumos efformatæ ingluviei parietibus adhærebant; in quibuſdam filamenta oblonga, & craſſa conſpiciebantur; in aliquibus tandem caſei ſecundi conſiſtentiam plane induerant. Duo itaque volatilium genera exiſtunt, in quorum altero lac iis alterationibus obnoxium eſt, quas pati in brutis diximus, dum in altero vix mutetur. Quæ oſtendunt quam varia ſit in unaquaque animalium ſpecie humorum indoles, idioſyncraſia ab Hippocrate appellata, quamvis illa eodem ciborum genere nutriantur, & chyliferorum viſcerum ſtructura eadem in omnibus ſit. Intelligimus etiam cur hominibus interdum lac auxilium præſtet, interdum noxium eſſe comperiamus. Et prodeſſe quidem iis hominibus arbitror, quorum primarum viarum humores ita a natura conſtituti ſunt, ut ab ipſorum actione lac nec parum concreſcat, nec plus juſto. Certum eſt vel de brutis loquamur, vel in volatilibus dicta experimenta tententur, vim coagulandi ſuccis omnibus, quibus interior facies inteſtinorum oblinitur, communem eſſe. Sæpe decimam, aut duodecimam eorum partem lacti affundebam, deinde ſuccis agitatione diſſolutis ope conſueti caloris optatum coagulum aſſequebar.

Verum antequam finem faciam pauca adhuc adnotare non pigeat ex dictis commode eruenda. Lac nec acidum eſſe, nec alcalinum jam olim Boerhavius docuit, plurimiſque experimentis demonſtravit: ſibimetipſi relictum ſponte aceſcere vulgatiſſimum eſt. Aciditatem ſimiliter profert, quando per ignem in ſuas partes reſolvitur, quod obſervationes teſtantur. His notis lac fluidum eſſe vegetabile, non vero animale, plerique arbitrantur, quibus etſi minime adverſari velim, in ipſo tamen duas eſſe ſubſtantias, vegetabilem unam, alteram animalem ſtatui poteſt. Hæc autem qualis ſit, & quibus charecteribus ab aliis, quæ lactis compoſitionem ingrediuntur, diſtingui poſſit, res eſt non parvi laboris inveſtigare. Caſeus vetuſtate temporis acerrimus fit, mordacis-

ciſſimus, & ad alcalinam naturam vergit, quæ ſigna putreſcentes animalium partes comitantur. Eſt ergo in lacte aliquid, quod animalem naturam redoleat, cujus origo, ſi ab animantium corporibus derivetur, id erit profecto pluſquam ſimplici conjecturæ indulgere. Etenim notum eſt, ingentem humorum copiam ex animalium corpore chylo affundi. Huic, quo tempore in ſtomacho conficitur, magnus ſuccorum proventus ab extremitatibus arteriolarum, & glandularum poris, præter uberrimam ſalivæ copiam, permiſcetur, in quo loco animalem naturam induere incipit. Exiens poſtmodum a ſtomacho in bilem, & pancreaticum ſuccum offendit, progrediens per longiſſimum inteſtinorum tractum novos ſibi humores adſociat. Neque hic finis eſt. Ingrediens lactea ad chyli ciſternam, & thoracicum ductum delatus magna lymphæ copia diluitur: tandem cum ſanguine confuſus, ex eo gignitur lac. Quis erit propterea qui in ipſo non agnoſcat animales quamplurimas partes? Duæ igitur in lacte ſubſtantiarum diverſæ ſpecies ſunt, quarum altera cogi patitur, altera fortaſſe non item. Quænam ex his in coagulum abeat, difficile eſt definire. Omne id, quod ex vegetabilibus, quo tantum cibi genere animalia vitam ducunt & in quorum lacte pericula noſtra inſtituimus, omnino coire non ſolet. An ergo ſola animalis ſubſtantia? an ambæ ſimul permixtæ? Si conjecturis locus eſt, poſtremum hoc non videbitur a veritate valde alienum. Sed multa adhuc experiri opus eſſet, quæ, cum per otium licuerit, majori qua potero diligentia exequi curabo. Quidquid etenim ad lactis affectiones pertinet, magni momenti eſt. Nam hoc ſolo perſæpe & bene valentibus, & morbis conflictatis proſpicimus.

PE-

PETRONII MATTEUCCII

De Staticæ & Hydroſtaticæ principio decernendo.

CUm ad Staticæ principia me convertere, illudque præcipue, a quo tota regi videtur facultas ipſa, intimius mecum evolvere cœpi, non potui non ſuſpicari, & non dubitare deinceps etiam de iſtius veritate. Etenim æquilibria, quotquot Statica comprehendit, ab hoc unico pendere volunt principio, quod tunc inter oppoſitas potentias æquilibrium habetur, cum in iis reperiuntur circumſtantiis, ut, ſi moveri iſtas contingat, harum velocitates, aut ab iſtis confecta ſpatia reciprocam habeant potentiarum rationem.

At in æquilibrio de motu meminiſſe quoquomodo nefas eſt: in quiete potentiarum neque de velocitatibus, neque de ſpatiis percurrendis datur loquendi locus. Independenter ergo ab hac fictione æquilibrium ſubſiſtit, neque uti iſtius origo, & cauſa, ſed uti inditium tantummodo, & veluti præexiſtentis æquilibrii ſignum poterit enunciatum principium uſurpari. In ipſis igitur æquilibratis potentiis æquilibrii cauſa, æqualitas ſcilicet iſtarum, & ſimul ad invicem oppoſitio inveniri debet; neque aliunde quærenda eſt. Etenim quamquam videmus, parvam potentiam ſtatico auxiliante inſtrumento cum magna æquilibrari reſiſtentia, eoque pluris machinam æſtimamus, quo minor eſt reſiſtentiæ reſpectu potentia ipſa; tamen ſummopere hallucinaretur qui has inter oppoſitas, & tam inæquales invicem potentias æquilibrium dari autumaret. Potentia dum congreditur & æquilibratur cum reſiſtentia, non cum tota reſiſtentia,

ſed

ſed cum tanta præciſe ejus parte æquilibratur, quanta eſt potentia ipſa, reſiſtentiæ autem pars reliqua a machina ipſa defertur. Sic in vecte cum a parva, ex una parte, potentia, magna æquilibratur reſiſtentia ex altera; potentia iſta æquilibrium inſtituit cum ſibi æquali parte reſiſtentiæ, quæ tantundem ac potentia diſtat ab hypomochlio, reſiſtentiæ vero quod ſupereſt, totum ab hypomochlio ſuſtinetur.

Sit (*Fig.* 1.) vectis A B C fere immaterialis, cujus duo puncta A & C urgeant duæ inæquales potentiæ, parallelæ tamen ad invicem, & normales ad vectem, A P, & C R: vices autem iſtarum agant duo gravia corpora, duo homogenea parallelepipeda exempli cauſa N M, E L ejuſdem baſis, quorum alterum repræſentans potentiam A P ſit ejuſdem altitudinis A P, alterum vero repræſentans potentiam C R ſit altitudinis C R. Si iſtorum parallelepipedorum media, ubi tota ipſorum gravitas colligitur, imponantur punctis A, & C vectis, gravabuntur hæc puncta ſimiliter ac a potentiis A P, C R cum prius trahebantur. Porro mutata communi baſi parallelepipedorum, mutabuntur quoque iſtorum altitudines, ſemper tamen in eadem ac ante ratione. Mutentur igitur iſtorum baſes, uſque dum pro mutata altitudine ſe contingant parallelepipeda (*Fig.* 2.) in M E; ſimiliterque imponantur, uti ſupra, iſtorum media punctis A & C, ſic ut A M æquet A N, & C E æquet C L. Evidens eſt quod vectis A B C æque ac prius in punctis A & C gravabitur, quodque dividetur juxta punctum E, aut, quod idem eſt, juxta punctum M (cum duo hæc puncta ſe tangant) in directa ratione potentiarum. Quod ſi dividatur vectis in puncto B in reciproca potentiarum ratione, erit A B æqualis E C, & B C æqualis A E: hinc N B æqualis B L, punctumque B, quod hypomochlium audit, medium ſignabit integri parallelepipedi N L ex duobus compoſiti. Quid igitur mirum, ſi ad habendum æquilibrium duarum quarumvis inæqualium potentiarum A P, & C R (*ut in Fig.* 1.) dividendus ſit vectis in reciproca iſtarum ratione, cum res ſpectet eo, quod ad habendum æquilibrii locum inter partes homogenei cujuſcumque parallelepipedi (*ut in Fig.* 2.) capiendum ſit ſemper pro loco æquilibrii iſtius medium? Quod cum ſat manifeſtum per ſe ſit, ſatis quoque patefacit reciprocam vectis ad potentias diviſionem. Si

Si a punćto B hypomochlii, medio ſcilicet integri parallelepipedi N L (*Fig.* 2.) ſumatur hinc pars tanta iſtius B D, quanta inde eſt B M; dividetur parallelepipedum N M in duo, D M ſcilicet & D N, hocque poſtremum æquabit parallelepipedum E L; nam ſi ab æqualibus B N, B L æqualia demantur B D, B M, quæ remanent, æqualia erunt; ergo parallelepipeda N D, E L æquabuntur. Porro ſi vectem onerent parallelepipedorum D N, & D M media G, & B, vice medii A totius parallelepipedi N M, quod prius vectem onerabat; parallelepipedum D M in hypomochlio æquilibratum conquieſcet, alterum N D æquale parallelepipedo E L in vectem aget in puncto G; cumque G B, iſtius ſcilicet diſtantia a fulcro, æquet B C, quæ eſt diſtantia a fulcro parallelepipedi E L, conſequitur quod invicem æquilibrium conſtituent duo æqualia parallelepipeda ad æquales ab hypomochlio diſtantias agentia, interim dum quod remanet parallelepipedi totius non ad æquilibrium venit, ſed æquilibratum conquieſcit in hypomochlio. Ergo in vecte duæ, quæ invicem æquilibrantur potentiæ, ſunt inter ſe æquales, & æqualiter diſtant ab hypomochlio, & quidquid ſupereſt alteri ſupra alteram in hypomochlio æquilibratur. In trochleis, in plano inclinato, cæteriſque ſtaticis machinamentis idem potentiæ evenire reſpectu reſiſtentiæ dicendum eſt. Quapropter machinæ omnes aptæ natæ videntur non ad augendam potentiam, ſed ad dividendam potius quoquomodo ipſam reſiſtentiam; aut, quod idem eſt, ad reſolvendam ſemper majorem potentiam duarum, quæ in quavis machina invicem congrediuntur: quæ reſolutio, cum de iis agitur potentiis, quæ directionibus invicem gaudent parallelis, nulla laborat difficultate, cum geometricam admittat tractationem; laborat autem illa, quæ obliquas ſpectat, cum obliquarum potentiarum theoria obſcuritate adhuc aliqua offundatur. Hoc evincunt præſtantium virorum conatus Newtoni, Varignonii, Alemberti, Danielis Bernoullii. Hic minime contentus de aliis ante ſe datis probationibus (utpote a motus compoſitione, reſolutioneque petitis) metaphyſicam dedit in primo tomo Petropolitanæ Academiæ obliquarum potentiarum principii demonſtrationem. Aliam quoque inveniſſe viſus ſum ego indicati principii probationem a phyſicis ductam phænomenis, quam eo con-

conſilio in lucem emittere ſtatui, ut ex probationum multiplicitate principium maxime confirmetur.

Notum eſt gravitatis centrum (cujus theoria a ſupradictis pendet) gravitatis, inquam, centrum in corporibus liberis, ſibique relictis quam maxime deſcendere; in ipſo enim cum tota collecta gravitas ſupponi poſſit, deſcendat maxime neceſſe eſt. Quod cum de ſolitario quocumque corpore verum ſit, verum quoque erit de corporibus quotvis libere invicem agentibus, ratione quavis unitis, & ſibi relictis: quodvis enim iſtorum corporum maxime deſcendere contendet, maxime ergo deſcendent omnia, ergo & ipſorum centrum gravitatis maxime deſcendet: cum autem maximus hic liber deſcenſus habetur, tunc inter unita, & invicem agentia corpora habetur æquilibrium.

Notum quoque eſt, & a Staticis geometrice oſtenſum, quod ſi (*Fig.* 3.) a trium gravium corporum A, B, C, inæqualis, ſi placet, ponderis inter ſe, ſingulis gravitatis centris ducantur ad planum horizontale E M reſpectivæ normales lineæ A E, B G, C M; & ab iſtorum communi gravitatis centro D ducatur linea D F: oſtenſum, inquam, eſt quod ſumma productorum corporis A in A E, corporis B in B G, & corporis C in C M æquabit productum omnium ſimul corporum A, plus B, plus C in lineam D F, quæ a communi centro gravitatis corporum ad planum ipſum normaliter porrigitur. Hoc theoremate præmiſſo ad indicatam principii probationem deveniamus.

Sit itaque (*Fig.* 4.) triangulare planum aliquod horizontale F M N, quod nec flexile, nec profundum, & fere geometricum, ſuis tamen innixum fulcris, & a ſolo elevatum ſupponemus. Habeantur tria quoad pondus inæqualia corpora A, B, C, quæ deinceps tamquam tria puncta inæqualiter gravia & ſimili prædita directione ad horizontem recta uſurpabo; ſint hæc communi nodo G ab exiliſſimis filis A F G, B M G, C N G invicem unita ſic, ut per puncta F, M, & N triangularis plani excurrere ſine affrictu poſſint fila ipſa ad libitum. Sibi relictis hiſce tribus corporibus maxime deſcendunt ipſa; commune ergo iſtorum gravitatis centrum D deſcendit maxime, maximeque ab horizontali plano removetur, quod cum libere obtinet, libere quoque nodus G tunc quieſcit. In nodo itaque G

tres datæ potentiæ, tria nempe datorum corporum pondera in reſpective ſumtis ſuis directionibus GF, GM, GN invicem trahentia in æquilibrio ſe ſe continebunt. Porro in hoc æquilibrio etſi potentias A, B, C trahentes cognoſcimus, ignoramus adhuc reſpectivas iſtarum directiones GF, GM, GN, quas ad æquilibrium invicem obtinendum ſingulæ aſſumſerunt: has tamen facile eruemus ex maximo communis gravitatis centri deſcenſu, nempe ex lege iſta naturæ conſtantiſſima, aut ſi mavis, ex natura ipſa potentiarum parallelarum invicem agentium, & normalium etiam ad planum, contra quod agunt omnes. Si erutæ directiones cum iis conveniant, quas Statici dari volunt inter datas potentias, cum æquilibrium ſervant; quod nempe duæ iſtarum cum latera exhibent parallelogrammi, tertia & quantitate, & directione ejuſdem exhibeat diagonalem: ſi æquilibrium, quod offert natura, iiſdem gaudeat proprietatibus ac illud per ſtatica principia ſtabilitum; erit ne deinceps ambigendum quod ſtaticæ principia ipſa & certa, & inconcuſſa, & tamquam naturæ leges haberi poſſint, & debeant? Quod antequam probandum aſſumo, tres potentiæ (*Fig.* 5.) DA, DB, DC inſimul æquilibratæ in puncto D ſupponantur. Staticis principiis innixi a Geometria edocemur, quod ſi tres hujuſmodi potentiæ ſint in æquilibrio, ſumma quadratorum earumdem minima erit in puncto ipſo D æquilibrii (*). Sumto enim quovis alio præter D puncto, major ſemper exurget ſumma quadratorum linearum a punctis A, B, C ad punctum iſtud ductarum. Quod ſi in directionibus DA, DB, DC aſſumantur ad libitum a puncto D aliæ, & aliæ lineæ, puta DE, DG, DF, quæ utcumque longitudine differant a potentiis ipſis; a Geometria quoque edocemur, minimam fore in eodem æquilibrii puncto D ſummam productorum aſſumtarum exempli cauſa linearum DE, DG, DF in reſpondentes potentias DA, DB, DC; ſic ut a punctis ſtatutas lineas terminantibus ſi ad quodvis aliud, præter illud æquilibrii D, ducantur lineæ, quæ in ſuas jam datas potentias multiplicentur; ſumma hæc productorum ſemper major futura ſit; minima autem tunc ſolum, cum punctum commune fuerit illud æquilibrii datarum potentiarum. Hoc

(*) *Tom. 4. Commentariorum Bonon. Scient., & Art. Inſtituti pag. 90. Opuſc.*

Hoc poſito ad triangulare planum revertamur F M N (*Fig.* 4.) tribus inæqualibus datis ponderibus A, B, C onuſtum, communi nodo G filis inſimul connexis, ſibi libere relictis, & quieſcentibus. Ex hac ponderum libera quiete conſequitur, quod commune iſtorum gravitatis centrum maxime deſcendit, maximeque propterea a triangulari horizontali plano diſceſſit; conſequitur item, quod in nodo G in filorum directionibus G F, G M, G N in æquilibrio ſe ſe continent tres potentiæ, quæ quantitate adæquant reſpondentia pondera A, B, C. Porro in hoc æquilibrio etſi potentiarum quantitates cognoſcimus, directiones tamen iſtarum adhuc ignoramus: has autem ſic eruemus.

Suppoſito igitur quod libere quieſcant pondera A, B, C (*Fig.* 4.) commune iſtorum gravitatis centrum D maxime deſcendit; maxima ergo erit linea D E, quæ a communi gravitatis centro ad triangulare uſque planum normaliter ducta intelligitur, maximumque propterea productum trium ſimul ponderum in lineam D E. Porro productum hoc cum æquet producta ponderis A in A F, ponderis B in B M, & ponderis C in C N, producta hæc tria maximum quodpiam erunt: & quoniam filorum G F A, G M B, G N C nodo G junctorum quantitas data eſt, & conſtans; conſtans proinde, & datum erit productum, quod provenit ducendo pondus A in totum filum A F G, pondus B in filum B M G, & pondus C in ſuum C N G: hinc ſi a conſtanti producto hoc maximum illud ſupra inventum ſubtrahatur, ſcilicet ex hoc ſubtrahatur productum ponderis A in filum A F, ponderis B in filum B M, & ponderis C in filum C N; reliquum ex hac deductione erit minimum. Quare producta ponderis A in reſiduum filum F G, ponderis B in M G, & ponderis C in ſuum N G minimum quoddam erunt. Æquilibrium igitur datorum trium ponderum, quod nobis offert natura, tales depoſcit directiones ut, ſi tres potentiæ tribus ponderibus reſpective æquales ſingulæ in ſingulis punctis F, M, N plani cujuſvis triangularis F M N collocatæ, & æquilibrium invicem adeptæ concipiantur; ſumma productorum lineæ G F in reſpondentem potentiam, lineæ G M in ſuam, tandem lineæ G N in tertiam datam potentiam minima ſit: atqui hanc eamdem exigit conditionem æquilibrium a ſtaticis principiis derivatum, pro ut ſupra adnota-

vimus; ergo ſtaticum æquilibrium omnino convenit cum illo, quod vult, & conſtanter nobis exhibet natura. Videtur ergo principium compoſitionis, reſolutioniſque potentiarum nova hac a tuto fonte petita ratione ſic firmatum, ut ſin minus geometricam, eam tamen præſeferat certitudinem, quam habent naturæ leges, & inſtituta.

Quare ad æquilibrii conſtitutivum explicandum cum inepta in primis cenſuerim antedicta Galilæi, & Carteſii principia; mox vero parallelarum potentiarum invicem agentium æquilibrium demonſtraverim, & geometrice illud etiam deduxerim obliquarum ab inſigni, & certa parallelarum proprietate: tandem ſtatui quod ad evolvendam penitus æquilibrii eſſentiam nullum præter obliquarum potentiarum principium, nullum præter compoſitionem, reſolutionemque earumdem poſſit aptius inveniri. Hoc feliciſſime uſus eſt Varignonius in æquilibriis omnibus explicandis, quæ ſtatica univerſa comprehendit; ſed de obliquarum potentiarum valore conſuetam dedit oſtenſionem, in qua motus implicatur. Unice vero deſiderandum erat, quod in principii probatione quicumque motus, immo omnis idea motus tolleretur, & firmiori fundamento iſtud ſtabilitum ad ſtaticam poſtea applicaretur, quæ tandem de principii ſui firmitate gauderet. Id conſequi tentavi cum a conſtanti naturæ lege, aut a parallelarum & conſpirantium potius potentiarum invicem agentium natura, Geometria adjuvante, principium ipſum deduxi, ſic ut ab omni incertitudine jam vindicatum pro conſtanti ſaltem naturæ lege impoſterum haberi poſſe videatur.

Statica ergo non ſolum, ſed Hydroſtatica quoque facultas hoc unico contenta debet eſſe principio, cum liquida non ſecus ac ſolida corpora ſua habeant æquilibria, uti comprobat experientia: exiliſſimæ namque partes liquidorum libere invicem agentes, quam maxime deſcendent omnes; deſcendet igitur quam maxime commune iſtarum gravitatis centrum, & tunc æquilibrium adeptæ liquidorum partes conquieſcent. Erunt itaque æquales circumquaque preſſiones, quas invicem exerent, quocumque vaſe contentæ, liquidorum partes, quarum unaquæque tantum præciſe premet quantum a ſupra ſe poſitis particulis premetur: pendebit itaque preſſio cujuſvis liquidi particulæ a quantitate earum,

earum, quæ verticaliter ſuperſunt. Hinc ſi fingimus liquidum omne in tot veluti exiliſſimas diviſum columnas, erit tunc æqualis columnarum mutua preſſio, cum æqualis fuerit iſtarum altitudo. Quod ſane omnibus liquidis æque competit ac ſolidis corporibus, quæ ſi æqualia omnino ſunt, & rite ad agendum invicem committuntur, neceſſario æquilibrantur.

Quod ſi diverſa habeantur duo verticalia vaſa, quæ homogeneum idem liquidum ad diverſas quoque altitudines contineant, & ope canalis horizontalis inſimul communicantia ad agendum invicem poſtea commiſſa ſint; cum ad æquilibrium inter hæc habendum minime ſane congrediantur integræ ſimul in iſtis contentæ liquidi maſſæ, congrediantur autem tantummodo tot hinc inde numero æquales liquidi columnæ, quot fert canalis communicans; ſequitur quod æquilibrium inter duo vaſa prius non habebitur, quam pugnantes columnæ etiam altitudine æquentur. Hinc liquidum omne aut in uno contentum ſit vaſe, aut in pluribus communicet, ut æquilibrium ſibi comparet, ad libellam in illo, aut in iſtis quod ſe componat oportebit. Æquales igitur omnino erunt pro duobus vaſis liquidi maſſæ, quæ invicem æquilibrantur; quæ vero non congrediuntur, vaſorum latera onerant, & in iiſdem conquieſcunt, non ſecus ac in ſolidorum corporum æquilibrio contingit, quæ ſi inæqualia ſunt pondere, æquali hinc inde hujus parte ad æquilibrium veniunt, reliqua autem parte machinam ipſam onerant congreſſui corporum deſtinatam.

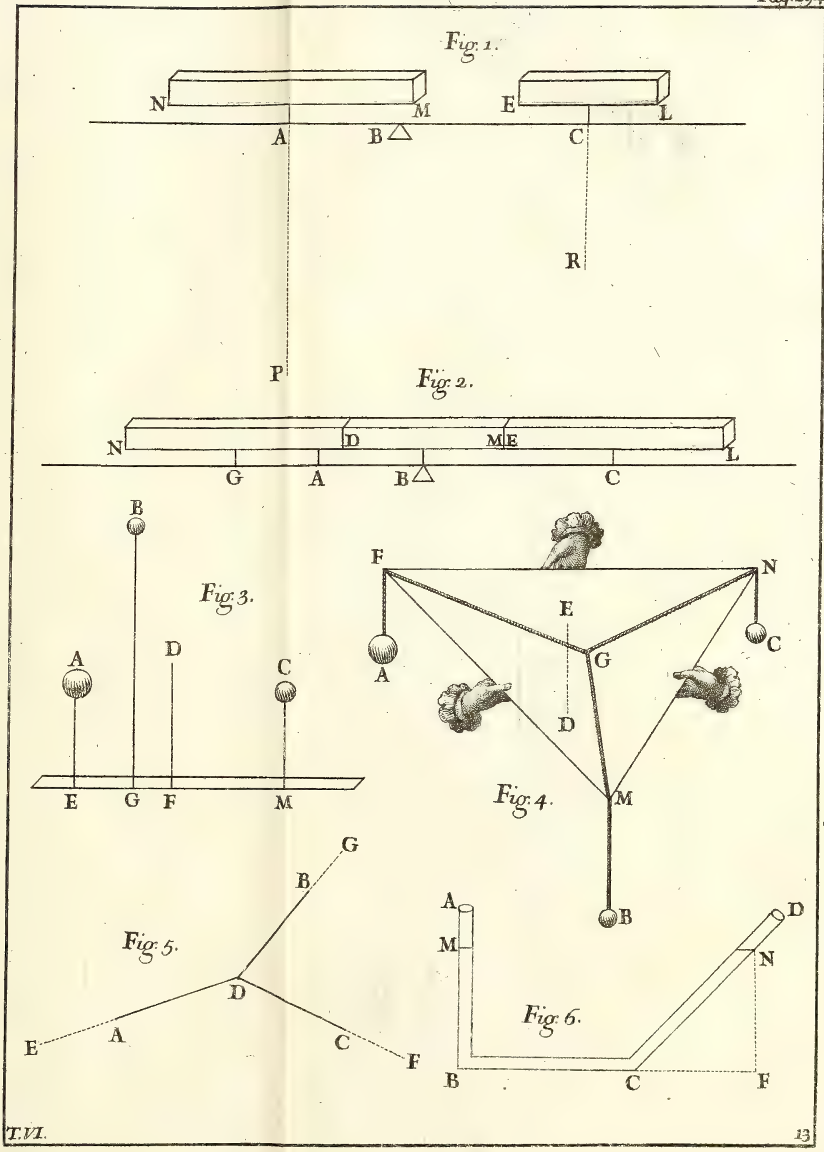
At ſi vaſa liquidum continentia non recta, ſed obliqua ſint ad horizontem, erit ne in recto, ac in obliquo communicante vaſe æqualis liquidi altitudo? De hoc autem ab experientia ſatis edocemur, ſatiſque oſtendit eadem, quod in duobus tubis communicantibus recto altero ad horizontem, obliquo utcumque altero, liquidi incluſi, & æquilibrati æqualis ſemper eſt altitudo: quod ulterius confirmat ſuperficiei liquidi cujusvis quocumque vaſe contenti ad libellam complanatio. Si compoſitionis, reſolutioniſque potentiarum principium conſulimus, æquilibrium iſtud feliciſſime explicatur. Etenim in ſiphone A B C D (*Fig. 6.*) cum liquidum in obliquo crure C D contentum partim ab iſtius parietibus ſuſtineatur, neceſſario in hoc crure mutua liquidi

preſ-

preſſio minuetur; quare augenda erit liquidi quantitas quantum vult preſſionis imminutio: hæc autem minuitur in ratione N C ad N F, ergo ſi N F æquet B M, liquidi nempe elevationem in crure ad horizontem recto, in obliquo C D uſque ad N liquidum elevabitur, ad æqualem ſcilicet ac in illo altitudinem.

Ab æqualitate igitur hinc inde oppoſitarum preſſionum inter ſe æquilibrium quoque iſtud obtinetur, non ſecus ac quodcumque aliud, quod aut ſtatica, aut hydroſtatica nobis exhibet facultas. In hac æqualitate oppoſitarum preſſionum cum natura, & origo vera æquilibrii fundetur, debet hæc ſane in quocumque æquilibrio inveniri. Invenimus autem hanc tuto per antedictum compoſitionis, reſolutioniſque potentiarum principium, quod cum a natura ipſa probetur, tutiſſime poteſt etiam a nobis adhiberi, & tamquam unicum Staticæ, & Hydroſtaticæ principium aſſumi.

FER-


Fig. 1.
N M A B E L C R P
Fig. 2.
N D M E L G A B C
Fig. 3.
B A D C E G F M
Fig. 4.
F N E A G C D M B
Fig. 5.
G B D E A C F
Fig. 6.
A M D N B C F
T.VI.
13

FERDINANDI BASSI

De Porectanarum aquarum accenſibili vapore.

PORectano oppido medicatarum aquarum copia ſuperbienti præruptus quidam, & pene inacceſſibilis ſupereminet mons ab incolis *Saſſo cardo* nuncupatus, e cujus baſi thermales pullulant fontis Leonis, & balneorum aquæ, e vertice vero, ut fama eſt, ignis olim erumpebat, nunc tantum admota face vapor illico accenſibilis ex eodem ſpiraculo inſurgit, e quo flammæ attollebantur, nec non ex fontis Leonis ore, & balneorum rimis, de quo deflagrante vapore ſermonem nunc inſtituo. Sed antequam rem aggredior, diſſertatiunculæ argumentum propono.

Quæſtio eſt, utrum inſignis ille accenſibilis porectanus vapor a ſimpliciſſimo, ſubtiliſſimoque minerali bitumine, vel a volatili ſulphure originem trahat. Non eſt hic ſermo de chemicorum ſulphure, ſed de genuino communi ſulphure; neminem enim in phyſicis vel vix verſatum latet, vulgare commune ſulphur ex duabus conſtare ſubſtantiis, ex acido nimirum, cui ſatura baſis eſt phlogiſtum quoddam minerale.

Nonnulli quibuſdam obſervationibus ducti, deflagrantem porectanum vaporem a fugaciſſimo genuino ſulphure repetendum eſſe autumant; alii contra, nec omnimode immerito, vaporem hunc ſimpliciſſimæ volatili naphthæ adjudicant. Sententiæ nonnihil inter ſe diſcrepant; mea quoque opinio ab illorum ſententiis aliquantulum diſſentit. Phænomena, quæ animadverti, quæ inſtitui experimenta, ut naturam, & indolem vaporis hujus perſcrutarer, conjectu-

ras denique meas, qualeſcumque ſint, non invito animo accipite.

Ac ſcire oportet, ut a primo initio rem repetam, porectanas thermales ſcaturigines jam ſexcentis ſaltem ab hinc annis celebratiſſimas, atque agrum noſtrum bononienſem nobilitantes ſeptem eſſe, quarum ſcaturiginum aquæ una fons olim *delle tre bocche*, nunc *delle Donzelle*, altera fons Puzzolæ, altera celeberrimus fons Porectæ veteris nuncupantur (porectanum balneum Dianæ, nec non Minervæ omitto, etenim duorum horum balneorum aquæ manant ex dicto fonte *delle tre bocche*). Tres dictæ ſcaturigines halitu ſulphureo quam maxime gloriantur, ſed minime accenſibili. Reliquæ quatuor ſcaturigines ſunt balneum Bovis, balneum vulgo *Reale*, balneum Martis, inſignis denique fons Leonis; quarum quatuor ſcaturiginum aquæ iiſdem conſtant elementis, non eadem vero quantitate, & proportione, quorum elementorum præcipuum, ut ego quidem arbitror, perennis, & ſubtiliſſimus vapor eſt ille admota face accenſibilis, qui tamen halitu illo ſulphureum odorem expirante nequaquam donatur. Jam ſuperioribus annis de porectanarum aquarum elementis verba feci, de earum nempe caloris gradu, de thermarum ſpiritu rectore, ſive, ut ait Hoffmannus, de ſpiritu æthereo-elaſtico, de ſulphure, & vitriolo volatili, de mediis porectanis ſalibus, eorumque ſpeciebus, de martialibus ſubſtantiis, & de alcalina terra. Reſtabat adhuc inſignis ille, & mirabilis vapor accedente flamma exardens, de quo ſermonem nunc habebo. Vaporem ergo hunc conſiderandum primo eſſe duxi in ſtatu ſuo, ut ita dicam, naturali, exinde cum ignem concipit; non enim ex uno vel altero periculo, cum plurima comparare poſſumus experimenta, ſtatuenda ſunt corporum principia, omneſque eorum proprietates.

A vapore minime deflagrante exordior. Profluit ex ore fontis Leonis ſubtiliſſimus, & fugaciſſimus porectanus vapor cum aquis, at ſine ſtrepitu, non enim obſervatori innoteſcit vapor, niſi ſuccendatur. Infimæ vero balneorum porectanorum rimæ, per quas continuatim pullulant aquæ, peramplas eructant vaporoſas bullas cum murmure, quæ bullæ rapide inſurgentes, & ſuperficiem aquarum vix attingentes, nec non liberum aerem, illico cum impetu erum-

punt,

punt, & erumpentes verberant aquam: quaſſata criſpatur aqua, & vapor avolat nimium libertatis cupidus.

Prima ergo vaporis proprietas, quam ex obſervationibus deprehendo, elaſtica vis eſt non modica coercitorum ſpirituum indolem æmulans; aliquando tamen bullæ vapore prægnantes in balneorum porectanorum aquis fluitare vidi, ſed ita raro, ut unam tantummodo, aut alteram ſupernatantem bullam, antequam prorumperet, in tot obſervationibus animadverterim. Idcirco ſuſpicatus ſum, æſtuantes balneorum bullas non ſolum ex ſubtiliſſimo, volatiliſſimoque vapore conſtare, ſed ex craſſiore quoque, denſioreque ſubſtantia, quæ veluti tenuis cruſta fugacem vaporem coercendi, quamvis rariſſime, vim habeat: nec injuria ſic judicavi, namque leoninus fons id plane confirmat, cujus aquæ in occulta quadam pullulant cavernula: illic congregatæ inſurgunt thermales aquæ, illic bullæ crepitant, quæ craſſiorem ſubſtantiam in cavernulæ fornicem abunde impingunt, ut patefacta cavernula videre licet. Nil ergo mirum ſi accenſibilis vapor porectani fontis Leonis non amplius in bullas conſtrictus intrans aquæductum profluat cum ſociis aquis ex ore fontis ſine murmure, & ſtrepitu; qua de re balneorum porectanorum lubricitatem, qua aquæ, de quibus verba facio, gloriantur, a relicta crepitantium bullarum craſſiore ſubſtantia repetendam eſſe nemo negabit. Pinguem hanc fontis Leonis ſubſtantiam, nec non aliam perpaucam candidiſſimam, veluti in fila coalitam, quam in ſubjecta pelvi ad hunc fontem adnotavi, nunc reſervo, atque ad vaporem redeo, cujus odor nullus, vel vix ullus odori ſulphureo haud comparandus, cumque prorumpit vapor e turgentibus bullis non in nebulæ, aut craſſioris, vel denſioris vaporis formam, ſed omnino inviſibilis aufugit, evaneſcitque; fruſtra enim auctæ etiam lucis, & oppoſitæ facis auxilio illum contemplari ſtudebis; idque ſummam vaporis tenuitatem magis magiſque confirmat.

Latam argenti laminam ſic aptavi, ut vapores e bullis vix diſploſi continuo in eam ſuſpenſam incurrerent; alteram argenteam laminam in balneorum aquas conjeci, eo tamen conſilio, ut vaporoſæ inſurgentes bullæ eam minime offenderent: hæc argenti lamina proprium candorem nito-

remque non amiſit; illam multicolorem, ex fulvo nempe, ex purpureo, vel ex ſubnigro infectam tandem obſervavi. Ergo non harum ſcaturiginum aquæ, ſed inflammabiles vapores illam tantiſper habent facultatem, qua ad inquinandam nitidam argenti ſuperficiem volatile, & commune ſulphur donatur.

Hactenus de porectano vapore in ſtatu ſuo, ut ita dicam, naturali, nunc de illo flammam concipiente breviter oratio eſt inſtituenda. Si fax accenſa ad erumpentes bullas non proxime tantum, ſed ad diſtantiam uſque pariſienſis circiter pedis accedat, confeſtim vapores exardeſcunt, & illico flamma juxta aquarum ſuperficiem propagatur ita, ut aqua ipſa comburi videatur: experimentum jam nimis notum, at ſemper admiratione dignum. De porectano balneo *Bovis* nuperrime detecto nunc loquor, quod aſſiduis vaporibus nimis abundans ad hæc pericula capienda omnium eſt aptiſſimum. Si vero longius fax admoveatur, nulla ſequitur inflammatio. Igitur porectanus accenſibilis vapor, qui perpetuo nititur ad fugam, non ſe ſe diſgregat, & ſejunctim avolat ſtatim a bullis liberatus, ſed propria vi impulſus recta exſurgit ad dictam altitudinem congregatus ita, ut deflagrandi facultate adhuc polleat.

Flammæ altitudo pariſienſem pedem cum dimidio circiter æquiparat, cujus pars ſuperior rutilans eſt, reliquum flammæ cæruleum exardentis ſulphuris colorem referens, atque e centro flammæ perexiguæ aliquando ſaturatæ rubræ inſurgunt celeres flammulæ, vividæque viciſſim micantes ſcintillæ, idque, ut clarius innoteſcat, nocturno tempore inſtituenda ſunt experimenta.

Exhalationes deflagrantium vaporum non ſemel inſpiravi, ſed nullam umquam paſſus fui vellicationem, ullum neque irritamentum, unde tuſſis vix, ac ne vix quidem excitaretur, vel ſternutamentum; nonnihil tantum odoris e flamma manabat tenuem deflagrantis alcohol odorem quaſi ſimulans.

Marcus Antonius Laurentus Sodalis noſter longe clariſſimus, & magni nominis vir, cum ſexaginta ab hinc annis porectanarum aquarum examen inſtituit, capitellum amplum vitreum flammæ leonini fontis impoſuit, ut videret, an diſtillaret quidpiam, idque quale eſſet. Et ſane e

capi-

capitelli roſtro liquor exiit limpidus, odoris empireumatici, & tamquam fuliginoſi, quique liquor neque acidis, neque alcalinis ullam oſtendit alterationem, ut parum phlegma videretur; idque videre licet in primo tomo Commentariorum Academiæ noſtræ: quæ omnia ego quoque expertus ſum: verum e vapore in flammam jam nimis attenuato nihil aliud per diſtillationem erat forte expectandum, atque ad vaporis ſublimationem arte obtinendam nimium tempus experimento erat concedendum.

Sed de vaporibus porectanis deflagrantibus jam ſatis; antequam vero conjecturas propono, nonnulla referenda eſſe reor de porectano monte, & de ignivomo ſuperiori ſpiraculo.

Porectanum montem, de quo locutus ſum, ſuperficie maris horizontali pedes ſexcentum quadraginta duos ex barometricis obſervationibus altiorem eſſe arbitror, ſi tamen huic dimetiendi rationi plena ſit fides adhibenda. Omnia dicti montis ſtrata, plerumque fracta, horizonti ſunt perpendicularia, vel parum a perpendicularitate remota; reliquorum vero propinquorum montium ſtrata vel horizontalia ſunt, vel parum ad horizontem inclinata: phænomenon revera magna dignum contemplatione. Dictorum porectanorum ſtratorum nonnulla ex nigro quodam calcario lapide, pauca ex ardeſia tegulari conſtant, plurima ex illo duriſſimo lapide, ab Ulyſſe Aldrovando noſtro, viro celebratiſſimo, *Petra ſerena* nuncupato, in Apenninis frequentiſſimo. In iſtis lapideis ſtratis nullam foſſilem vegetabilem, nullam animalem foſſilem ſubſtantiam obſervabis, ſed tantum micas, heterogeneas glareas, ſpathoſas lineas, quarzoſaſque; &, ſi in *petra ſerena* adſit rima, elegantiſſimas plerumque, nitidiſſimaſque montanas cryſtallos invenies. Ex enarratis, ideſt ex dictorum ſtratorum fractura, atque ex perrara eorum ad horizontem perpendicularitate pronum eſt colligere, porectanum montem vehementes nimis concuſſiones ſuſtinuiſſe, depreſſioneſque, nec non lapidum luxationes, verbo ſit venia, quam maximas.

Non procul a montis cacumine meridiem verſus ineſt antiquum flammæ ſpiraculum, pedem pariſienſem longitudine, digitum vix ſuperans latitudine: juxta ſpiraculum verſus occaſum inſurgit immane ſaxum, quod ſaxum fovet igni-

vomam rimam, defenditque, & fornicis veluti vices gerit. Saxi fornicata ſuperficies, quæ ſpiraculo impendet, ignis haud dubie miniſtrat indicia; etenim dicti ſaxi infera ſuperficies fumo nonnihil inquinata eſt, & aliquantulum ignis vi decompoſita: ſic quoque petroſi ſpiraculi latera; cujus cavitas perpendicularis tres pariſienſes adæquabat pedes, exinde ad ſeptentrionem valde inclinans ulteriori examini repugnabat; at cum nudum montis lapideum verticem gravioribus ligneis malleis percutiebam, ſonitum quemdam audiebam profundum, qui obtuſus per ignivomi montis viſcera ſe ſe diffundebat, & antra, intimaſque cavernas ſpiraculo communicantes plane indicabat. Thermometrum farheneitianum in eam cavitatem induxi pluries, & conſtanti experimento ſexageſimum octavum gradum attingebat ſemper hydrargyrum, plus eſſet externus aer, minus eſſet calidus.

Admota face confeſtim vapor e ſpiraculo proſiliens flammam concipiebat aliquo cum murmure, & murmur per intimos ſpiraculi anfractus percurrebat; ergo flamma quoque, quæ tamen cum murmure brevi extinguebatur.

Sed ego nimia ardebam voluntate, intima ſpiraculi penetralia, ſi fieri poterat, tentandi; namque mihi valde perſuadebam, ignivomum ſpiraculum nihil aliud eſſe niſi ductum vaporis ſublimatorium, antra, & cavernulas veluti capitella, totum porectanum montem chemicæ naturæ eximium eſſe elaboratorium. Fontis Leonis, balneorum item porectanorum aquæ ad baſim montis undique pullulantes eodem gloriantur accenſibili vapore, quo donatur ſpiraculum, & ſpiraculi, nec non dictarum thermalium ſcaturiginum flammæ eoſdem omnes exhibent characteres. Vaporis ergo a baſi ad cacumen uſque montis propulſi, perque rimas producti patefacto ſpiraculo concretas ſublimationes conſequi me poſſe ſperabam; ſicque vaporis indolem, atque elementa aptius eruere non dubitabam. Oportebat ergo non ſolum e porectano ignivomo ſpiraculo propinquam removere glareoſam terram, ſed lapidea perpendicularia ſtrata ſpiraculo lateralia infringere, ſaxaque evellere, ut in apertum venirent intima ſpiraculi, nec non, ſi quæ eſſent, longævo annorum curſu concretæ a natura vaporis ſublimationes: nec ſpes me fefellit.

Juſſi

Juſſi igitur ingentia lapidea ſtrata ſpiraculo vaporis proximiora primum confringere, idque malleis ferreis, ſcalpris, cuneis, pulvere pyrio magna virium contentione conſecuti ſumus: ſæpe ſcalpri ictu excitata una tantum ſcintilla prope ſpiraculum, vapor repente non ſine eorum, qui aderant, admiratione inflammabatur; cumque validioribus vectibus improbo labore grandia removebam ſaxa, quæ per cavernoſum præcipitem montem magno cum fragore facillime in profundum ruebant, cum, inquam, removebam ſaxa ſpiraculo propinquiora, graveolens odor pedetentim inſurgebat, quem antea minime adnotaveram.

Patefacto nonnihil ſpiraculo ad ejus ſuperiora latera aliqua combuſtorum vegetabilium indicia, exinde materiem quamdam veluti pultem luteolam, uliginoſam, rorulentam offendi perſimilem illi, quam crepitantes vaporis bullæ pullulantium aquarum fontis Leonis, ut dictum eſt, in fornice, inque lateribus cavernulæ impingunt.

Jam ad profunditatem duorum pedum & ultra effoſſum erat ignivomum ſpiraculum, jamque ſpiraculum, ut mihi videbatur, proclive erat ad cavernulæ formam capeſſendam. Ergo nulla mora durum opus proſequendum eſſe nemo negabit, ut reliquæ vaporis concretæ ſubſtantiæ, ſi quæ adhuc eſſent, ad manus venirent; reſque ex voto ceſſit.

Vix evulſis lapidibus, qui divinatæ incumbebant cavernulæ, fœtor ſtomacho nonnihil nauſeoſus me illico vexavit, quem præſertim terra quædam exhalabat nigra, tenax, pinguis, & uliginoſa. Tenacem hanc cumulans terram rimas hiatuſque nonnullos cum cavernula communicantes detexi, per quos hiatus accenſibiles vapores veluti cum ſibilo erumpebant: admota face hiatus, rimæque omnes continuo deflagraverunt ita, ut cavernula ardentis fornacis oſtium quaſi ſimularet: tum intimum murmur, crepitus, repetiti fragores per latebroſos montis hiatus reſonabant non ſine eorum, ne & ego ipſe videar territus, non ſine eorum, inquam, qui operam navabant, admiratione & timore: elapſis circiter tribus minutis evanuerunt flammæ, profundi quieverunt fragores. Effoſſa iterum cavernula, quod ſcalpris & cuneis difficili labore vix aliquantulum obtinui, ad ſuperiora rimarum cum cavernula communicantium latera cruſtam quamdam albidam granulis quibuſdam fulvis conſper-

ſper-

ſperſam deprehendi; ultra nihil, niſi pullulantes vapores ignis peravidos; fruſtra enim moleſtum opus ad hebdomadam quaſi produxi. Pacem ergo, & quietem porectanæ cavernoſæ rupi non invitus conceſſi, atque ignivomum ſpiraculum a periculis liberavi, cum quatuor vaporis ſubſtantias per montis cavernulam, & anfractuoſos hiatus ſublimatas, concretaſque nactus fui, uliginoſam nempe luteolam pultem, nigram unguinoſamque terram, albidam cruſtam, & fulva granula, quæ omnia chemicis tentaminibus erant exploranda.

Pultem hanc uliginoſam uni alembico, nec non illam e cavernula pullulantium aquarum fontis Leonis cochleari argenteo cumulatam, quæ argenti nitorem minime immutavit, alteri alembico commiſi, & appoſito igne liquor primo fluxit ſubflavus omnino conſimilis liquori, quem Laurentus, & ego e roſtro capitelli deflagrantibus vaporibus ſuperimpoſiti obtinuimus, purum nempe phlegma odoris tantum fuliginoſi: expleto phlegmate, auctoque igne ſublevatum eſt ſubfuſcum oleum quoddam odoris bituminoſi, & nonnihil empireumatici; tandem aliquantulum ſubſtantiæ ſubalbidæ, & ſiccæ ad collum retortæ concretum animadverti; neque fumus, neque quidquam aliud apparuit. Frigefactis alembicis in eorum fundo maſſulas nigras inveni leves, ſpongioſas, & facile friabiles; ut paucis me expediam, quod alembici ope hæc dedit luteola uliginoſa ſubſtantia, idem quoque ſuppeditavit terra illa pinguis, nigra, & unguinoſa, quam in ſpiraculi patefacti cavernula congregavi, hoc tantum diſcrimine, quod hæc terra multum tenacis, denſi & nigricantis olei, nimis parum phlegmatis, ſubſtantia vero illa luteola multum phlegmatis, parum tenuioris ſubfuſci olei conceſſit.

Omitto perpaucam materiem ſubalbidam ad collum retortæ concretam, quæ characteres omnes ſalis ammoniacalis in cavernis ignivomorum montium quam facile hoſpitantis præſeferebat, & nigras maſſulas ſpongioſas & friabiles (caput nempe mortuum) terreis particulis adjudicandas; quibus ablatis rorulentam, luteolamque ſubſtantiam ex tenuiori naphtha, cui permixtæ ſunt particulæ aqueæ, terram vero nigram unguinoſamque ex denſiori minerali bitumine conſtare compertum eſt, ex quo denſiori bitumine, ut autumo,

tumo, repetendæ ſunt flammulæ, vividæque ſcintillæ, quas aliquando inſurgentes e centro tenuioris porectanæ flammæ adnotavi; etenim eas ex aliquibus hujus craſſioris ſubſtantiæ particulis ab impetu vaporis ad avolandum aliquantiſper coactis prodire facile crederem.

Reſtat adhuc exploranda cruſta illa tenuiſſima, & albida fulvis granulis huc illuc prædita, quæ duabus conſtabat ſubſtantiis, quarum una, ideſt fulva, & granuloſa facillime aqua ſolubilis erat, & ſtiptici ſaporis, altera vero, cruſta nempe albida, ſapore deſtituta minime aqua diſſolvebatur; facili tamen negotio earum naturam detexi.

Granuloſæ ſubſtantiæ portionem in aquam nivis ſtillatitiam immiſi, & huic ſolutioni decoctum gallarum adminiſtravi, ſtatimque nigruit liquor. In vaſe fuſorio alteram granuloſæ ſubſtantiæ portionem accenſis carbonibus tradidi, qua candefacta puriſſimum obtinui colcothar, quod frigefactum acu magnetica tentavi, ſed nihil omnino; ablutum tamen ſecundum artem hoc colcothar, exſiccatumque, atque adipe commixtum denuo ignitum reddidi, exinde frigefacto colcothari acum magnetica vi imbutum admovi, & cuſpidi acus plures vidi ferreos floſculos ſolemniter pertinaciterque adhærentes; fulva ergo hæc granula martis eſſe purum vitriolum nemo negabit.

Cruſtam vero tenuiſſimam, & albidam minime, ut dixi, aqua ſolubilem ferreæ candenti laminæ tradidi: confeſtim ſurrexerunt flammulæ cæruleæ, atque halitus inſpirationem leviter vellicans. Rebus ſic ſtantibus quis de genuino ſulphure amplius dubitabit? Nihilominus ut de hac re certo certius conſtaret, in vitream phialam dictæ cruſtæ portionem, & oleum tartari immiſi, & phialam arenæ balneo commiſi: ebulliente oleo tartari ſtatim ſoluta fuit cruſta; laminam argenteam in hanc ſolutionem demerſi, quæ primum amittens nitorem, illico nigrum colorem ſibi comparavit: huic ſolutioni acidum vegetabile guttatim affudi; efferbuit liquorum commixtio, ſed nihil ultra; quod mihi mirum videbatur: at acidum vegetabile iterum atque iterum ſolutioni noſtræ adminiſtravi; quieſcente effervescentia tandem inalbeſcere cœperunt liquores, odoremque emiſerunt hepar ſulphuris ad unguem referentem, & poſt aliquod tempus luteola ſubtiliſſima præcipitatio tandem ſecuta

ta eſt, ſulphuris nempe, ut aiunt, butyrum. Quibus omnibus tentaminibus luce meridiana clarius eluceſcit, cruſtam hanc albidam nihil aliud eſſe, niſi tenuiſſimum nativum ſulphur, ſive ſulphuris flores; quæ cruſta omnino comparanda eſt ad illam ſubſtantiam veluti in fila coalitam, quam, ut dixi, in ſubjecta pelvi ad Loninum fontem adnotavi; aquæ enim defluentes ex ore porectani fontis Leonis, & lapideam percutientes ſubjectam pelvim illic ſubnigrum imprimunt colorem, ibique nonnulla perexilia veluti fila vix denſantur, quæ ſedulo indigent obſervatore, quæque ejuſdem ſunt naturæ, & indolis, ac dicta cruſta. Animadvertendum denique eſt, ignivomum ſpiraculum terra illa nigra, & pingui, nec non ſubſtantia illa luteola, & uliginoſa abundare, reliquarum concretionum, ſive vaporis ſublimationum, albidæ nempe cruſtæ, fulvorumque granulorum minime divitem eſſe.

Jam habemus præcipua hujus vaporis elementa. Inflammabilis ergo hic vapor porectanus a denſiori bullarum bitumine expeditus, eſt ne ad ſimpliciſſimam naphtham, an ad genuinum ſulphur referendus? Naphthæ favet rutilans ſuperioris flammæ color; naphthæ favet aquarum odor ad odorem hepatis ſulphuris haud comparandus, quo odore procul dubio fontes omnes volatili genuino ſulphure præditi gloriantur; & quod præcipuum eſt, naphthæ favent flammæ exhalationes nequaquam tuſſim, vel ſternutamentum excitantes. Contra vero inferior flammæ pars cærulea pro ſulphure militat; militat argentum ſalientibus vaporibus oppoſitum tandem nigreſcens; & quod maximum eſt, militat pro ſulphure candida illa cruſta ignivomi ſpiraculi, nec non filamentoſa ſubſtantia, quam in ſubjecta pelvi ad fontem Leonis adnotavimus. Quid ergo ſtatuendum de hac re? Ego ſic opinor. Porectanum inflammabilem, fugaciſſimumque vaporem a craſſiori bullarum bitumine expeditum ad tenuiſſimam naphtham referendum eſſe autumo, quam naphtham ab igne ſubterraneo maxime rarefactam, attenuatamque per ſpecus, & anfractuoſas montis cavernulas ſpiritus æthereo-elaſticus circumvolans, & per anguſtas rimas, hiatuſque erumpens ſecum trahit. Verum phlogiſto, & ſpiritui æthereo-elaſtico ſocium ſe adjungit, comitaturque nonnihil acidi catholici undique irrepentis,

at

at in ſubterraneis ſpeluncis quam libenter hoſpitantis, quod acidum a ſpiritu æthereo elaſtico impulſum minime phlogiſto ſe connectit, ſed coactum & fugax, libertatiſque avidum cum vapore ex ore leonini fontis, ex balneorum rimis, vel e montis ignivomo ſpiraculo prorumpit; hinc fit, ut ſulphuris elementis conſtet porectanus inflammabilis vapor, minime vero volatili compoſito ſulphure.

Quæ cum ita ſint, phænomena omnia, quæ inter ſe diſcrepantia videntur, ad concordiam haud difficulter revocantur. Aquæ, de quibus nunc eſt ſermo, ſulphureum odorem neutiquam reddunt, & reddere nequeunt, cum acidum minime phlogiſto ſit intime conjunctum, ſed ſolummodo tamquam vaporis ſocium, ideoque genuinum ſulphur nullo modo fuit antea in hujus montis viſceribus conſtructum, & exinde ab alcalicis aquarum elementis, & ab interno montis igne ad inſtar hepatis ſulphuris comparatum; quæ omnia neceſſaria videntur, ut ſulphur aquis permixtum ſit, & ſolutum, nec non ut aquæ ſulphureum expirent odorem. Neque flammæ halitus tuſſim excitare debet, vel ſternutamentum; namque e flammæ pabulo vel nihil, vel pene nihil acidi a phlogiſto expeditum aufugit, cum acidum phlogiſto minime ſit connexum. Verum acidum catholicum phlogiſto haud implicatum una cum ſpiritu aquarum rectore, ſeu ſpiritu æthereo elaſtico elaſticam vim vaporibus communicat, & auget; atque acidi indoli tribuendus eſt fuſcus color, quo argenti ſuperficies, diu tamen vaporibus expoſita, tandem inquinatur; acidum enim maxime attenuatum, & modica nimis quantitate ſe comitem præbet, ut jam diximus, & inſurgit. Denique acidum, cum ex ore leonini fontis ſcatet, vel ex ignivomo porectani montis ſuperiore ſpiraculo, & liberum aerem attingit, vel cum externo aere vix communicat, tunc tantum nonnullas phlogiſti, & martis minimas aggreditur particulas, illis ſe ſe illigat, ſicque candida ſulphuris cruſta, & martialis vitrioli granula in montis vertice, & ſpiraculo, nec non perexilia illa ſulphuris fila in ſubjecta pelvi ad fontem Leonis, ut dictum eſt, longo annorum curſu coaleſcunt, & illa pars pelvis defluentibus aquis percuſſa nigro conſpurcatur colore.

Neque novum eſt, alcalinas, acidaſque naturas, idcirco acidas, & oleoſas eodem in liquido integras conſervari, & al-

& alteram modo ad hoc, modo ad illud corpus immutandum eſſe altera procliviorem. Illis, qui medicatarum aquarum chemicam analyſim inſtituunt, id ſæpe experiri contingit; ſic etiam docuit vir ille nemini ſecundus, & ſummus in arte magiſter, cum de medicatis Recobarii aquis ſermonem habuit diſertiſſimum, atque, ut conſuevit ſemper, doctrina exundantem, ut in actis Academiæ noſtræ. Jam, humaniſſimi ſodales, plane intelligitis, me Jacobum Bartholomæum Beccarium, virum egregium & candidum memorare, quem morte correptum, morte tamen ſancta, & optabili, lugemus omnes, quemque honoris cauſa ſemper memorabo. Unum denique animadvertere liceat. Plurimos medicatos fontes volatilis ſulphuris ditiſſimos eſſe, pervulgatiſſima res eſt, veluti minerales ſpadanas celebres aquas, aponenſes thermas, curcuenſes, herculaneas, & præ ceteris quam plurimis fontem illum porectanum, qui Porecta vetus nuncupatur. Harum omnium vel thermalium, vel mineralium vapores, etſi manifeſto quam maxime ſulphurei, numquam admota face flammam concipiunt.

Fontes vero accenſibili vapore præditi perpauci recenſentur. Omitto Jovis fontem in Epiro, de quo verba fecerunt Lucretius de Rer. Nat. lib. 6., Plinius Hiſt. Nat. lib. 2. cap. III., & horum auctoritate Pomp. Mela lib. 2. cap. III. aliique, cujus fontis nulla amplius notio eſt. Omitto fontem prope Gratianopolim in Delphinatu, & alterum ad Lancaſtrum in Anglia, nec non lacum Quilotoa Andium in America, de quorum primo ſermo eſt in Actis Regiæ Academiæ Pariſienſis, de ſecundo in Tranſactionibus Anglicanis, de tertio in itineribus Bouguerii ad æquatorem. Gratianopolis tamen, & Lancaſtri fontes juſto examine exinde facto ad flammigeros fontes minime pertinere ſtatutum fuit; e lacu vero Quilotoa non inſurgunt vapores admota face deflagrantes, ſed aliquando tantum, & quibusdam aeris conſtitutionibus ſpontaneæ ex aquis erumpunt flammæ. Omitto denique id, quod Paulus Bocconus in ſuo Phyſicæ muſæo pag. 153., & pag. 157., aliique referunt de vaporibus inflammabilibus; namque non ex aquarum, ſed ex quibuſdam petrolei ſcaturiginibus inſurgunt.

Scaturigines vero, quæ perpetuo vapore ad concipiendam flammam admota face ſemper evidenterque parato abunde

de gloriantur, in toto terrarum orbe, quod ſciam, unam, & alteram tantum habemus, mineralem nempe fontem cracovienſem in Poloniæ minoris Palatinatu, cujus mentio eſt in Actis Eruditorum Lipſienſium, & thermalem Leonis fontem, nec non tria calidiora balnea porectana in agro bononienſi, quæ ſcaturigines merito exardentes nuncupantur.

Dictis ſcaturiginibus eſſet fortaſſe conſociandus rivulus quidam prope Bergeracum in Gallia, de quo eſt ſermo in Actis Regiæ Academiæ Pariſienſis anni 1741, ab aſtuto gammarorum prædatore fortuito detectus, qui nocturnus prædator dum accenſos paleæ manipulos juxta aquas admovit, ut gammarorum cryptas aptius detegeret, ex quibuſdam rivuli foraminibus inſurrexerunt vapores, qui flammam concipientes illi obſtupefacto, & perterrito veſtes comburere cœperunt; re deinde pervulgata, experimenta pluries eodem ſemper ſucceſſu fuerunt inſtituta. Phænomenon hoc cœno illis foraminibus cumulato, ſulphureis materiebus prædito, & fermentationis ope in agitationem ita poſito, ut deflagrantes emitteret exhalationes, adjudicatum fuit; ego vero rivuli illius foramina potius ab inflammabilibus ſubterraneis vaporibus vel ſine, vel cum aquis erumpentibus repetenda eſſe autumo, & Bergeraci quoque rivulum exardentibus perraris ſcaturiginibus adſcribendum eſſe facile crederem.

FERDINANDI BASSI

De Thermalium Porectanarum Aquarum Salibus.

SUperioribus annis de porectanarum aquarum elementis verba feci, de earum nempe caloris gradu, de thermarum ſpiritu rectore, ſive, ut ait Hoffmannus, de ſpiritu æthereo-elaſtico, de ſulphure, & vitriolo volatili, de admirabili illo vapore accedente flamma ſtatim deflagrante, de martialibus ſubſtantiis, & de alcalina terra: reſtant adhuc medii ſales, quibus porectanæ thermales aquæ gloriantur, de quibus nunc ſermonem inſtituo. A fontibus Porectæ veteris, *delle tre bocche*, & Puzzolæ exordior: alias jam dixi, porectanas thermales ſcaturigines, quæ trigeſimo ſecundo a Bononia diſtant lapide, ſeptem eſſe, quarum dictæ tres elementorum natura, non vero proportione, analogæ ſunt; reliquæ quatuor ſcaturigines, Balneum nempe Martis, Balneum Bovis, Balneum *reale*, inſignis denique fons Leonis iiſdem quoque, quamvis diverſa proportione, conſtant elementis, ſed ab elementis primo loco dictarum ſcaturiginum nonnihil diverſis: omnes tamen porectanæ thermales aquæ iiſdem ſalibus donantur, at non eadem quantitate. Primum ergo de ſalium quantitate, quæ ſingulis porectanis thermalibus aquis recte aſſignanda eſt, exinde de eorum ſalium indole, & natura breviter diſſeram.

A fontibus, inquam, Porectæ veteris, *delle tre bocche*, & Puzzolæ exordior. Ex ſingulis fontibus libras ſex aquarum probe libratas hauſi, quo pondere & menſura omnes porectanarum thermalium aquarum evaporationes impoſterum referendas conſtitui: atque, ut clarior res evadat, ſciendum eſt, libram, qua uſus ſum, duodecim unciis conſtare,

re, unciam drachmis octo, drachmam vero tribus ſcrupulis, vel ſeptuaginta duobus granis, de quo libræ pondere, & diviſione omnium notiſſima, vulgo libra *da ſaggio*, pene ubique omnes conſentiunt. Dictas ſex aquarum libras vitreis vaſis ore ſatis amplo inſtructis traditas arenæ balneo commiſi eo ignis gradu, qui numquam ad ebullientis aquæ gradum, nec proxime, accederet. Poſt aliquod inſtitutæ evaporationis tempus aquæ turbidæ factæ ſunt, & corpuſcula veluti furfuracea apparuerunt; exinde albida tenuiſſima pellicula ſuperficiem aquarum cooperiens: tunc ignem de more imminui, ut ſenſim pellicula, aliaque furfuracea corpuſcula ſubſiderent, ac tandem completis evaporationibus ſedimen, ceu concretiones ſalinas obtinui: has concretiones aqua nivis ſtillatitia diſſolvi, ſolutioneſque per emporeticam chartam trajeci, ut ſales a reliquis metallicis, terreſtribus, aliisve, ſi quæ eſſent, ſubſtantiis ſecernerem; ſolutiones poſtea ſolis ope ad ſiccitatem denuo evaporavi, & dempto vitreorum vaſorum pondere ad ſex libras aquarum Porectæ veteris drachmam unam cum dimidia nec non duodecim grana, ad ſex libras aquarum Puzzolæ drachmas duas cum dimidia, & ſcrupulum unum, ad ſex libras aquarum fontis *delle tre bocche* drachmas tres cum dimidia plus duodecim grana pertinere cognovi.

Eodem quoque proceſſu, ut paucis me expediam, reliquas quatuor thermales porectanas aquas tentavi, & ſex libræ aquarum Balnei Martis, nec non Balnei *reale* drachmas quatuor præbuerunt ſalinæ concretionis, aquæ vero Balnei Bovis drachmas quatuor & duodecim grana, denique aquæ fontis Leonis drachmas quinque cum dimidia ſalium ſuppeditaverunt; ex quibus tentaminibus patet continere ſingulas aquarum libras

Fontis Porectæ Veteris.	Salium Grana	20
Fontis Puzzolæ		34
Fontis *delle tre bocche*		44
Balnei { Martis / *Reale* }		48
Balnei Bovis		50
Fontis Leonis		66

Animadvertendum tamen eſt, hanc, quam exhibui, mediam eſſe ſalium proportionem, quæ ſingulis porectanis medi-

medicatis aquis aſſignanda eſt; namque eamdem adamuſſim ſalium quantitatem ex plurimis harum aquarum captis evaporationibus me pene numquam obtinuiſſe fateor; & quamvis haud dubie porectani ſales ad indolem ſalium volatilium minime accedant, nihilominus ſi ignis gradus tantillum augeatur, ut citius evaporatio evadat, tunc certe permultæ avolant ſalinæ particulæ, & minus concreti ſalis comparatur, quod ſummæ horum ſalium tenuitati tribuendum eſſe reor.

Cognita ſalium quantitate, quæ ſingulis thermalibus porectanis aquis adſcribenda eſt, ad eorum examen progredior. Singulas concretiones ſalinas aqua ſtillatitia iterum ſolvi, eaſque ſolis ope denuo evaporavi, uſque dum candida pellicula liquori innatans appareret; exinde aliquantulum ſalinæ ſolutionis ſupra planam vitream laminam immiſi, aliam vero ſalinæ hujus concretionis partem in vitreum concavum vaſculum affudi, ut cryſtallorum ſalinarum figuram, & indolem melius inquirerem, eaque omnia in frigido cubiculo ſecundum artem ſervavi; quæ poſtea ſcrutatus ſum, nunc vobis refero.

Quæ ad figuram porectanorum ſalium pertinent, hæc ſunt; candidæ eorum permultæ cryſtalli cubicam ſimulant figuram, aliæ vero ad quadratam pyramidem nonnihil accedunt, in quibus quatuor pellucidæ ſeu diaphanæ lineæ ab oppoſitis cryſtallorum angulis diſcedunt ita, ut illæ ad centrum cryſtallorum recte percurrentes, & in eodem centro ſe ſe interſecantes duæ veluti diagonales lineæ appareant. Sales iſti pyramidalem, cubicamque figuram æmulantes vel concavorum vaſculorum fundum occupant, vel centrum chryſtalliſationum in planis vitreis laminis; peripheriam vero ſive ambitus cryſtalliſationum in dictis laminis, & ſuperiora latera cryſtalliſationum in concavis vaſculis ſpongioſa, nec non laminoſa circumtenet candidiſſima quædam ſalina concretio. Hæc ſunt, quæ ad ſalium præcipuam ſpectant figuram; quæ ad eorum proprietates, & indolem pertinent, hæc habeo vobis exponenda.

Cubicos, nec non pyramidales porectanos ſales lineis diagonalibus diſtinctos ardentibus tradidi carbonibus: crepitaverunt omnes; debilius tamen, quam muriatici ſales.

Porectanis hiſce ſalibus aqua nivis ſtillatitia ſolutis ſolutio-

lutionem argenti in ſpiritu nitri guttatim affudi: ex tempore inalbeſcere cœpit liquor, & candidiſſima ſecuta eſt præcipitatio, immo denſum coagulum veluti caſeoſum; idque ſolutionibus dictorum porectanorum ſalium plane contigit, iis hydrargyri vel ſaturni ſolutione miniſtrata.

Sublimato mercurio aqua ſtillatitia ſoluto alcali fixum adjunxi. Confeſtim roſeus factus eſt de more liquor, qui exinde ſpiſſam, rubicundamque demiſit præcipitationem: in rubicundam commixtionem porectanos dictos ſales immiſi; evanuit ſenſim rubeus color, evanuit rubicunda præcipitatio, & limpidus, ut antea, & pellucidus factus eſt liquor. Syrupus denique violarum, atque heliotropii ſolutio, quibus permixta ſit ſolutio ſalium, de quibus verba facimus, nullam, vel pene nullam ſuſtinent colorum immutationem: quæ omnia pericula dictorum porectanorum ſalium jam indicant indolem.

Ut tamen mihi plane conſtaret, tam cubicos, quam pyramidales porectanarum thermarum ſales duabus illis diagonalibus lineis inſcriptos ejuſdem eſſe naturæ, pyramidales a cubicis ſalibus diſſociavi; dein omnia expoſita experimenta denuo, & ſejunctim inſtitui tam cum cubicis ſalibus, quam cum pyramidalibus; atque omnia phænomena jam expoſita iterum adamuſſim conſentire cognovi.

Immo ut de eorum indole, & natura magis magiſque certus eſſem, cubicos apte exſiccatos decrepitavi porectanos ſales, decrepitavi quoque illos ad quadratam pyramidem nonnihil accedentes; atque in pulverem redactis eamdem ac ſalium pondus hydrargyri quantitatem ſingulis ſalibus conſociavi, & in unam phialam anguſto collo inſtructam cubicos ſales cum hydrargyro, in alteram phialam pyramidales item cum hydrargyro immiſi, & arenæ balneo phialas tradidi ignem per gradus adaugens, uſque dum per ſublimationem ad colla phialarum concretas obſervavi limpidas particulas, nonnullaſque lucidiſſimas, minimaſque veluti cryſtallos: tunc frigefactis phialis ſublimatas has concretiones ſedulo collegi, earumque tantillum deguſtavi, quarum ſaporem inveni auſterum, & ingratiſſimum. Tunc concretiones haſce aqua nivis ſtillatitia diſſolvi ſejunctim, ſingulaſque ſolutiones in duas æquales partes diviſi; in unam, & alteram dictarum ſolutionum portionem nonnullas ſpiritus ſalis ammoniaci guttas affudi; ac ſtatim turbidæ factæ ſunt li-

liquorum commixtiones, deinde inalbeſcere cœperunt. Oleum tartari per deliquium reliquis duabus ſolutionum ſepoſitis partibus inſtillavi, atque illico commixtiones rubeum induerunt colorem, & rubea ſecuta eſt præcipitatio: rubeis hiſce commixtionibus depuratiſſimum muriaticum ſalem adjunxi; ex tempore quaſi evanuit præcipitatio, nec non rubeus color, ac limpidus denuo factus eſt liquor. Cum vero hæc omnia contingant tum in ſoluta ſublimatione hydrargyri cum porectanis cubicis ſalibus commixta, tum in ſoluta hydrargyri ſublimatione cum pyramidalibus porectanis ſalibus duabus diagonalibus lineis diſtinctis conſociata; cumque pericula capta ope ſpiritus ſalis ammoniaci, & olei tartari per deliquium omnino conveniant cum iis, quæ ſimiliter in ſolutione communis ſublimati corroſivi ex acido marino, ut omnibus notum eſt, & hydrargyro conſtantis obſervamus; jam ex hactenus omnibus enarratis non ſolum porectanos ſales, de quibus eſt ſermo, ejuſdem eſſe indolis, verum etiam ad muriatici ſalis naturam accedere non dubito. Quapropter hos ſales porectanarum thermalium aquarum, qui tres ex quatuor partibus ſalinarum concretionum quaſi adæquant, cum Gotſcalkio Wallerio, qui in celebratiſſima ſua mineralogia obſervationibus ductus, & experimentis ſalem plurimorum fontium quamvis cubicum, & crepitantem a ſale gemmeo, & marino diſtinguit, & peculiarem ſalis ſpeciem adnotat; quapropter, inquam, dictos ſales porectanarum thermarum ad ſalem fontanum majoribus cubis Waller. Miner. to. 1. pag. 317; vel ad muriam nudam fontanam, atque etiam ad muriam nudam thermalem Car. Linn. Syſt. Nat. t. 3. pag. 98. referendos eſſe autumo; quæ ſalis ſpecies muriaticis ſalibus purior eſt, & tenuior, ut Wallerius ipſe quoque Miner. t. 1. pag. 116. adnotavit; qui tamen cubici, & nonnihil pyramidales ſales majori donantur ſpecifica gravitate, quam reliqui porectanarum thermalium aquarum ſales; namque fundum in concavis vaſculis ſales, de quibus nunc verba facimus, vel centrum in planis laminis ſemper occupant.

Reſtat adhuc altera porectanarum thermarum ſalium ſpecies, illa nempe candidiſſima ſpongioſa, & laminoſa ſalina concretio, quæ peripheriam, & ambitum in planis vitreis laminis, vel ſuperiora latera cryſtalliſationum in con-

cavis

cavis vaſculis circumtenet. Hæc ſpongioſa laminoſaque ſalina concretio candidiſſima, ut dixi, & leviſſima ſaporis eſt ſalſo-amari, & urinoſi, atque aeris humiditatem appetens ita, ut in deliquium facillime evadat; idcirco ſalinam hanc concretionem a reliquis jam expoſitis porectanarum thermarum ſalibus haud difficulter ſecernere fas eſt, ſtillatitiam aquam in ſalium concretiones immittendo, atque ex tempore quaſi ex uno in alterum vas primam dictarum concretionum ſolutionem infundendo. Salina hæc ſpongioſa concretio ardentibus tradita carbonibus minime, ut ſal muriaticus, crepitat, ſed ignem ſuſtinens, & quaſi liqueſcens turgefacta intumeſcit.

Acidum vitriolicum in hanc ſpongioſam ſalinam concretionem affudi: orta eſt illico effervescentia, exinde effervescentia quieſcente ſalis ſpecies orta eſt ad glauberianum mirabilem ſalem valde accedens.

Syrupus denique violarum, cui ſpongioſæ concretionis, de qua eſt ſermo, ſolutionem adjunxi, in elegantiſſimum immutatus eſt ſmaragdinum viridem.

Quæ omnia experimenta ſatis & abunde indicant, ſpongioſum hunc & lamelloſum ſalem nimis diverſum eſſe a muriatico ſale, ejuſque congeneribus, ideoque nimis etiam diverſum a reliquis cubicis, vel nonnihil pyramidalibus porectanarum aquarum ſalibus. Indicant quoque experimenta, ſpongioſum dictum ſalem ad alcalinam magis, quam ad acidam, accedere naturam; ideoque ſalem hunc ad ſalem alcali in acidulis vel thermis hoſpitantem Waller. Miner. t. I. pag. 323. referendum eſſe pro certo habeo; minime vero intelligendum eſt, fixum ſalem alcali fontanum a Wallerio ſic definitum ad ſpeciem quamdam genuini ſalis alcali pertinere, namque id naturæ repugnat; verum cum baſis probabiliter genuini ſalis fontani ſatis acido non ſit ſatura, ita enaſci ſalis ſpeciem ad neutrum ſalem accedentem, ſed in quo alcalina ſubſtantia acido præpolleat.

Spongioſus hic ſal alkali fontanus quartam porectanarum ſalinarum concretionum partem vix, ac ne vix quidem, ſuperat; ergo continet porectanarum thermalium aquarum unaquæque libra

Fontis Porectæ veteris	Salis fontani	Grana 15
	Salis alcali fontani	Grana 5

Fontis Puzzolæ	Salis fontani	Grana $25\frac{1}{2}$
	Salis alcali fontani	Grana $8\frac{1}{2}$
Fontis *delle tre bocche*	Salis fontani	Grana 33
	Salis alcali fontani	Grana 11
Balnei *reale* / Balnei Martis	Salis fontani	Grana 36
	Salis alcali fontani	Grana 12
Balnei Bovis	Salis fontani	Grana $37\frac{1}{2}$
	Salis alcali fontani	Grana $12\frac{1}{2}$
Fontis Leonis	Salis fontani	Grana $49\frac{1}{2}$
	Salis alcali fontani	Grana $16\frac{1}{2}$

Quæ cum ita ſint, jam luce meridiana clarius patet, ubi blanda vis illa ad ſolvendum ventrem aptiſſima, qua porectanæ thermales aquæ, & in primis aquæ fontis Leonis quam maxime gloriantur, inſideat, in expoſitis nempe ſalibus; blanda vis, inquam, ac manſueta; etenim dictis aquis nonnihil tenuiſſimæ naphthæ ex accenſibili aſſiduo vapore, de quo ſermonem habui, proveniens conſociatur, unde non ſolum in urbe noſtra ad infirmorum ſublevamen revocata eſt, verum etiam per urbes Italiæ, & uſque extra Italiam quatuor ſaltem ab hinc ſeculis porectani fontis Leonis aquæ tranſportabantur, ut Tura de Caſtello Medicinæ bononienſis Profeſſor de Baln. Omn. Cap. II. pag. 46., Michael Savonarola Patavini Lycæi Profeſſor de Baln. Omn. lib. II. cap. III. Rub. I. pag. 16., nec non celeberrimus Ulyſſes Aldrovandus noſter in ſuis manuſcriptis, quibus titulus eſt *Balneorum* pag. 188., in perampla Inſtituti Bononienſis Scientiarum Bibliotheca ſervatis, communi conſenſu omnes teſtantur.

Manifeſtum quoque eſt, dictos ſales per evaporationem porectanarum aquarum adeptos eamdem ſolutivam vim habere, unde in medicum uſum apud nos, atque apud exteras nationes venerunt; qui porectani ſales ebſomenſe ſale vulgo *ſale anglico*, reliquiſque ſalibus ſalſo-amaris, vel ſalſo-urinoſis ſunt actuoſiores, namque quatuor ad ſex drachmas porectanorum ſalium doſis pro ſolvendo ventre ad ſummum uſurpatur.

AL-

ALPHONSI MALVETII BONFIOLII

De Maupertuiſiano Minimæ Actionis Principio.

Divina ſummi auctoris ſapientia, qua in hac rerum univerſitate ſingula miro ordine diſponi, & ad certos fines referri videmus, omnium ætatum philoſophis occaſio fuit, ut in cauſarum finalium ſcientia, quam Teleologiam naturalem vocant, multum temporis, multumque ſtudii collocarent. Ea autem his fere principiis continetur: naturam ſcilicet neque redundare unquam, aut ſuperfluere, neque in neceſſariis deficere; in agendo rationem ſequi maxime ſimplicem; non fines rebus, ſed res finibus aptare, & cætera hujuſmodi, quæ in plurium philoſophorum libris paſſim traduntur. Fuerunt tamen nonnulli, quos rei difficultas perterruit, qui totam hanc ſcientiam, ejuſque principia omnia parvi facienda putarunt, eam integram metaphyſicis relinquentes; idque ſatis comprobatum volunt exemplo illorum, quibus hujus ſcientiæ amor, ejuſque principiorum in phyſicis uſus erroris occaſio fuit. Plures contra æqui magis, neque tamen minus cauti docuerunt, cognitionem finium pleniorem naturalium operationum cognitionem inducere, & fieri ſæpe, ut qui nihil eſt ſollicitus ad quemnam finem hoc referat natura, qua etiam ratione id agat, omnino ignoret: cujus rei exempla plura, eaque luculentiſſima ex Aſtronomia, Mechanica, Optica, & Anatome collecta protulit inter cæteros Co: Jacobus Riccatus c. 4. l. 2. p. 2. de univerſi ſyſtemate: eos vero errores, in quos pertractos fuiſſe plures fatentur, non hujus ſcientiæ uſui, ſed abuſui potius eſſe tribuendos. Inde enim Cl. illi, & magni ingenii viri errandi occaſionem ſumpſerunt, quod hujus ſcientiæ principia abditis, ignotiſque

rebus inveniendis lucem præbere putarent; quam præberent fortaſſe, ſi qui ſint fines omnes operantis naturæ, & quænam congruenter ad fines operandi rationes, nobis datum eſſet dignoſcere. At cum neque quam late fines pateant ſciamus, & ſi quem inveſtigando aſſequimur, utrum unicus hic ſit, ignoremus; cumque pariter infinitæ propemodum ſint viæ, quæ ad propoſitum finem poſſunt naturam perducere; facile propterea fit, ut credamus, id ſibi in operando conſtituiſſe naturam, quod minime fortaſſe reſpexit, certe non unice; illum autem operandi modum cæteris eſſe anteferendum, qui accommodatiſſimus quidem eſſet ei fini, quem nos naturæ tribuimus, non vero reliquis, quos ipſa ſibi propoſuit, & quibus propterea adjungitur; quam denique agendi rationem facilius mente complectimur, eam etiam revera eſſe maxime ſimplicem. Quare ut omne errandi periculum removeatur, docent ita eſſe incedendum: ut nimirum in novarum rerum inquiſitione nihil omnino hujus ſcientiæ principiis concedamus; multum vero cum rerum jam notarum ordinem perſequimur, & miram ſummi auctoris induſtriam, divinamque ſapientiam. Quæ quidem horum philoſophorum ſententia mihi ita probatur, ut facile me ad eorum cauſam adjungam.

Tertium eſt philoſophorum genus, quos impavidos dixerim, qui volunt in phyſicis quæſtionibus ab hiſce principiis initium eſſe deducendum, quæ ſi de medio tollerentur, afferunt nos in veritatis inquiſitione omni prorſus certo lumine deſtitui. Ad horum partes acceſſit Cl. Maupertuiſius celebre illud principium ponens; naturam videlicet ita operari, ſuaſque ſibi mutationes inducere, ut in iis efficiendis minimum actionis inſumat: quod quidem principium tam certum illi viſum eſt, tamque univerſale, ut ab hoc tanquam ab uberrimo fonte omnes naturalium rerum cognitiones voluerit neceſſario eſſe deducendas. Rem autem ita expoſuit.

Quæ hactenus a philoſophis excogitata ſunt ad detegendas leges motus, & æquilibrii, hæc ſi generatim, & univerſe accipiantur, dubium non eſt, quin in pluribus a rei veritate diſſentiant. Nam & eandem motus quantitatem in natura ſervari, quæ Carteſii opinio fuit, etſi aliquando, non tamen ſemper accidit, neque univerſe, ut mi-

rum

rum non ſit, Cl. virum eas inde leges in percuſſione corporum deduxiſſe, quas ne ipſi quidem ejus auditores tenere potuerunt; vis autem vivæ conſervationi, de qua plura diſſeruit Bernoullius, locus quidem eſſe poteſt in corporibus perfecte elaſticis, nullus vero in reliquis, quorum tamen ingens eſt numerus in natura. Alia igitur nobis incedendum eſt via, & novum aliquid ſtatuendum, quod & divino ſit opifice dignum, & in omni naturæ opere conſtans, atque conveniens. Nihil autem æque tale viſum eſt Maupertuiſio, ac principium illud de minima actione. At quænam inde in phyſicis utilitas, ſi ejus minimæ actionis metiendæ, & ad calculos revocandæ nulla ratio ſuppeditetur? Quare ut incœptum opus perficiat, addit præterea, actionem eo ſemper eſſe majorem, quo & maſſa, & velocitas, & ſpatium percurſum eſt majus, ideoque fieri generatim, ut actio ſit in ratione compoſita maſſæ, velocitatis, & ſpatii. Hinc ſi maſſam dicas $= M$, velocitatem $= V$, ſpatium $= S$, actionem habebis $= MVS$: quod factum MVS ſi minimum ſupponas, ecce jam tibi univerſale principium, cui omnem de veris naturæ legibus inquiſitionem tuto committas. Ejus tandem uſus qui ſit, & quam feliciter cedat, in æquilibrio vectis, & in corporum colliſione demonſtrat.

Hactenus quæ fuerit Maupertuiſii ſententia, expoſui breviter, & ut arbitror dilucide; nunc quodnam de ea judicium ferendum ſit, diligenter inquiram. Duæ autem erunt quæſtionis partes. Quæ prima eſt, tota verſabitur in ea, quam auctor aſſumit, actionis menſura; utrum videlicet, an non, congruat cum eo, quod de actione, deque iis, quibus conſtat, elementis ſentire unumquemque geometram par eſt: alteram vero tribuam hujus principii uſui, in qua exponam, quandonam, aut quomodo ad vera, & perſpecta jam nobis conſectaria deducat.

Primo itaque libenter peterem a Maupertuiſio, quanam ipſe ratione demonſtret, veram actionis menſuram in facto MVS contineri? At actio, inquit, eo major eſt, quo magis maſſa, velocitas, & ſpatium augetur. Ita ſane: num propterea confectam rem putat? Num ergo in nulla alia ratione augeri actio poteſt, niſi in ſimplici maſſæ, velocitatis, & ſpatii? An non verum æque eſt, eo magis ſem-

ſemper creſcere deſcendentis corporis velocitatem, quo majus eſt ſpatium, per quod illud deſcendit? neque tamen propterea quis dicet, eandem eſſe ſpatii, & velocitatis rationem. Quare hoc argumentandi genus minus firmum videtur, & valde periculoſum, cum fieri facile poſſit, ut alterutro elemento aucto alterum creſcat quidem, ſed in ratione longe diverſa. Præterea cur ſolam maſſam, velocitatem, & ſpatium memorat? cur nihil potentiæ, nihil tempori tribuit? quaſi vero & illa aucta, ipſam quoque actionem creſcere, & hoc mutato, illam pariter mutari neceſſe non ſit. Quæ omnia qui attente conſideret, facile colliget, factum *MVS* veram actionis menſuram nequaquam complecti: id certe demonſtratum non eſſe, immo neque demonſtrari fortaſſe poſſe: & præterea ſuſpicabitur, auctorem noſtrum non conſectaria ex facto, ſed ex conſectariis potius, quæ jam præviderat deducenda, factum ipſum *MVS* intuliſſe.

Sed jam propius ſcrutemur intimam actionis naturam, ejuſque rationem omnem, & modum: qua in re plura mutuabimur a Cl. viris Jacobo, & Vincentio Riccato, qui difficilem hanc quæſtionem ſumma luce donarunt, alter in Syſtemate Univerſi, alter vero in Dialogis de viribus vivis, deque virium mortuarum actione. Finge igitur animo pendere e laqueari corpus, quod a filo elaſtico, cui adnectitur, a deſcenſu prohibeatur: hactenus neque actionem habes, neque cauſam, neque effectum, neque ullam ſtatus mutationem, ſed duas dumtaxat potentias alteram alteri oppoſitam, & contrario niſu ſuſtentantem; quæ tamen eſſent ad agendum expeditæ, dummodo ab eo impedimento liberarentur, quod ſibi invicem inferunt. At abſciſſo filo, ejuſque elaſticitate de medio ſublata, nullo jam vinculo gravitas pendentis corporis detinetur, quæ propterea continuo ſuos in liberum corpus ictus, impulſuſque exerit, iteratque aſſidue per integrum illud tempus, aut ſpatium, quod liberum corpus percurrit, ita ut utroque hoc elemento aucto ipſe quoque impulſuum numerus magis, magiſque augeatur. Quare in tota hac congerie impulſuum aſſidue renovatorum ipſa actio poſita eſt, cujus propterea menſura ducenda eſt tum a potentia, tum ab eo elemento, quod ipſam potentiam reſpicit, & ad quod proportio-

nem

nem habet numerus impulſuum, ſive tempus hoc ſit, ſive ſpatium. Mutatio autem ſtatus in corpore deſcendente, quæ iteratos gravitatis impulſus conſequitur, ipſa eſt actionis effectus, quem proinde neceſſario metimur ex maſſa, & ex aliqua velocitatis functione, quæcumque tandem ea ſit. Hinc diverſus velocitatis gradus diverſum corporis ſtatum vel conſtituit ipſe, vel certe indicat.

Ex his, quæ de actione, deque ejus effectu expoſui breviter, & vere, illud neceſſario conſequitur, factum *MVS* nequaquam eſſe veram actionis menſuram, cum elementa duo *M*, *V* non ad potentiam agentem, ſed ad inertem maſſam pertineant, eaque propterea effectum quidem ingrediantur, cauſam vero nullo modo. Non ideo tamen inficior, aliquam eſſe poſſe facti *MVS* cum ipſa actione proportionem, atque comparationem: fieri enim poteſt, ut quam ſtatus mutationem ſubit maſſa, hanc rite exprimat factum illud; quod ſi accidat, quandoquidem ſuam effectus cauſam æquat, factum *MVS*, licet ipſum non ſit vera actionis menſura, huic tamen æquabitur, neque ullum erit errandi periculum, ſi in naturalium rerum inquiſitione alterum pro altera ſubſtituatur.

Verum antequam inquiram, utrum hæc intercedat factum inter, & actionem proportio, tollenda de medio eſt moleſta quædam, nec Geometræ ferenda ambiguitas, quam Maupertuiſii ſilentium inducit. Hic enim in facto *MVS* locum quidem ſpatio concedit, at quodnam hoc ſpatium ſit, incertum omnino relinquit. Duo autem ſunt ſpatii genera maxime inter ſe diverſa, & diſtinguenda diligenter; alterum, per quod potentia mobile corpus comitatur illud aſſidue urgens, atque impellens, quod propterea ſpatii genus ad potentiam pertinere dicendum eſt, cum quo hoc eſt majus, eo etiam major ſit impulſuum numerus, quos illa in liberum corpus exercet: alterum vero, quod conficit corpus dato tempore, & æquabili motu. Ex hoc poſtremo ſpatii genere omnis velocitatis gradus eſt deſumendus, quæ quidem velocitas nihil eſt aliud, quam comparatio quædam, & relatio ſpatii vel percurſi, vel æquabiliter percurrendi cum tempore, quo hoc ſpatium percurritur, vel percurreretur: quod propterea ſpatium non ad potentiam ſpectat, ſed ad inertem maſſam, quæ quoniam omni potentia deſtituitur,

tur, eum, in quo eſt, ſtatum tuetur, & progreditur æquabiliter. Atque hoc quidem verum ita eſt, ut hanc ipſam ſequamur agendi rationem, cum motus accelerati, aut retardati velocitatem inquirimus. Fingimus enim minima, & infinite parva ſpatiola, & tempora, in quibus nullam novam actionem exerere potentiam concipimus: hinc ſtatim æquabilis motus, in quo ſpatia, & tempora accipimus, quibus velocitatem metimur. Duo autem hæc ſpatii genera diverſis ſingula, & fere oppoſitis proprietatibus donantur, ut periculi plena res ſit, ſi iis promiſcue, & ſine diſcrimine utamur.

Quæ cum ita ſint, jure agere mihi videor, ſi ex Maupertuiſio petam, utro ſpatio malit factum *MVS* conſtare. Sed cum ipſe, quod declaratione maxime indigebat, ſilentio prætermittat, ad id me contuli, quod unum reliquum eſſe videbatur, ut ex ipſo ejus principii uſu, ſi fieri poſſet, dignoſcerem, quodnam ille ſpatii genus uſurpet. Hæc ipſa tamen in ejus principii uſum diligens inveſtigatio huic ambiguitati tollendæ officit magis, quam prodeſt: ſuſpicari enim quis facile poteſt, in æquilibrio vectis eo auctorem noſtrum ſpatio uti, per quod potentia corpus inſequitur, urgetque aſſidue; illo contra in colliſione corporum, quod ab ipſo corpore æquabili motu percurritur, aut percurreretur. Quare in duplici hoc principii uſu latere quædam videtur repugnantia, & occulta rerum oppoſitio; de qua tamen nihil certi licet conſtituere, cum quæ ſit Cl. Viri mens, & quæ ſententia ex iis, quæ ponit, nequeat certo dignoſci. Itaque neceſſarium erit inquirere quidnam principio accidat, utroque hoc ſpatio in factum *MVS* introducto.

Primum igitur littera *S* illud in facto *MVS* ſpatium ſignificet, per quod potentia ſuos in corpus impulſus renovat aſſidue; jam factum habes ex diſſimilibus conſtans elementis inopportune admodum permixtis invicem, atque confuſis: neque enim dubitandum eſt, maſſam, & velocitatem effectum reſpicere, illud vero ſpatii genus, de quo loquimur, conſtituendæ tantummodo cauſæ par eſſe. Non tamen negabo, duo hæc elementorum genera ita permiſceri invicem poſſe, ut factum conſtituant, quod proportionem habeat cum actione potentiæ, & cum ſtatus mutatione, cui maſſa obnoxia eſt; at fateri debet ipſe Maupertuiſius, lon-

longe opportuniorem rem eſſe, ſi ejuſmodi factum tale ſit, quod ex ſolis vel effectus, vel cauſæ elementis conſtet. Hac itaque proportione factum inter & actionem, aut ſtatus mutationem admiſſa, & ſingulis elementis in ſuas partes diſtributis, quid in motibus directis accidat, qui a conſtanti potentia gignuntur, paululum inquiramus.

Lex Galilei eſt, MV æquare PT, littera P potentiam exprimente, T vero tempus, per quod potentia ſucceſſive maſſam urget: factum ergo MVS in aliud convertitur PTS, quod, cum ejus elementa omnia ad potentiam ſpectent, actionem propterea deſignabit. Jam vero quam proportionem facto MVS cum actione conceſſimus, eadem facto PTS eſt concedenda: vera igitur actio in Maupertuiſiano principio compoſitam potentiæ, temporis, & ſpatii rationem ſequetur. Quod ſi a cauſa ad effectum gradum faciamus, cum ex altera Galilei lege compertum habeamus $2PS = MV^2$, erit $S = \frac{MV^2}{2P}$, & factum $MVS = \frac{M^2V^3}{2P}$: quare ſtatus mutatio erit in ratione compoſita directa duplicata maſſæ, triplicata velocitatis, & reciproca ſimplici potentiæ. Hinc vero neceſſario conſequitur, quod ſi eandem maſſam eandem ponamus acquirere velocitatem, eo minori ſtatus mutationi obnoxia ſit maſſa, ſive eo minor ſit effectus, qui gignitur, quo major eſt potentia. Quod quidem conſectarium quantam menti, & rationi vim inferat, quiſque videt, qui vel leviter conſideret, eam ſtatus mutationem, quæ in maſſam inducitur, dum ea a quiete ad datum velocitatis gradum transfertur, eſſe ſemper eundem effectum, a quacumque tandem potentia illa ſtatus mutatio inducatur.

At tolerabiliora conſectaria profluent, ſi illud ſpatii genus aſſumamus, quod a mobili percurritur, aut percurreretur dato tempore, & æquabili motu. Notum jam cuique eſt, velocitatem ſequi hujus ſpatii rationem, & illam poſſe in hujus locum ſubſtitui; quod ſi fiat, erit $MVS = MV^2$. Hoc autem, quod ex iis tantum elementis conflatur, quæ effectum conſtituunt, ipſius effectus, ſive mutationis ſtatus accuratam menſuram æquabit, eoque propterea in ratiocinationibus licebit uti tanquam vera actione, cum qua neceſſario æquam habet proportionem. Injucundum fortaſſe accidet hoc conſectarium Maupertuiſio, qui ut a principio

de vis vivæ conſervatione recederet, quod univerſe, & generatim verum negabat, alterum de minima actione principium induxit, & actionem cum ejuſmodi facto proportionem habere conſtituit, quod deſinit in vim vivam Leibnitzianam. Quam facti *MVS* cum vi viva proportionem multos jam ante annos animadverterat Leibnitzius, immo factum ipſum in hunc jam uſum deduxerat in Epiſtola 24 commercii epiſtolici ipſum inter, & Joannem Bernoullium: verum cum factum *MVS* in alterum MV^2 converti poſſe intelligeret, illud deſeruit, hoc conſtanter tenuit, utpote quod magis eſſet ſimplex, & ex minori elementorum numero conſtans. Nihil ergo novi protulit Maupertuiſius, cum poſuit factum *MVS* actionem potentiæ metiri; neque vero hoc ut novum aliquid protuliſſet, ſi quæ fuerat in hac re Leibnitzii ſententia cognoviſſet. Interim memoria tenendum eſt, utrumque factum *MVS*, & MV^2 proprie, vereque ſolum effectum, aut ſtatus mutationem deſignare; actioni vero per proportionem tantummodo, & quandam comparationem poſſe aptari. Ipſa enim actio ab eo ſolum facto proprie, vereque definitur, quod ab iis tantum elementis conſtituitur, quæ ad cauſam ſpectant; cujuſmodi eſſet factum PS', cum quo duo illa *MVS*, & MV^2 habent proportionem, ſi tamen S' illud ſpatium ſignificet, per quod potentia corpus inſequitur.

Sed ſatis jam de Cl. hujus viri ſententia, ſatis etiam de natura facti *MVS* loquuti ſumus; immo ſatis jam expoſuimus, quandonam, & quænam inter factum illud, & actionem intercedat proportio. Nunc alteram aggredimur quæſtionis partem, quæ tota eſt de Maupertuiſiani principii uſu. Prætermittendum equidem non eſt (ne cui fortaſſe videamur aliquid de induſtria ſilentio præteriiſſe), plures, eoſque Cl. viros ope minimi facti *MVS* abditas, maximeque difficiles quæſtiones enodaſſe; quos inter Cl. Eulerus curvam definivit, quæ a projecto deſcribitur: verum minimum factum *MVS* (quod ille quantitatem motus vocat in ſpatium ductam) minimam actionem præbere, multoque minus univerſale in eo facto principium ſitum eſſe, aſſeruit nunquam. Attamen, ut brevior ſim, nihil dicam de multiplici hoc uſu, ad quem Cl. illi viri factum *MVS* traduxerunt; neque hoc noſtræ eſt quæſtioni neceſſarium, in qua ſolum

quis

quis ſit illius principii uſus in æquilibrio vectis, & in corporum colliſione cum Maupertuiſio agendum propoſuimus. Ad quam quæſtionem dum propius accedimus, neceſſe eſt duo hæc ſemper præ oculis tenere: primo utrumne ex facto *MVS*, quod minimum eſſe fingamus, generatim, & univerſe veræ profluant naturæ leges; deinde quonam modo illud factum ad minimam actionem poſſit referri.

Itaque quod ad æquilibrium attinet: duobus hinc inde corporibus vecti horizontali adnexis illud punctum quærendum ſit, circa quod corpora hæc duo in æquilibrio quieſcant. Ut hoc ope principii de minima actione præſtet Maupertuiſius, illud punctum quærit, circa quod ſi minimus gignatur motus, quantitas actionis ſit minima. Vectis longitudo ſit $= c$, corpora vero vocentur M, & N; primum a puncto quæſito diſtet intervallo $= x$, alterum diſtabit intervallo $= c - x$. Minimo illo motu excitato corpora duo M, N ſuum ſingula arcum deſcribent, qui ſimiles inter ſe erunt, & diſtantiarum x, & $c - x$ proportionem ſervabunt. Arcus hi æquabunt ſpatia deſcripta, & ab iis erunt velocitates deſumendæ. Denique factum ex ſingulo corpore in ſui arcus quadratum, ſive in quadratum diſtantiæ a puncto quæſito quantitatem actionis juxta Cl. hujus viri ſententiam deſignabit, quam analytice exprimet formula $Mx^2 + N \cdot \overline{c - x}^2$. Hæc vero minimum actionis præbere debet; ergo differentiando erit $Mxdx - Ncdx + Nxdx = o$, & dividendo per dx, $Mx - Nc + Nx = o$, ſive $x = \frac{Nc}{M + N}$, in qua fundamentale principium æquilibrii vectis continetur.

Hanc demonſtrationem, quæ viſa eſt auctori ſuo pleno alveo fluere, ſuſpectam mihi, & maxime dubiam efficit accurata quædam, & diligens animadverſio, quam in re haud diſſimili P. Vincentius Riccatus in Dialogis de viribus vivis apponit ad finem diei ſeptimi. Cur enim Maupertuiſius duo tantum gravia corpora aſſumit vecti affixa, in quibus maſſæ, & gravitates, quæ conſtantem ſemper habeant inter ſe proportionem, in eodem ſint puncto conſtitutæ? Quid ergo, ſi diverſa ſit utriuſque maſſæ diſpoſitio? Notum jam cuique eſt, æquilibrium nullo modo a maſſis, totum vero a potentiis pendere, & ita quidem, ut hoc integrum ſervetur, ſive maſſæ in unum punctum uniantur,

ſive diſtribuantur per diverſa vectis puncta, ſive tandem quoquomodo collocentur, dummodo tamen potentiæ in iiſdem ſemper punctis conſiſtant. In hac autem diverſa maſſarum collocatione deficit omnino principium illud, & ipſa ratiocinatio ad inſanabilia abſurda deducit. Si enim (ut ex pluribus, quæ afferri poſſunt exempla, unum, vel alterum proferam) utramque maſſam in unum punctum colligas, quod non dividat vectem in ratione reciproca potentiarum, & utriuſque maſſæ intervallum a centro motus voces $= x$; minimum actionis juxta inſtitutam a Maupertuiſio rationem eſſe deberet $= \overline{M+N} . x^2$; quo poſito, initoque calculo fiet $x = o$: nullum ergo erit hujuſmodi intervallum, adeoque maſſæ e fulcro erunt ſuſpendendæ; quo nihil abſurdius dici poteſt. Si autem maſſas iiſdem punctis adnectas, in quibus ſitæ ſunt inæquales potentiæ, & illarum utraque ſit $\frac{M+N}{2}$, minimum actionis erit $\frac{M+N}{2} . x^2 + \frac{M+N}{2} . \overline{c - x}^2$, ſive $x^2 + \overline{c - x}^2$, quod cum minimum eſſe debeat, differentiando erit $x\,dx - dx . \overline{c - x} = o$, unde $x = \frac{1}{2} c$, quod eſt æque abſonum. Quare hoc Maupertuiſii principium arctis admodum finibus continetur, utpote quod tunc ſolum locum habet in æquilibrio, cum potentiæ, & maſſæ iiſdem ſint punctis affixæ, & eadem ſit utrarumque proportio.

Animadvertendum præterea eſt, univerſale de æquilibrio principium nullo modo poſſe in eo facto conſtitui, quod ex maſſa, ejuſque elementis conſtat; neque enim fieri poſſet (quod tamen fieri certum eſt), ut maſſæ mutatio, aut diverſa ejus diſtributio nihil officeret æquilibrio, interim dum ex hac maſſæ mutatione, diverſaque diſtributione aliqua neceſſario in illud factum mutatio inducitur. Cum igitur æquilibrium totum in potentiis ſitum ſit, ab illis propterea, earumque elementis omnis ejus ratio deſumenda eſt; hanc autem facile hauriemus ex ipſa æquilibrii natura, ſi quæ ea ſit, attente conſideremus. Itaque in æquilibrio nullus motus, nulla intervenit mutatio ſtatus; quod non ex eo fit, quod nullæ ſint potentiæ, quæ adſunt utique, ſed ex eo ſolum, quod contrario niſu ſeſe invicem impediant, & mutuo ſuſtentent. Tota ergo æquilibrii natura poſita in eo eſt, quod potentiæ ita ſint affectæ, ut nulla conſequi

actio

actio poſſit, quin ipſæ potentiarum actiones æquales ſint, atque contrariæ. Aſſequi autem per ratiocinationem poſſumus, quandonam potentiæ ita ſint affectæ, ut contrarias actiones exerant, & æquales. Finge enim minimum excitari motum, atque inde ortas actiones diligenter ad calculos revoca: ſi hæ æquales ſint; jam potentias habes ab oppoſito hinc inde niſu impeditas, & per conſequens æquilibrium. Difficile non eſſet oſtendere, ſi id locus ferret, ab æqualitate actionum, quarum menſura deſumitur a potentiis, & a ſpatiis acceſſus, & receſſus a potentiarum centro, certum, & univerſale principium deduci pro quolibet æquilibrio. Sed hanc rem omnem, de qua nunc meum non eſt agere, egregie pertractavit idem Riccatus in ſermone illius diei.

Denique mirari ſatis non poſſum, Maupertuiſio in animum incidiſſe, ut in ipſo æquilibrio, hoc eſt in ſumma omnium rerum quiete, minimam actionem inquireret. Quælibet enim actio utcumque minima, ſi qua tamen ſit, nec omnino nulla, finita ſemper eſſe debet; ex hac vero aliquis ſemper effectus, ſive aliqua ſtatus mutatio conſequatur neceſſe eſt, cum qua ſtare æquilibrium nullo modo poteſt. Quod ſi actionem ideo minimam dicat, quia ſit omnino nulla, tunc illud mirum eſt, quod ad hanc inquirendam factorum $M.x^2$, $N.\overline{c-x}^2$ ſummam accipiat, quam nullam fieri omnino eſt impoſſibile, cum facta illa duo, cum quibus corporum actiones proportionem habere conſtituit, ſint quantitates poſitivæ. Si vero duarum actionum differentia ſumenda ſit, tunc ut actio nulla evaderet, eſſe deberet $M.x^2 - N.\overline{c-x}^2 = o$, ex qua æquatione oritur $M:N::\overline{c-x}^2 : x^2$; adeoque maſſæ eſſent in ratione reciproca duplicata diſtantiarum a fulcro: quod quidem a certa, immo præcipua vectis lege aberrat quam maxime.

Sed his omnibus prætermiſſis, demus jam Maupertuiſio, potentias, & maſſas ab iiſdem punctis pendere, & eandem eſſe utrarumque proportionem. Num propterea veræ æquilibrii leges generatim, & univerſe ex minimo actionis prodibunt? Equidem multum ſuſpicioni locum præbet ipſe Maupertuiſius, qui minimo actionis ita utitur, ut ponat directiones potentiarum vecti eſſe normales. Quid autem ſi

ob-

obliquæ in vectem inciderent? quod fieri ſane poteſt etiam cum maſſæ, & potentiæ eandem proportionem tenent. Itaque in vecte rectilineo (*Fig.* 1.) A F B a punctis A, & B pendeant maſſæ M, N, iiſque adnexæ ſint potentiæ M, N, quarum directiones A M, B N efficiant cum vecte A B angulos M A B $= \varphi$, N B A $= \pi$. Quæritur punctum F, circa quod corpora duo conſtituant æquilibrium. Ex principiis aliunde petitis compertum jam eſt, æquilibrium tunc conſequi, cum corpora duo ſint in ratione reciproca linearum F L, F V, quæ ex puncto F incidunt normaliter in directiones potentiarum. Supereſt ergo inquirendum, utrum minimum Maupertuiſianum ad idem nos conſectarium deducat. Ut id aſſequamur, fac ut minimum excites motum, & vectem transferas in ſitum a F b; quo in motu puncta A, B minimos arcus deſcribent A a, B b, & potentiæ novas acquirent directiones a M, b N. Centris M, N, intervallis vero M a, N B minimi delineentur arcus a i, B o: duo jam habemus ſpatiorum genera, quorum alterum ab arcubus A a, B b, alterum vero a partibus A i, b o exprimitur. Primum illud ſpatii genus eſt, per quod gradiuntur puncta duo A, B, illud autem ſecundum, per quod alterum corpus ad centrum potentiarum accedit, recedit alterum. Quoniam vero ab utroque hoc ſpatiorum genere metiri velocitates poſſumus, duo propterea erunt genera velocitatum. Nunc ea ſpatia, eaſque velocitates aſſumamus, quas indicant arcus A a, B b, quorum ea eſt ſemper proportio, quæ eſt partium F A, F B. Maſſæ ſint, ut antea, M, N; A B $= c$, A F $= x$, & B F $= c - x$: minima actio erit $= M . x^2 + N . \overline{c - x}^2$, ſive $M x dx - N c dx + N x dx = o$, & $M x = N . \overline{c - x}$, ſive $M : N :: c - x : x$: maſſæ ergo in ratione reciproca partium F A, F B. Quod quidem conſectarium tunc ſolum cum veritate conſentit, cum F A : F B fuerint ut F L : F V. Ut autem inter poſtremas has lineas hæc intercedat proportio, requiritur omnino, ut anguli φ, & π aut æquales inter ſe ſint, aut alter alterius complementum ad duos rectos.

Si vero velocitates, & ſpatia metiantur minimæ partes acceſſus, & receſſus A i, b o, minimum Maupertuiſianum æquabit $M . \overline{\mathrm{A\,i}}^2 + N . \overline{\mathrm{b\,o}}^2$: eſt autem A i : b o :: F L : F V,

&

& FL : FV in ratione compoſita $\frac{\mathrm{AF:FB}}{Sc.\varphi : Sc.\pi}$: ergo $M . \overline{\mathrm{Ai}}^2 + N . \overline{\mathrm{bo}}^2 = M . \overline{Sc.\varphi}^2 . x^2 + N . \overline{Sc.\pi}^2 . \overline{c - x}^2$; & differentiando, dividendoque per dx, $M . \overline{Sc.\varphi}^2 . x - N . \overline{Sc.\pi}^2 . \overline{c - x} = o$: ergo $M : N :: \overline{Sc.\pi}^2 . \overline{c - x} : \overline{Sc.\varphi}^2 . x$, ſive $M : N$ in ratione compoſita $\frac{Sc.\pi : Sc.\varphi}{\mathrm{FV:FL}}$. Verum hæc proportio, ut cum ea congruat, quam in æquilibrio potentiarum oblique in vectem incidentium ſervari jam diximus, utrumque ſinum æqualem requirit; hinc etiam æquales inter ſe angulos π, & φ, aut ſaltem utrumque ſimul æqualem duobus rectis, & propterea potentiarum directiones inter ſe parallelas.

Denique illud reſtat, ut velocitates quidem deſumantur ab arcubus A a, B b, quos puncta A, & B in minimo motu deſcribunt, ſpatia vero a minimis partibus acceſſus, aut receſſus A i, b o. Quod ſi fiat, minimum habebis $= M . Sc.\varphi . x^2 + N . Sc.\pi . \overline{c - x}^2$, & reliquis de more peractis, $M . Sc.\varphi . x = N . Sc.\pi . \overline{c - x}$, ſive $M : N :: Sc.\pi . \overline{c - x} : Sc.\varphi . x :: \mathrm{FV : FL}$, quæ tandem proportio apprime eſt veritati conformis.

Plures hactenus mutationes induxi, eaſque ſingulas diligenter ſum perſecutus; verum aliquem mihi videor ex labore meo fructum percepiſſe, cum ad eas tandem devenerim, quibus indiget minimum Maupertuiſianum, ut in veras deſinat æquilibrii leges tunc etiam, cum directiones potentiarum quemlibet cum vecte angulum includunt. Hic vero locus eſſet iterum proferendi eas animadverſiones, quas jam ante propoſui; nimirum factum, quod minimum actionis exprimit, ineptum prorſus effici, cum maſſæ non ab iiſdem punctis pendeant, quibus potentiæ adnectuntur; illud præterea nullo modo poſſe ad actionem referri, ſiquidem non minima, ſed omnino nulla actio intervenit in æquilibrio, cujus natura exigit, ut actiones potentiarum, quæ in æquilibrio eſſe dicuntur, propterea quod æquales ſint, & oppoſitæ, elidantur invicem, & ſeſe mutuo impediant. Sed ne jam dicta inutiliter repetamus, hoc unum erit addendum, ſcilicet minimum Maupertuiſianum, etiam cum ad vera confectaria deducit, non minimum actionis

eſſe,

eſſe, nec cum actione conferendum ullo modo, ſed minimum Geometricum ex illa profluens actionum æqualitate, quam ſuo jure poſtulat natura æquilibrii. Cujus rei en certa demonſtratio. Deſumptis actionibus ex factis $M.\text{Ai}$, $N.\text{bo}$, ſi hæ æquales inter ſe ponantur, fit ſtatim $M.\text{Ai} - N.\text{bo} = o$: atqui eſt $\text{Ai} = \frac{\text{FL.Aa}}{\text{AF}} = \frac{Sc.\varphi.\text{Aa}}{r}$, $\text{bo} = \frac{\text{FV.Bb}}{\text{FB}} = \frac{Sc.\pi.\text{Bb}}{r}$; ergo $M.Sc.\varphi.\text{Aa} - N.Sc.\pi.\text{Bb} = o$: eſt autem $\text{Aa}:\text{Bb}::\text{FA}:\text{FB}::x:c-x$; igitur $M.Sc.\varphi.x - N.Sc.\pi.\overline{c-x} = o$, quæ ducta in $2dx$ præbet $M.Sc.\varphi.2xdx - N.Sc.\pi.2dx.\overline{c-x} = o$: opportuna autem adhibita integratione, quæ inde oritur formula $M.Sc.\varphi.x^2 + N.Sc.\pi.\overline{c-x}^2$ minimum reddet. Sed eſt $x:c-x::\text{Aa}:\text{Bb}$, & $x.Sc.\varphi:\overline{c-x}.Sc.\pi::\text{Ai}:\text{bo}$; ergo $M.Sc.\varphi.x^2 + N.Sc.\pi.\overline{c-x}^2 = M.\text{Aa}.\text{Ai} + N.\text{Bb}.\text{bo}$, quæ eſt formula Maupertuiſiana. Quoniam autem hæc alteri æqualis eſt, ipſa quoque minimum neceſſario ſufficiet; quod propterea, cum ex ipſa actionum æqualitate ſit per ratiocinationem deductum, ejus generis eſſe conſtat, quod Geometricum appellamus. Hoc vero (ſi tamen potentiæ, & maſſæ ita ſint conſtitutæ, ut aliquem illi locum concedant) deeſſe nunquam poteſt, quin ipſa actionum æqualitas, immo integra pereat æquilibrii natura.

Sed ſatis jam mihi videor dixiſſe de uſu Maupertuiſiani principii in legibus æquilibrii: nunc aliqua de communicatione motus, in qua non de iis tantum agam, quæ a Cl. viro pertractata ſunt, ſed quædam præterea addam, eaque difficiliora, deducta ſive ex communicatione motus, quæ fit per vectem, ſive ex ea, quæ indirectos ictus ſubſequitur. Qua vero hactenus inceſſimus via, eam in hac quoque poſtrema quæſtionis parte tenebimus, inquirentes primo utrum ne ex facto *MVS*, quod minimum eſſe ponamus, generatim, & univerſe veræ profluant naturæ leges, deinde ſtatuentes quonam modo minimum Maupertuiſianum ad veram poſſit naturæ actionem referri. Quod ſi in hac parte ſæpius mihi contigerit dura corpora nominare, hoc non ita eſt intelligendum, quaſi velim hoc nomine eorum corporum exiſtentiam ſtatuere. In hoc enim id unum mihi propoſitum

eſt,

eſt, ut ea loquendi ratione utar, quam ipſe tenet Maupertuiſius, qui ſui principii uſum in motus communicatione totum expedit ſolvendo duo problemata, quorum alterum pertinet ad dura corpora, alterum ad elaſtica. Cum vero aſſerat, corpora dura poſt ictum communi velocitate ferri, jam eas cum Borellio, Valliſio, Mariotto, & P P. Le Seur, & Jacquier huic corporum generi leges aptat, quæ mollibus conveniunt. Quare durorum corporum nomine ea univerſim corpora debent intelligi, cujuſcumque tandem generis ſint, quæ poſt ictum communi cum velocitate gradiuntur.

His præmiſſis, quæ ad rem facere maxime videbantur, en quid de duris corporibus ponat Maupertuiſius. Duo hujuſmodi corpora A, & B ad eandem partem C ferantur cum velocitatibus a, & b; A vero ita velocius quam B, ut hoc aſſequi, & impetum in illud facere poſſit: utrumque autem ab ictu recedat communi cum velocitate $x < a$, ſed $> b$. Quæ hinc mutatio in natura conſequitur, tota in eo ſita eſt, quod corpora A, & B, quæ ante ictum diverſis velocitatibus agebantur a, & b, diverſaque eodem tempore ſpatia percurrebant a, & b, nunc eandem habent velocitatem x, eodemque tempore idem ſpatium x conficiunt. Igitur non diſſimilem mutationem haberemus, ſi interim dum corpus A actum velocitate a ſpatium tranſigit a, idem inſiſtens plano materia omnino vacuo in oppoſitam partem cieretur velocitate $a - x$, & per ſpatium $a - x$; corpus vero B, quo tempore cum velocitate b ſpatium prætergreditur b, a ſimili plano non ad oppoſitam, ſed ad eandem partem ferretur cum velocitate $= x - b$, & per ſpatium $x - b$. Cum autem hæc plana eodem ſemper gradiantur motu, ſive corpora illis inſiſtentia quieſcant, ſive ſuo motu gaudeant; propterea fit, ut quantitas actionis, quæ ab utroque exercetur, ſit $= A \cdot \overline{a - x}^2 + B \cdot \overline{x - b}^2$, quæ utraque actio cum minima eſſe debeat, habemus jam minimum actionis $= A a a - 2 A a x + A x^2 + B b b - 2 B b x + B x^2$, ſive $2 A x d x - 2 A a d x + 2 B x d x - 2 B b d x = 0$, & communem velocitatem $x = \frac{A a + B b}{A + B}$. Hæc de duris corporibus, quæ ad eandem partem tendunt, quæque propter id ipſum eandem ab ictu recipiunt quantitatem motus, quam amiſerunt in ictu. Difficile non eſt totam hanc rationem

iis etiam corporibus aptare, quorum alterum alteri occurrit, vel altero progrediente quieſcit alterum; in quibus omnibus facile deveniemus ad conſuetas formulas communis velocitatis. Quod ſi horum alterum immobile obſtaculum offendat, hujuſmodi obex erit veluti quieſcens corpus infinitæ maſſæ, cujus velocitas x fiet $= o$.

Alterum Maupertuiſii problema eſt hujuſmodi. Corpora duo elaſtica (quo nomine ea vult intelligi, quæ perfecta elaſticitate gaudent) A, & B diverſis velocitatibus a, & b prædita ad eandem partem C dirigantur; A vero tanto majorem habeat velocitatem quam B, ut in hoc aliquo cum impetu incurrat. Velocitates, quæ ab ictu naſcuntur ſint x, & y, quarum ſumma, ſive differentia ſummam, aut differentiam æquabit earum, quæ fuerant ante ictum. Quid mutationis in natura contingat, & quomodo cum ea comparari poſſit, quæ induceretur, ſi corpus utrumque plano inſiſteret materiæ omnino experti, jam paulo ante monuimus. Quare minimum actionis erit $Aaa - 2Aax + Axx + Bbb - 2Bby + Byy$, ſive $2Axdx - 2Aadx + 2Bydy - 2Bbdy = o$. Verum ex iis, quæ modo dicta ſunt de utrarumque velocitatum ſumma, atque differentia, habemus $y - x = a - b$, ſive $y = a - b + x$, & $dy = dx$; quarum alteram ſi in alterius locum opportune ſubſtituas, fiet $x = \frac{Aa + 2Bb - Ba}{A + B}$, & $y = \frac{Bb + 2Aa - Ab}{A + B}$. Si corpora fingas, quorum alterum quieſcat, alterum in quieſcens corpus aliqua cum velocitate feratur, vel alterum alteri occurrat, nihil eſt facilius, quam notas formulas velocitatis poſt ictum ex hac ratiocinatione deducere. Illud præterea inde conficitur, quod ſi alterutrum corpus infinitam maſſam apponat, alterum, quod in hoc impingit, eandem ab ictu refert velocitatem, quam habebat in ictu. Denique quamvis eadem ſit virium vivarum ſumma ante, & poſt ictum, cum tamen hæc vis vivæ integra reſtauratio in elaſticis ſolum corporibus accidat, minime vero in duris, propterea loco univerſalis principii habenda non eſt; ſed minimæ actioni, quæ utrumque hoc corporum genus æque complectitur, hic erit locus concedendus.

Hæc Maupertuiſius: in quibus quamvis vera, ea tamen protulit, quæ propterea quia directos ſolum ictus reſpiciunt,

an-

anguſtis admodum finibus contineri videntur, & ad quæ præterea non hæc una, ſed multiplex, atque diverſa data eſt via, eaque præſertim, quam ope motus tranſlati primus aperuit Chriſtianus Ugenius. Itaque ut hujus principii uſus in motus communicatione, qua majori poteſt amplitudine donetur, hanc pono generalem formulam $A\,x\,dx - A\,a\,dx + B\,y\,dy - B\,b\,dy = o$, quæ minimum Maupertuiſianum exprimat. In ea autem litteræ x, & y velocitates corporum A, & B poſt ictum ſignificant: quæ quidem, ſi dura ſint, ſicuti communi cum velocitate progrediuntur poſt ictum, ita erit $x = y$, & $dx = dy$, & hinc communis velocitas $= \frac{Aa + Bb}{A + B}$; ſi vero ſint elaſtica, quoniam in illis velocitas reſpectiva poſt ictum æquat eandem velocitatem ante ictum, hæc autem æqualis eſt differentiæ velocitatum ante ictum, illa vero differentiæ velocitatum poſt ictum, ſed contraria ratione ſumptarum, erit $a - b = y - x$, & $dy = dx$, unde $x = \frac{Aa + 2Bb - Ba}{A + B}$, & $y = \frac{Bb + 2Aa - Ab}{A + B}$. Hanc generalem formulam, ex qua eædem deducuntur velocitates, quas ipſe poſuit Maupertuiſius, aptemus jam communicationi motus, quæ fit per vectem. Utile viſum eſt initium hinc deſumere, tum quia hic communicationis modus directorum ictuum genus non excedit, tum quia ſola velocitas, non vero etiam ejus directio, ut in ictibus indirectis, nobis eſt inveſtiganda. Igitur vecti (*Fig.* 2.) C K, quod moveri libere poſſit circa punctum C, adfixum ſit corpus B minime grave (hinc enim omne potentiarum genus eſt removendum); corpus vero A in directum impellat punctum K, quod A verſus moveatur. Communicatio motus, quæ ictum conſequitur, eadem prorſus ratione peragitur, ac ſi nullus eſſet interpoſitus vectis; ſi tamen toto actionis tempore directus ſemper ſit ictus. Quare ſi velocitas corporis A ante ictum ſit $= a$, poſt ictum $= x$, corporis vero B ante ictum $= b$, poſt ictum $= y$, minimum actionis juxta Maupertuiſii ſententiam erit $A.\overline{a - x}^2 + B.\overline{y - b}^2$, & hinc generalis formula $A\,x\,dx - A\,a\,dx + B\,y\,dy - B\,b\,dy = o$: ſed velocitas puncti K ante ictum $= \frac{KC.b}{BC}$, poſt ictum $= \frac{KC.y}{BC}$; ergo quoniam corpora dura poſt ictum communi angulari velocitate aguntur

erit $x = \frac{KC.y}{BC}$, ſive $\frac{BC.x}{KC} = y$, & $\frac{BC.dx}{KC} = dy$: hinc autem $A\,x\,d\,x - A\,a\,d\,x + \frac{B.\overline{BC}^2.xdx}{\overline{KC}^2} - \frac{Bb.BC.dx}{KC} = o$, ſive $x.A.\overline{KC}^2 + B.\overline{BC}^2 = A\,a.\overline{KC}^2 + Bb.BC.KC$; denique $x = \frac{Aa.\overline{KC}^2 + Bb.BC.KC}{A.\overline{KC}^2 + B.\overline{BC}^2}$. Quam formulam ſi ita pertractaſſem, ut ejecta x ſolam y retinuiſſem, inventum fuiſſet $y = \frac{Aa.KC.BC + Bb.\overline{BC}^2}{A.\overline{KC}^2 + B.\overline{BC}^2}$, & propter communem corporis A cum puncto K velocitatem $x : y :: \frac{Aa.\overline{KC}^2 + Bb.BC.KC}{A.\overline{KC}^2 + B.\overline{BC}^2} : \frac{Aa.KC.BC + Bb.\overline{BC}^2}{A.\overline{KC}^2 + B.\overline{BC}^2} :: KC : BC$. Si vero non de duris, ſed de elaſticis corporibus ſermo ſit; ex iis, quæ ſæpius diximus de reſpectiva horum corporum velocitate ante, & poſt ictum, facile conſtabit, velocitatem tum corporis A, tum puncti K ante ictum $= a - \frac{KC.b}{BC}$, poſt ictum vero $= - x + \frac{KC.y}{BC}$; quare $x = \frac{KC.b + KC.y - BC.a}{BC}$, & $dx = \frac{KC.dy}{BC}$, quibus in generali formula $A\,x\,d\,x - A\,a\,d\,x + B\,y\,d\,y - B\,b\,d\,y = o$ introductis, erit $\frac{AKC.dy}{BC}.\frac{KCb + KCy - 2BCa}{BC} + B\,y\,d\,y - B\,b\,d\,y = o$, ſive, ejecto dy, & diviſore, $A.\overline{KC}^2 b + A.\overline{KC}^2.y - 2A.BC.KC.a + B.\overline{BC}^2.y - B.\overline{BC}^2.b = o$, & $y = \frac{B.\overline{BC}^2.b + 2.A.BC.KC.a - A.\overline{KC}^2.b}{A.\overline{KC}^2 + B.\overline{BC}^2}$; x vero $= \frac{A.\overline{KC}^2.a + 2B.BC.KC.b - B.\overline{BC}^2.a}{A.\overline{KC}^2 + B.\overline{BC}^2}$. Hæ autem omnes velocitatis formulæ, quas jam invenerat Bernoullius ope virium aſſidue applicatarum, ſicuti cum rei veritate conſentiunt, ita etiam multum addunt certitudinis Maupertuiſiano principio. Sed jam nos ad ictus indirectos conferamus.

Corpora duo (*Fig.* 3.) N majus, M minus congrediantur

tur in puncto C cum velocitatibus N C, M C, & eorum centra conjungat recta M N: rectæ vero N C, M C, quæ corporum velocitates deſignant, ita producantur, ut M C ſit ex. gr. = M' C, & N C = N' C. Per punctum C ducatur recta quælibet parallela M N, cui pariter parallela erit M' N' conjungens centra M', N'. Jam ſi corpora M, N moveri incipiant, nullumque in C offendant impedimentum, ſingula æquali tempore ſuas ſpatii partes M C, M' C, N C, & N'C conficient: at cum ſe mutuo impellant in C, hæc, ſi dura ſint, juxta Maupertuiſii ſententiam communi cum velocitate recedent ab ictu. Hujus autem velocitatis neque directio nota nobis eſt, neque quantitas: utraque igitur eſt invenienda. Ex puncto C ducatur quælibet C Q, quæ quæſitam velocitatis directionem deſignet, ejus vero pars C O ipſam exprimat communem velocitatem. Puncta M', N' conjungant cum puncto O rectæ M' O, N' O, ex quibus præterea normales incidant in C Q rectæ M' S, N' Q, & ſit $M'C = a$, $N'C = b$, $CS = p$, $CQ = q$, denique communis poſt ictum velocitas $CO = x$. Ne vero in re longe diverſa a Maupertuiſii ratione vel minimum recedamus, fac animadvertas, corpus M (quod autem de hoc dicam, de altero quoque dictum volo), dum poſt ictum progreditur per C O, eandem mutationem ſubire, ac ſi interim dum percurreret M' C cum velocitate M' C, translatum eſſet per M' O cum velocitate M' O. Novum igitur ſpatium, & nova, quæ inducitur velocitas, deſignatur a linea M' O; minimum vero actionis æquabitur $M' . \overline{M'O}^2 + N' . \overline{N'O}^2$, ſive ex 13. ſecundi libri Euclidis $= M' . \overline{a^2 + x^2 - 2xp} + N' . \overline{b^2 + x^2 - 2xq}$, & differentiis acceptis, $2 M' x dx - 2 M' p dx + 2 N' x dx - 2 N' q dx = 0$: qua formula quia ſæpius uti opus erit, eam deinceps brevitatis cauſa littera (A) nominabo. Interim ſi eam dividas per $2 dx$ fit $M' x - M' p + N' x - N' q = 0$, ex qua communis velocitas $x = \frac{M'p + N'q}{M' + N'}$. Hæc autem formula generatim exprimet communem velocitatem cujuſcumque directionis, quam ſignificant litteræ p, & q.

Nunc danda eſt opera, ut inveniamus locum communium velocitatum, quæ infinitis diverſis directionibus poſ-

poſſunt convenire. Igitur ex punctis O, M', N' ducantur OP, M'H, N'K normales illi rectæ, quæ ex puncto C ducta eſt parallela MN conjungenti centra corporum; & ſit $CP = t$, $PO = y$, $M'H = N'K = c$, $CH = m$, $KC = n$, anguli vero $OCK = \varphi$, $NCK = \pi$: erit jam CO, ſive $\frac{M'p + N'q}{M' + N'} = \sqrt{tt + yy}$. Verum ut ex hoc quæſiti loci æquationem eruamus, ex t, & y determinandæ ſunt p, & q: qua in re cum ſemper præ oculis habendi ſint diverſi anguli, quos diverſæ communis velocitatis directiones conſtituunt cum HCK, utile erit ad faciliorem analyſim trigonometricum calculum advocare. Itaque ex trigonometria notum eſt ſinum totum eſſe ad coſinum anguli OCN':: $N'C : CQ$, ſive $r : Cc.\overline{\varphi - \pi} :: b : q$; ergo $q = \frac{b}{r}.Cc.\overline{\varphi - \pi}$: ſed $Cc.\overline{\varphi - \pi} = \frac{Cc.\varphi.Cc.\pi + Sc.\varphi.Sc.\pi}{r}$; igitur $q = b.\frac{Cc.\varphi.Cc.\pi + Sc.\varphi.Sc.\pi}{r^2}$: ſed $\sqrt{tt + yy} : r :: t : Cc.\varphi$, $b : r :: n : Cc.\pi$, $\sqrt{tt + yy} : r :: y : Sc\varphi$, $b : r :: c : Sc\pi$: ergo $Cc.\varphi = \frac{rt}{\sqrt{tt + yy}}$, $Cc.\pi = \frac{rn}{b}$, $Sc.\varphi = \frac{ry}{\sqrt{tt + yy}}$, $Sc.\pi = \frac{rc}{b}$; quibus in locum ſinuum, & coſinuum ſubſtitutis erit $q = \frac{b}{r^2}.\frac{r^2tn + r^2cy}{b.\sqrt{tt + yy}} = \frac{tn + cy}{\sqrt{tt + yy}}$. Quod vero attinet ad p, angulus $M'CH$ ſit $= \lambda$, & angulus $OCH = \omega - \varphi$ facto $\omega =$ duobus rectis. Si ſimiles prioribus proportiones inſtituas, & ponas $\omega - \varphi = q$, erit $r : Cc.\overline{\omega - \lambda - \varphi}$, ſive $r : Cc.\overline{q - \lambda} :: a : p$; ergo $p = \frac{a.Cc.\overline{q - \lambda}}{r}$: ſed $Cc.\overline{q - \lambda} = \frac{Cc.q.Cc.\lambda + Sc.q.Sc.\lambda}{r}$; ergo $p = a.\frac{Cc.q.Cc\lambda + Sc.q.Sc.\lambda}{r^2}$: atqui $Cc.q = -Cc.\varphi = \frac{-rt}{\sqrt{tt + yy}}$, $Cc.\lambda = \frac{rm}{a}$, $Sc.q = Sc\varphi = \frac{ry}{\sqrt{tt + yy}}$, $Sc.\lambda = \frac{rc}{a}$; igitur $p = \frac{a}{r^2}.\frac{-r^2tm + r^2cy}{a.\sqrt{tt + yy}} = \frac{cy - tm}{\sqrt{tt + yy}}$: ergo æquatio $\frac{M'p + N'p}{M' + N'} = \sqrt{tt + yy}$ in hanc con-

convertitur $\frac{M'.\overline{cy-tm}+N'.\overline{tn+cy}}{\overline{M'+N'}.\sqrt{tt+yy}}=\sqrt{tt+yy}$, quam voco (B); denique ejecta radice, peractaque diviſione per M'+N', fiet $cy+\frac{\overline{N'n-M'm}}{M'+N'}.t=tt+yy$. Quoniam vero initio poſuimus N majus M, ſi HK ſecetur in V in ratione reciproca maſſarum N', M', punctum V cadet ad partem K, eritque CV $=\frac{N'n-M'm}{M'+N'}$, quam voco $=s$, quare $cy+\frac{\overline{N'n-M'm}}{M'+N'}.t=cy+ts=tt+yy$, & $tt-ts=cy-yy$, ſive $tt-ts+\frac{ss}{4}-\frac{cc}{4}=cy-yy+\frac{ss}{4}-\frac{cc}{4}$. Fac $t-\frac{s}{2}=z$, $y-\frac{c}{2}=u$, & habebis $z^2-\frac{c^2}{4}=-u^2+\frac{s^2}{4}$, ſive $z^2+u^2=\frac{s^2+c^2}{4}$, quæ ſpectat ad circulum.

Quem ut conſtruas, ex puncto V erige normalem (*Fig.* 4.) VR = N'K, & duc CR, cujus dimidia pars CT, ſive TR $=\frac{\sqrt{ss+cc}}{2}$. Centro T, radio CT deſcribe circulum; hic erit curva quæſita. Ex puncto T duc TB, & TL alteram CV, alteram parallelam RV, ſumptiſque TB $=z$, BR $=u$, erit CV $=z+\frac{s}{2}=t$, & RV $=u+\frac{c}{2}=y$; denique ex puncto C ducta qualibet CO, quæ circulum ſecet in O, erit factum M'. $\overline{M'O}^2$ + N'. $\overline{N'O}^2$ minimum omnium, quæ gignuntur, ſi punctum O, ex quo ducuntur M'O, N'O, ſit ipſum interſectionis punctum rectæ CQ cum circulo.

Inquirendum tamen ſupereſt inter infinita puncta interſectionis rectæ CQ cum circulo, quorum ſingula diverſum præbent factum M'. $\overline{M'O}^2$ + N'. $\overline{N'O}^2$, quodnam illud ſit, ex quo minimum factum habeamus. Eſt jam $\overline{M'O}^2=\overline{m+t}^2+\overline{y-c}^2$, & $\overline{N'O}^2=\overline{n-t}^2+\overline{y-c}^2$: ergo minimum $=$

$$\begin{matrix}M'.\overline{m^2+2mt+t^2+y^2-2cy+c^2}\\+N'.\overline{n^2-2nt+t^2+y^2-2cy+c^2}\end{matrix}$$

, & differentiis acceptis

$$\frac{\begin{matrix}M'.\overline{2tdt+2mdt+2ydy-2cdy}\\+N'.\overline{2tdt-2ndt+2ydy-2cdy}\end{matrix}}{}=o,$$

quam for-

formulam voco (C). Si æquationis (B) differentias ſumas, erit $M'cdy - M'mdt + N'ndt + N'cdy = \overline{M' + N'} . \overline{2tdt + 2ydy}$: ſi vero hujus primum membrum ſubſtituas in (C) pro $\overline{M' + N'} . \overline{2tdt + 2ydy}$, illa fiet $2M'mdt - 2M'cdy - M'mdt + M'cdy - 2N'ndt + N'ndt - 2N'cdy + N'cdy = M'mdt - M'cdy - N'ndt - N'cdy = o$, ſive $dt . \frac{M'm - N'n}{M' + N} = cdy$: ſed $\frac{M'm - N'n}{M' + N'} = -s$; ergo $-sdt = cdy$. Ut alterutram t, aut y ejicias, iterum in uſum revoca æquationem circuli $t^2 - ts = cy - y^2$, ſive $y^2 - cy + \frac{c^2}{4} = ts - t^2 + \frac{c^2}{4}$, & $y - \frac{c}{2} = \sqrt{ts - t^2 + \frac{cc}{4}}$: ergo $dy = \frac{sdt - 2tdt}{2\sqrt{st - tt + \frac{cc}{4}}}$: ſed $-sdt = cdy$: igitur $-sdt = \frac{c . \overline{sdt - 2tdt}}{2\sqrt{st - t^2 + \frac{c^2}{4}}}$; ejectoque dt, $-s . 2 . \sqrt{st - tt + \frac{cc}{4}} = cs - 2ct$, & $s^2 . \overline{4st - 4tt + cc} = c^2 s^2 - 4c^2 st + 4c^2 t^2$, ſive $4s^3 t - 4t^2 s^2 = 4c^2 t^2 - 4c^2 st$, ex qua primo $t = o$, deinde $s^3 + sc^2 = s^2 t + tc^2$, ſive $\frac{s^3 + sc^2}{s^2 + c^2} = t = s = CV$. Verum $t = o$ duæ reſpondent ordinatæ altera $= CD = c$, altera $= o$; & duæ pariter $t = s$, altera $VR = c$, altera $= o$: quatuor ergo, quæ jam novimus puncta, nempe C, D, R, V poſſunt quæſitum minimum ſufficere. Antequam tamen aliquid certi hac in re ſtatuamus, obſervandum nobis eſt diligenter, quid novi accidat, ſi formulas (A), & (C) ponamus æquales infinito: id enim omnino eſt faciendum, ut maxima omnia, vel minima tuto detegamus. Hoc autem quamvis in ictibus directis poſſit omitti, propterea quia nihil inde conſequitur abſurdi, prætermittendum tamen non erat Maupertuiſio, qui univerſalem quemdam modum, ac rationem de ſui principii uſu in motus communicatione tradendam propoſuerat. Itaque ſi (A) primum, deinde (C), ex qua ope calculi ſuperioris ejecta ſit y, æquemus infinito; prima, quia caret diviſore, nulli maximo, aut minimo inveniendo apta eſt, ex altera fit $\frac{csdt - 2ctdt}{2\sqrt{st - tt + \frac{cc}{4}}} + sdt = \infty$,

ſive

ſive $\frac{cs - 2ct + 2s.\sqrt{st - tt + \frac{cc}{4}}}{2\sqrt{st - tt + \frac{cc}{4}}} = \infty$: ergo diviſor $2\sqrt{st - tt + \frac{cc}{4}} = o$, & $4st - 4tt + cc = o$, ſive $tt - st = \frac{cc}{4}$, & $t = \frac{s}{2} + \sqrt{\frac{ss + cc}{4}}$, ideoque $t = \frac{s}{2} + \sqrt{\frac{ss + cc}{4}}$, & $t = \frac{s}{2} - \sqrt{\frac{ss + cc}{4}}$: ſed $\sqrt{\frac{ss + cc}{4}}$ æquat radium circuli; ergo, acceptis L Δ, L Γ = radio, productaque T B in G, & F, erit C $\Delta = t = \frac{s}{2} + \sqrt{\frac{ss + cc}{4}}$, & C $\Gamma = t = \frac{s}{2} - \sqrt{\frac{ss + cc}{4}}$; ordinatæ vero ex punctis Δ, & Γ ductæ tangent diametrum parallelam rectæ C V in extremis punctis G, & F. Quare ad quatuor priora duo hæc accedunt, quæ de minimo certare cum illis poſſint. Non tamen æque de omnibus incerta res eſt. Nam ex facili, atque expedito calculo conſtat, puncta F, C, V, G, quæ ad inferiorem partem jacent, nullius eſſe poſſe utilitatis, cum ſingula eorum facta $M'.\overline{MO}^2 + N'.\overline{NO}^2$ magnitudine excedant facta reliquorum D, & R; igitur tota quæſtio ad duo hæc redacta eſt, quæ tenent ſuperiorem partem. Quare factum $M'.\overline{M'O}^2 + N'.\overline{N'O}^2$ conferendum eſt cum facto $M'.\overline{M'R}^2 + N'.\overline{N'R}^2$, & utrum minus ſit, inveniendum: quod facili calculo præſtabimus. Ponamus igitur (quod dignoſci facile poteſt) $M'.\overline{MO}^2 + N'.\overline{NO}^2$ excedere $M'.\overline{M'R}^2 + N'.\overline{N'R}^2$: quoniam $M'.\overline{M'O}^2 + N'.\overline{N'O}^2 = M'm^2 + N'n^2$, & $M'.\overline{MR}^2 + N'.\overline{N'R}^2 = M'm^2 + 2M'ms + M's^2 + N'n^2 - 2N'ns + N's^2$, erit $M'm^2 + N'n^2 > Mm^2 + 2M'ms + M's^2 + N'n^2 - 2N'ns + N's^2$, ſive $o > M's^2 + 2M'ms - 2N'ns + N's^2$; & dividendo per s, $2N'n > 2M'm + \overline{M' + N'}.s$: ſed $s = \frac{N'n - M'm}{M' + N'}$; ergo $2N'n > 2M'm + \overline{N' + M'}.\frac{N'n - M'm}{M' + N'}$, ſive $N'n > M'm$: cujus conſectarii veritas ipſa per ſe ſatis oſtendit, nos non immerito

poſuiſſe $M' . \overline{M'O}^2 + N' . \overline{N'O}^2$ majus $M' . \overline{M'R}^2 + N' . \overline{N'R}^2$. Solum itaque punctum R noſtro problemati inſervit, radius vero circuli, quem deſcripſimus, exprimet corporum velocitatem poſt ictum.

Hæc autem omnia, quæ tum de corporum velocitate poſt ictum, tum de hujus velocitatis directione ex ipſo Maupertuiſiano principio deduximus, ea ſunt, quæ in natura contingere pluribus, diverſiſque modis ſæpius eſt demonſtratum. Habet ergo ejus uſus magnam utilitatem ſumma cum certitudine conjunctam; cujus utilitatis novum proferam argumentum deſumptum ex ictu indirecto trium corporum. Itaque corpora (*Fig.* 5.) A, A', A'' congrediantur in C cum velocitatibus A C, A' C, A'' C, quas voco b, b', b''; per punctum C ducatur quælibet H H'', velocitates vero A C, A' C, A'' C ita producantur in M, M', M'', ut eadem ſit tum harum linearum, tum velocitatum proportio. Ex punctis M, M', M'' incidant in H H'' normales M H, M' H', M'' H'': hæ vocentur c, c', c'', & C H, C H', C H'' $= m, m', m''$; ductaque qualibet C O, quæ communem corporum velocitatem poſt ictum, & ejus velocitatis directionem deſignet, hæc vocetur $= x$: denique ex punctis O, M, M', M'' ductis normalibus O P, M S, M' S', M'' S'' ſit C P $= t$, P O $= y$, C S, C S', C S'' $= p, p', p''$, angulus O C H $= \phi$, & anguli M C H, M' C H', M'' C H'' $= \pi, \pi', \pi''$. Si ex puncto O ducantur M O, M' O, M'' O, minimum habemus ex Maupertuiſii ſententia

$= M . \overline{b^2 + x^2 - 2xp}$

$+ M' . \overline{b'^2 + x^2 - 2xp'}$

$+ M'' . \overline{b''^2 + x^2 - 2xp''}$: ergo acceptis differentiis, ejectoque $2dx$, $Mx - Mp + M'x - M'p' + M''x - M''p'' = o$, ſive $x = \frac{Mp + M'p' + M''p''}{M + M' + M''} = \sqrt{tt + yy}$: ſed ubi de duobus corporibus egimus, oſtenſum eſt $p = \frac{cy + tm}{\sqrt{tt + yy}}$; ergo $p' = \frac{c'y + tm'}{\sqrt{tt + yy}}$, & $p'' = \frac{c''y + tm''}{\sqrt{tt + yy}}$: hinc vero

$$\frac{M . \overline{cy + tm} + M' . \overline{c'y + tm'} + M'' . \overline{c''y + tm''}}{M + M' + M''} = tt + yy, \; \& \; \frac{\overline{Mc + M'c' + M''c''}}{M + M' + M''}$$

. y —

$.y - y^2 = tt - \frac{\overline{Mm - M'm' - M''m''}}{M + M' + M''}.t$; factaque $\frac{Mc + M'c' + M''c''}{M + M' + M''}$ $= P$, & $\frac{Mm + M'm' + M''m''}{M + M' + M''} = R$, $Py - yy = tt - Rt$, ſive $\frac{PP}{4} - Py + yy = -tt + Rt + \frac{PP}{4}$, & $tt - Rt + \frac{RR}{4} - \frac{PP}{4} = \frac{RR}{4} - (\overline{\frac{P}{2} - y}^2)$, tandem $\frac{PP + RR}{4} = \overline{\frac{P}{2} - y}^2$ $+ \overline{t - \frac{R}{2}}^2$, quæ reſpicit circulum, cujus radius $= \frac{\sqrt{PP + RR}}{2}$.

Quare ſecta C V $= R$, ductaque C D $= P$ normali C V, ſi ex tribus punctis V, C, D delineetur circulus, hic erit locus, in quo omnia cujuſcumque directionis minima continentur.

Ut autem minimum factum $M . \overline{MO}^2 + M' . \overline{M'O}^2 + M'' . \overline{M''O}^2$ detegamus, (*Fig.* 6.) a punctis M', M'', M demittantur M D, M' D', M'' D'' normales C D, quæ & ipſa normalis ſit C P in puncto C, & in eandem C P normaliter incidat ex puncto O recta P O, quam productam ſecent rectæ M D, M' D', M'' D'' in punctis Q, Q', Q'': ſit C P $= t$, P O $= y$, M D $=$ H C $= m$, M' D' $=$ H' C $= m$, M'' D'' $=$ H'' C $= m''$, & Q O, Q' O, Q'' O $= y - c$, $y - c'$, $y - c''$; quare M O $= \sqrt{\overline{m - t}^2 + \overline{y - c}^2}$, & $M.\overline{MO}^2$ &c. $= M(\overline{m - t}^2 + \overline{y - c}^2)$ &c. Ergo minimum $M . \overline{MO}^2 + M' . \overline{M'O}^2 + M'' . \overline{M''O}^2 = M . \overline{tdt - mdt + ydy - cdy} + M' . \overline{tdt - m'dt + ydy - c'dy} + M'' . \overline{tdt - m''dt + ydy - c''dy} = o$, ſive $M dt . \overline{t - m} + M' dt . \overline{t - m'} + M'' dt . \overline{t - m''} = M dy . \overline{c - y} + M dy . \overline{c' - y} + M'' dy . \overline{c'' - y}$, & $\frac{dt}{dy} =$ $\frac{M . \overline{c - y} + M' . \overline{c' - y} + M'' . \overline{c'' - y}}{M . \overline{t - m} + M' . \overline{t - m'} + M'' . \overline{t - m''}}$; factoque primum $dy = o$, fit $t = \frac{Mm + M'm' + M''m''}{M + M' + M''} = Q$; deinde $dt = o$, erit $y = \frac{Mc + M'c' + M''c''}{M + M' + M''} = P$. Verum ex legibus centri gravitatis

notum jam eſt, Q æquare diſtantiam centri omnium corporum a recta C D: igitur juxta primam formulam minimum factum $M . \overline{MO}^2$ &c. deſumi poterit ex puncto interſectionis circuli cum recta, in qua collocatum ſit centrum corporum M, M', M'', quæque rectæ C D ſit parallela; juxta alteram vero ex puncto interſectionis circuli cum recta parallela C P, in qua ſit idem corporum centrum. Sed abſciſſa $t = Q =$ diſtantiæ centri corporum a recta C D habet ordinatam $y = P =$ diſtantiæ ejuſdem centri a recta C P: ergo centrum corporum in deſcripti circuli ambitu continetur. Ducta igitur ex puncto C ad punctum O, quod centrum eſt corporum M, M', M'', recta C O, hæc poterit & velocitatem corporum poſt ictum, & ejus directionem ſignificare. Hoc autem, quod hactenus fieri poſſe oſtendimus, revera proprium eſſe ſolius puncti O, neque commune cum reliquis punctis, quæ ab illarum rectarum interſectione cum circulo deſignantur, facile cuique conſtabit, qui voluerit factum puncti O, cum reliquorum punctorum factis conferre. Habemus ergo in recta C O, & velocitatem trium corporum poſt ictum, & ejus directionem: quæ quidem velocitas, & directio ita cum ea convenit, quæ revera poſt ictum conſequitur in natura, ut negari non poſſit ex Maupertuiſiano principio certas de communicatione motus leges ſua quaſi ſponte profluere.

Quæ vero hactenus in duorum, vel trium, eadem in plurium etiam corporum ictu demonſtrari æque poſſunt, immo idem demonſtrationis genus elaſticis quoque corporibus poteſt aptari. Hæc enim dum recedunt ab ictu, eandem ſervant directionem, eandemque velocitatem, quam habuerant, cum ad ictum acceſſerant: quæ ergo actionis quantitas inſumitur in ictu, eadem velocitati, & directioni poſt ictum reſtituendæ erit neceſſaria: hinc vero fit, ut ſi illa fuerit minima, hæc quoque neceſſario ſit minima.

Attamen dubitari poteſt, utrum hoc minimum, ad quod in omni communicatione motus deducit formula Maupertuiſiana, minimum actionis ſit, quam in colliſione corporum exerat natura, an vero minimum, ut ajunt, Geometricum. Cum enim in motus communicatione illud ſemper Maupertuiſius ſpatium aſſumat, quod æquabili motu percurritur, quodque conſtantem habet cum velocitate propor-

tio-

tionem, nihil jam eſt, quod impediat, quominus factum M V S in aliud convertamus MV^2, ex quo vim vivam metiuntur Leibnitzius, & Bernoullius. Suſpicari ergo facile quiſque poteſt, auctorem noſtrum inſcium, ac nolentem in Leibnitzianam ſententiam fuiſſe pertractum; ejus vero minimum cum ea vis vivæ parte confundi, quam corpora amittunt in ictu. Accedit præterea, litteram V eam proprie velocitatem deſignare, quæ perit in corporum colliſione. Nam quæ velocitates in facto $M'.\overline{M'R}^2 + N'.\overline{N'R}^2$ (*Fig.* 4.) exprimuntur ab M'R, & N'R, non eæ ſunt, quæ inſint in corpore ante vel poſt ictum, ſed quæ in ictu eliduntur. Quare ſi conſtans ponatur velocitas relativa M N, minimum Maupertuiſianum minimam æquat vim vivam, quæ perit in ictu.

Hæc tamen, quæ multum ſuſpicioni locum præbere videntur, non ſummatim percurrenda, ſed enucleanda ſunt diligentius. Itaque primum inquiram, qua debeant ratione congredi corpora duo eadem prædita reſpectiva velocitate, ut ſumma virium vivarum, quibus pollent, ſit minima. Corpora duo M, N (*Fig.* 7.) habeant velocitatem relativam M N, quam divido in R in ratione maſſarum reciproca, ut M.MR æquet N.NR, ductaque qualibet perpendiculari Z Y, illud hujus Z Y punctum invenio, in quo ſi ad ictum concurrant corpora, id præſtent, quod quærimus. Nullo autem calculo opus eſt, ut definiamus nullum poſſe eſſe hujuſmodi punctum præter Z: cum enim ſit ſemper $M.\overline{MZ}^2 + N.\overline{NZ}^2 < M.\overline{MY}^2 + N.\overline{NY}^2$, propterea $M.\overline{MZ}^2 + N.\overline{NZ}^2$ erit ſemper minima ſumma virium vivarum. At punctum hoc Z, quod in tota MN ſumi poteſt, in quonam erit ejus puncto collocandum? Dico autem ſtatuendum eſſe in puncto R: quod ſi neges, congrediantur ergo corpora non in R, ſed in quolibet alio puncto ex. gr. in Z; habebis jam

$$\begin{matrix} M.MZ^2 \\ + N.NZ^2 \end{matrix} = \begin{matrix} M.MR^2 - 2M.MR.RZ + M.RZ^2 \\ + N.NR^2 + 2N.NR.RZ + N.RZ^2 \end{matrix}:$$

ſed eſt

$M.MR = N.NR$; ergo $2N.NR.RZ - 2M.MR.RZ = 0$, ideoque

$$\begin{matrix} M.MZ^2 \\ + N.NZ^2 \end{matrix} = \begin{matrix} M.MR^2 \\ + N.NR^2 \end{matrix} + \overline{M+N}.\overline{RZ}^2.$$ Quod

cum

cum locum habeat in quolibet puncto Z diverſo ab R, conſtat jam tunc minimam eſſe virium vivarum ſummam, cum corpora congrediuntur cum velocitatibus, quæ ſint in ratione maſſarum reciproca. Atqui corporum hac ratione congredientium proprium eſt, ut omnem in ictu motum amittant, ibique quieſcant: tunc ergo corpora in ictu conſiſtunt, cum minima vi viva donantur, cujus propterea nulla eſt pars, quæ ab ictu ſuperſit.

Oſtenſum eſt autem a Cl. s'Graveſandio, quam vis vivæ jacturam patiuntur corpora, quæ ad ictum accedunt cum velocitatibus reciprocis, hanc ea quoque facere, quæ eandem quidem celeritatem reſpectivam, diverſas tamen habent velocitates congreſſus ex. gr. MZ, NZ, ſive MY, NY: quare cum illa ſit minima, hæc quoque minima erit, ut inferri tuto poſſit, minimum in formula Maupertuiſiana contentum ipſam vim vivam amiſſam in ictu ſignificare. Si itaque negandum non ſit, quod quidem non videtur poſſe negari, eandem eſſe & vis vivæ, quæ amittitur, & actionis, ex qua ipſa vis viva perit, proportionem; quoniam illa minima eſt, hæc quoque minima ſit oportet. Minimum ergo Maupertuiſianum, quod vim vivam amiſſam exprimit, aliquo vero ſenſu poterit minimum actionis vocari.

Sed opportunum erit aliqua hic de hujus actionis natura addere, & quænam ea, aut quanta ſit, quæ in hanc vim vivam extinguendam inſumitur, breviter declarare. Quæ igitur actio vim vivam corporibus adimit in ictu, ea exoritur a potentia, quæ media interjacet inter utrumque corpus, ut ex. gr. elaſtrum, cujus extrema in ſuam ſingula agunt partem. Si corpora congrediantur cum velocitatibus reciprocis, tunc actio, quam in utramque partem exercet potentia media, tota eſt in minuenda vi viva utriuſque corporis, quoaduſque penitus extinguatur; quare integra utriuſque actionis ſumma in hunc effectum confertur. Si vero cum aliis velocitatibus concurrant corpora, tunc initio quidem utramque actionem impendit potentia media in vi viva utrinque adimenda: at cum fieri neceſſario debeat, ut aliquid velocitatis ſuperſit in altero corpore, cum tota alteri adempta eſt, tunc potentia media aget quidem in corpus utrumque, ſed ita, ut illi reliquam auferat velocitatem, in hoc vero, quam deleverat, renovare inci-

piat

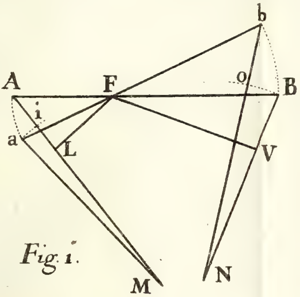


Fig. 1.

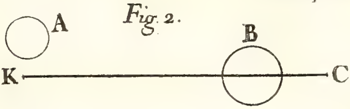


Fig. 2.

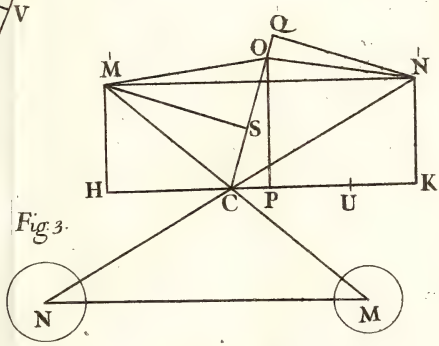


Fig. 3.

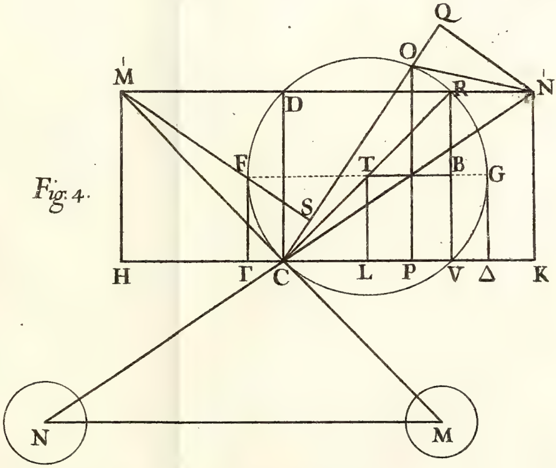


Fig. 4.

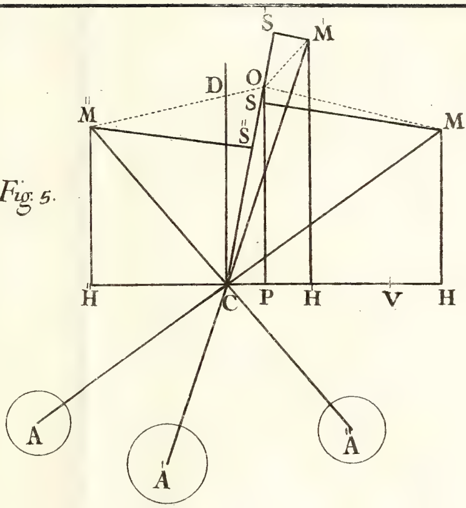


Fig. 5.

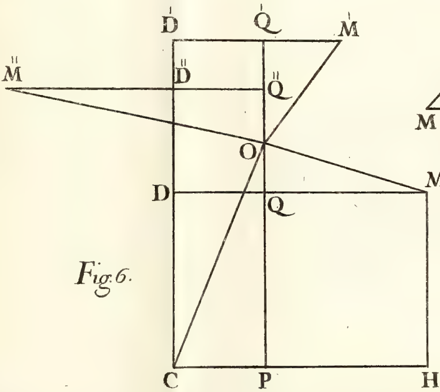


Fig. 6.

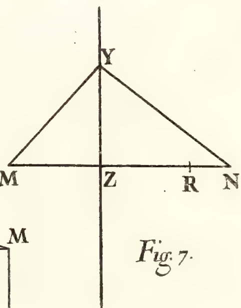


Fig. 7.

piat. Igitur vis vivæ extinctio non ſummæ actionum, quas hinc inde exerit potentia media, ſed potius differentiæ earum, quæ adimunt ab ea, quæ amiſſam vim vivam reſtituit, generatim eſt tribuenda, niſi tamen differentiam in ſummam convertas, quod fit, cum negativam accipias eam actionis partem, quæ in vi viva renovanda exercetur. Cum hac autem actionum differentia, quæ in quolibet corporum ictu minima eſt, proportionem habet vis viva, quæ ab ictu extinguitur: igitur minimum Maupertuiſianum, quod hanc exprimit, illi quoque exprimendæ commode poterit aptari.

Ut vero a corporibus perfecte mollibus, in quibus peracta contuſione deficit potentia media, rem transferas ad perfecte elaſtica, in quibus poſt contuſionem illa ſupereſt, nec ceſſat agere, fac animadvertas, vim vivam, quæ perit in ictu, poſt ictum integram reſtitui: atqui quæ amiſſa eſt, fuit minima; ergo minima quoque erit, quæ renovatur: ſed illa eſt ut ſumma actionum, quæ deſtruunt, ea dempta, quæ interim dum contuſio perficitur, renovat velocitatem; hæc e contra ut ſumma actionum, quæ dum contuſa corpora reſtituuntur, velocitatem renovant, ea dempta, quæ illam imminuit: æque ergo utraque minima.

Equidem non arbitrabar futurum, ut Maupertuiſium in Leibnitzii ſententiam pertraherem; neque id mihi erat in animo, cum ejus minimi facti naturam inveſtigandam ſuſcepi. Quæ tamen mihi hactenus occurrerunt, ea ſunt, quæ rigidiſſimus quiſque Leibnitzii ſectator poſſit libenter admittere. Neque vero de hoc inopinato exitu dolebo, cum videam quantum honoris, & præſidii Leibnitzianæ ſententiæ ex tanto viro accedat; a cujus opinione ſi aliquando receſſi, quamvis ad id me ſumma veritatis vis adegerit, receſſi tamen invitus, propterea quia moleſte ferebam, veritatem in eo eſſe loco conſtitutam, ut cum ſummi viri auctoritate certaret.

JOAN-

JOANNIS BAPTISTÆ SCARELLÆ CLER. REGUL.

De principiis viſionis directæ, reflexæ, & refractæ.

Caput Quartum.

(*Tria, quæ antecedunt, capita leguntur in tomi quinti parte altera.*)

De aliis principiis tum in viſione reflexa, tum in refracta.

17 Quibus arbitror ſatisfactum iis, quas ſupra retulimus, Alemberti difficultatibus. Nunc venio ad eas, quas articulo 16 exponere incipit adverſus apparentem locum, diſtantiam, & magnitudinem objectorum, quæ ope reflexionis, aut refractionis videntur. Sic autem ſcribit. „ Smithus in ſua Optica aliud comminiſcitur principium. Loco principii a primo ſtatuit, apparentem imaginis magnitudinem ab angulo viſionis pendere. Deinde poſitis A B (*Fig.* 8.) pro objecto, A E B angulo, ſub quo oculo nudo conſpiceretur, & *a* E *b* angulo, ſub quo revera conſpicitur (ope refractionis, aut reflexionis radiorum) facit *a b* æqualem, & parallelam A B, concluditque imaginem videri in *a b*. Sed primo Smithus abſolute ponit, imaginem angulo viſionis proportione reſpondere, quod falſum eſt in viſione directa, atque ut minimum valde incertum in Catoptrica, & Dioptrica. Deinde ſi imago refertur ad *a b*, apparere non deberet, ut mihi quidem videtur, niſi magnitudinis *a b* = magnitudini A B objecti, nempe ſub oculos caderet nec amplificata, nec diminuta, quod experientiæ adverſatur. In quibus objectis eo plus momenti eſt, quod auctor art. 156 ſui operis rationem apparentis linearum

„ æqui-

æquidiſtantium inclinationis ducit ex uno diminutionis angulorum principio. Ergo is habet, aut habere videtur hoc principium tamquam unam apparentis objectorum magnitudinis cauſſam. Jam vero primum conſtat, hoc principium ſatis non eſſe explicandis legibus magnitudinis apparentis. Deinde ſi principium in viſione reflexa & refracta hic a Smitho uſurpatum ad directam transferatur, inde ſequeretur, quamlibet duarum e regione arborum apparituram in eo, in quo revera eſt, loco. Unde facile colligeretur, fore ut quælibet diſtantia æqualis, & eadem appareat, ideoque duæ arborum lineæ parallelæ judicentur. Id quod nequaquam uſuvenit. Ergo is adſentiatur oportet, ſuum principium in directa viſione non poſſe uſurpari. Qui ergo fiet, ut viſio reflexa & refracta alias leges ſequatur. „

58 Hactenus auctor, qui poſt Bouguerium ab articulo 18 uſque ad 27 plura diſſerens de duabus longis lineis parallelis, & de ratione, qua ſub oculos cadunt, art. 27 ſic pergit. „ Quo apparentem magnitudinem objecti exigui, quod ſit collocatum in foco, aut aliquantiſper cis focum parvæ lentis, ſive ſimplicis microſcopii, Smithus definiat, art. 118, 119 ſic rationem concludit. Radii lente refracti oculum ingrediuntur fere paralleli, & objectum hujus virtute directionis diſtincte perſpectum ad diſtantiam refertur earum minimam, in quibus diſtincte videtur. Ex altera parte monſtratur, objectum per lentem inſpectum apparere ſub illo angulo eodem, in quo apparet oculo nudo. Ergo, ut Smithus concludit, apparens ipſius magnitudo eſt ad veram, ut minima diſtantia, in qua objectum diſtincte videri poteſt, eſt ad longitudinem foci lentis, nempe ut circiter ſeptem, aut octo pollices ſunt ad hujuſmodi longitudinem. Primum quæro, qua de cauſſa fiat, ut punctum radiis parallelis, aut fere parallelis viſum non referatur niſi ad minimam earum diſtantiarum, in quibus objectum diſtincte videri poteſt. Ad verum propius accedere videtur, ut in maxima ſimilium videatur, propterea quod radii ad ſenſum æquidiſtantes organum perinde afficiunt, ac ſi ab objecto valde remoto proficiſcerentur, ideoque ab hujuſmodi punctis proficiſci naturaliter æſtimandi ſunt. Secundo hæc ratio definiendæ magnitudinis apparentis, loci-

que imaginis in eventu ſimplicis microſcopii omnino differt a ratione ejuſdem auctoris paulo ante explicata §. 16, ideoque aut illa ejuſdem paragraphi methodus non eſt generalis, & idcirco errori obnoxia, aut hæc in eodem offendit. Tertio in definienda magnitudine apparenti objecti remoti teleſcopio ex duobus vitris conſtante viſi Smithus omnem prorſus habet rationem magnitudinis anguli (vide art. 120 ipſius opticæ) & nullam loci, ad quem refertur imago, & in quo eſſe judicatur, tametſi, qui radii ad oculum veniunt, ſint ad ſenſum æquidiſtantes, ut in eventu microſcopii ſimplicis, atque compoſiti. Cur igitur hæc eſt inter theoriam microſcopii ſimplicis & compoſiti, interque alteram teleſcopiorum differentia? Cur in primo eventu ponitur, objectum judicari eſſe in diſtantia ſeptem, aut octo pollicum, hancque apparentem diſtantiam ad magnitudinem objecti conferre, cum in altero, in quo radii ſimiliter æquidiſtantes in oculum ingrediuntur, nulla fiat hujus apparentis diſtantiæ mentio, & apparens magnitudo ab uno viſionis angulo repetatur?

59 Conſtat igitur, nullam adhuc excogitatam fuiſſe theoriam, quæ legibus ſatisfaciat apparentis magnitudinis in viſione reflexa, & refracta; mihique videtur non magis ſatisfieri aliqua ex iis methodis, quæ etiamnum excogitatæ fuerunt pro definienda ope experimentorum apparenti magnitudine objectorum, quæ lentibus, aut ſpeculis inſpiciantur. Omnia ſiquidem experimenta, quæ ad id definiendum inſtituta fuere, tacite innituntur exiſtimato principio magnitudinis apparentis, quæ angulo viſionis proportione reſpondeat. Illud quoque ponunt, ſi duæ lineæ parallelæ AB, CD (*Fig* 9.) appareant congruere cum duabus aliis æquidiſtantibus *ab*, *cd* productis, ſpatium AC ſemper judicari = ſpatio *ac*, tametſi ABDC, *abdc* ſint in diverſis æquidiſtantibus planis. Jam vero id falſo ponitur; faciamus enim, planum *abdc* poſitum eſſe ante planum ABDC in eo ſitu, ut primum oculis ſubducat ſecundum, tunc AC, tametſi tectum ab *ac*, quando *ac* eſt ante AC collocatum, videbitur majus quam *ac*, cum *ac* de medio ſublatum fuerit. Pumilio ante gigantem collocatus oculis gigantem ſubducere poteſt: nihilo tamen minus ſi pumilio de medio auferatur, gigas in eodem permanens loco major videbitur.

Quo-

Quoniam igitur lineæ A B, *a b*, & C D, *c d* ſe tegere poſſunt, quin lineæ A C, *a c* reipſa judicentur æquales, conſequens eſt, poſſe judicari eſſe A B in linea *a b* producta, & C D in *c d*, quin ſpatia A C, *a c* continuo judicentur æqualia. Quo id comprobemus ratione, quæ in oculos incurrat, ponamus *a c* eſſe unius pollicis, & A C duorum, & planum *a b c d* eſſe in diſtantia unius pedis ab oculo, A B C D autem duorum. Ajo, ſi C D, *c d* in eodem plano reperiuntur, futurum ut lineæ A B, *a b* altera in altera producta appareant, & nihilominus ut inter ſe æquales non videantur. Si enim ſeorſim inſpiciantur, prima judicabitur duorum pollicum, altera unius, eo quod utræque parum ab oculo diſtare poſitæ ſunt, ideoque judicantur illius magnitudinis, cujus revera ſunt. Hæc ſunt dubia, quæ adverſus ordinaria Opticæ principia proponi poſſunt, ex quibus colligitur, nihil fere etiamnum fuiſſe perfectum.„ Quibus verbis ſuum Alembertus Commentarium concludit.

60 Ut his ſatisfaciam, primum ajo quod attinet ad locum, in quo radiorum adminiculo reflexorum, aut refractorum objectum videtur, ex iis, quæ hactenus ſunt diſputata, conſequi univerſe, objectum videri, & quodlibet ejus punctum in eo loco, in quo ſinguli radiorum faſciculi a ſingulis objecti viſibilibus punctis profecti, & poſt reflexionem, aut refractionem in oculum ingredientes conjunguntur, perinde ac ſi eadem objecti puncta in iis ſingulis punctis forent, & viſione directa conſpicerentur. Id experimentis omnino comprobatur in viſione reflexa a ſpeculis planis: nam, ut docuimus num. 4, objectum videtur poſt ſpeculum in punctis, in quibus ſingulorum radii faſciculorum conjunguntur. Ratio quoque ſuffragatur: nam poſteaquam anima eſt habitum adepta judicandi, ſingula objecti puncta in iiſdem punctis, a quibus radiorum faſciculi recta profecti, & deflectentes in oculum intrant, & poſt plures refractiones in ipſius fundo ad objecti imaginem depingendam denuo colliguntur; planum eſt, ſi quo vitro iidem faſciculi ſine confuſione deflectantur a recta inter oculum, & objectum via, eadem objecti ſingula puncta viſum iri in ſingulis punctis, in quibus ſingulorum radii faſciculorum poſt reflexionem, aut refractionem coeunt, perinde ac ſi objectum ibidem foret, & viſione directa conſpiceretur. Com-

probatur etiam univerſe in ſpeculis, aut lentibus, ſive convexis, ſive concavis, in quibus experimenta docent, imaginem objecti apparere in eo vel poſt ſpeculum, & lentem, vel ante loco plus vel minus ab oculis diſtante, in quo ſecundum leges curvæ cauſticæ per reflexionem, aut refractionem apparere debet, ſi propter rationes in anteceſſum expoſitas illum exceperis eventum, in quo objecti in magna a ſpeculo concavo diſtantia collocati faſciculorum radii ante ſpeculum colliguntur, & nihilominus oculi ſpeculo vicini illud poſt ſpeculum vident, & ſimilem eventum in refractione per lentes (n. 48). Id quod conſtat ex pluribus experimentis, quæ ſupra retulimus, & conſtare poteſt vel ex hoc uno, quod apud omnes opticos repetitur, ſuperficiem planam radiis a ſpeculo convexo reflexis viſam apparere curvam, eo quod ex radiis, qui formant ſingulos a ſingulis ſuperficiei punctis profectos faſciculos, alii poſt ſpeculum in minori diſtantia, alii in majori colliguntur.

61 Hic autem in memoriam revocandæ ſunt diverſæ leges, quas in ſuperioribus declaravimus, aut optici recenſent, ſervare viſionem directam, quod attinet ad locum, in quo objecta apparent, aut ad diſtantiam eorum ab oculo: ut, cum corpora longius poſita in eadem linea recta lineæ rectæ duas pupillas conjungenti parallela apparent, eo quod intervallum aliorum ab aliis majus & minus ab oculo in magna diſtantia ſub ſenſus non cadit: cum luna a monte oritur, montem videtur contingere, quia nullum interpoſitum inter lunam & montem corpus oculos laceſſit: cum corpora remotiſſima ſunt, in valde minori diſtantia obſervantur, eo quod interpoſita corpora, quo longius abſunt ab oculis, eo minora videntur: cum duæ lineæ parallelæ ſunt valde longæ, perinde ac ſi forent alia verſus aliam inclinatæ obſervantur, eo quod punctorum e regione intervalla eo videntur minora, quo longiori intervallo ab oculis diſtant; & alia ſexcenta hujuſmodi, quæ aut ſupra notavi, aut ab opticæ ſcriptoribus obſervata fuerunt. Inde enim colligendum eſt, eadem omnia contingere oportere in viſione reflexa, aut refracta, quod attinet ad locum, in quo imagines objectorum conſpici debent. Ex hoc autem fit, quod cum oculo, & objecto poſitis in majori, quam focus abſit, diſtantia a ſpeculo objecta inverſa appa-
rent

rent (n. 48.) ideoque radiis, qui inter focum & ſpeculum colliguntur, aut in ipſomet foco, ſi objectum ſit remotiſſimum, & radii ab objecto profecti inter ſe æquidiſtent, interdum quidem ante ſpeculum in aere penſilia apparent, ſed ut plurimum in ipſamet ſpeculi ſuperficie videntur præſertim a me, qui non ſatis acutis oculis utor, & myops ſum, atque ab aliis, quorum oculi eodem vitio laborant, niſi objectum reflexione viſum foret accenſa fax, quam ego, & alii ſimiles aliquando extra ſpeculum cernebamus. Præſbitæ autem, & multo magis ii, qui in qualibet diſtantia clare, & diſtincte vident, facilius, & frequentius imagines etiam objecti obſcuri intuentur ante ſpeculum in aere penſiles, inter quos præſertim nominare poſſum ſupra laudatum Joannem Baptiſtam Suardum Comitem: cum enim in ejus magnifica villa ſuburbana hæc repeterem experimenta ſpeculo concavo, cujus ſupra mentionem feci (n. 41.) is fere ſemper imagines inverſas ante ſpeculum videbat, & digito monſtrabat locum, in quo ſibi apparerent. Quorum ratio phænomenorum in eo poſita mihi eſſe videtur, quod cum corpora inter ſpeculum, & locum imaginis intercepta clarius viſione directa conſpiciantur ab iis, qui parum acuto oculo utuntur, quam ipſa imago, ob habitum acquiſitum judicandi propiora, quæ clarius, & diſtinctius videntur, illa apparent propria præ hac, niſi quis ita acute videat, ut differentiam lucis ortam ex eo, quod alia objecta præ aliis ipſa per ſe magis lucida ſunt, diſtinguere poſſit a differentia orta ex eo, quod alia præ aliis longius ab oculo diſtant. Quod confirmo duobus. Primo enim non alia videtur poſſe afferri cauſſa, cur fax accenſa etiam myopibus interdum extra ſpeculum in aere penſilis appareat, niſi quia illa, ut corpus lucidum, radiis reflexis clarius videtur, quam objecta inter ſpeculum & locum imaginis interpoſita directis videantur. Secundo in ſpeculis parabolicis, in quibus imagines valde clare & diſtincte in foco repræſentantur, ſed magnæ & deformatæ, ſemper & ab omnibus, qui ultra focum ſint, in ipſo videntur tamquam in aere penſiles. Nam in Comm. D. T. inſcripto *Relatio de inſignibus novi cujuſdam ſpeculi uſtorii effectibus* in Actis Erud. Lipſ. ad an. 1687 men. Jan. pag. 52, & tom. 1. Excerpt. ex iiſdem actis Venet. pag. 491 inter alios ejuſdem effectus

hi

hi referuntur his verbis: *Adeo exactæ eſt polituræ, ut quævis objecta accuratiſſime, & pro diverſo ſuo ſitu horizontali, perpendiculari &c. mire transformata, inſolitaque magnitudine referat: exempli cauſſa puſionem ingentis viri, caput, aliudque membrum monſtroſæ magnitudinis ſpecie. Oculo propius ipſi ſpeculo admoto, quam eſt foci ab hoc diſtantia, objecta omnia intra ſpeculum tamquam remotiſſima, erecto ſitu conſpiciuntur: at eodem ultra foci diſtantiam a ſpeculo remoto, eadem omnia extra ſpeculum inverſa apparent; & quia focus duabus ulnis a ſpeculo diſtat, non ſine voluptate videre eſt objecta diſtinctiſſime tamquam in aere penſilia*. Quare ſi objecta per ſe obſcura a pluribus, præſertim ab iis, qui acuto oculo non utuntur, in ſpeculis concavis, quæ minus clare, quam parabolica, objectum referunt, in ſuo loco non obſervantur, allatæ cauſſæ acceptum ferri debere videtur. Quæ ſint dicta, ut viam mihi muniam ad ſolutionem difficultatum Alemberti, atque etiam ut præoccupem difficultatem propoſitam a Graveſandio, qui num. 3278 ait, mentem in viſione reflexa, & refracta raro referre objectum ad punctum viſibile, ſive ad illud, in quo radii oculum intrantes concurrunt, aut concurrere debent, ſi producantur, & num. 3124, 3125 ſuadet tum ex eo quod in iiſdem circumſtantiis alia aliorum hominum ſunt de diſtantia objectorum judicia, & idem homo, dum objecta æque remota per idem vitrum gradatim intuetur, oculo ad eamdem poſito diſtantiam, non ſemper eodem modo de eorum magnitudine, atque diſtantia judicat; tum ex ſingulari quodam experimento, in quo iterum faciendo rem mihi profiteor contigiſſe, contra quam is ſibi uſuveniſſe fatetur.

62 Quæ autem hic diſſero de ratione, cur imagines non in ſuo loco ante ſpeculum, ſed in ipſa ſpeculi ſuperficie, aut ultra ſpeculum, ut alii contingere ſibi fatentur, apparent, confirmari poſſunt hoc experimento. In cubiculo obſcuro poſui facem accenſam in diſtantia decem, & amplius pedum a ſpeculo concavo in tali obliquo ſitu, ut fax foret ad ſiniſtrum ſpeculi latus, & radii incidentes angulum acutum cum ſpeculo facerent verſus ſiniſtrum latus, & reflexi acutum cum dextro, adeo ut verſus dextrum oculum ponere debuerim, ut in directione reflexorum foret, & imaginem videret. Tum inter facem, & oculum ſpeculum verſus po-

ſui

ſui corpora opaca, quæ impedirent, quominus fax illuminaret locum, qui erat in directione radiorum reflexorum, in quo reperiebantur imago, oculus, & ſpatium inter ſpeculum & oculum interpoſitum, ſolumque permitterent, ut illuſtraret ſpeculum ad horizontem perpendiculare, atque etiam ſpatium horizontale inter ſpeculum, & facem interceptum, ſed hoc valde parum, præſertim in vicinia ſpeculi ob magnam diſtantiam. His perfectis oculus in diſtantia poſitus aliquot pedum, ſed minori diſtantia facis a ſpeculo, ſemper vidit lucidam imaginis facem in loco, ubi formatur, ante ſpeculum in aere ſuſpenſam, digitoque monſtrare potui, atque cooperire, aut in illo recipere. Nec unus tantum oculi ſitus, ſive in una tantum directione, eſt idoneus ad imaginem, ſed plures; nam ſi aliquot pollices aut promovebam oculum verſus dexteram, vel verſus ſiniſtram, aut elevabam, vel deprimebam, imago in aere ſuſpenſa apparebat; ſed in eodem ſemper loco, & valde minor objecto: quod nec aliter eſſe poterat, quia facis a ſpeculo diſtantia valde magna erat. Sin autem a primo ſitu nimium aliquorſum diſcedebam, continuo facis viſio diſparebat. Porro ex his confirmatur allata in anteceſſum ratio. Siquidem in hoc eventu, in quo ſpatium interceptum inter ſpeculum, & imaginem eſt obſcurum, & ſpatium inter ſpeculum, & facem in vicinia ſpeculi ſubobſcurum eſt, ideoque vividius, quam imago, oculum radiis reflexis, aut directis percellere nequeunt, atque ob hanc cauſſam apparere propiora, imago ipſa ſemper oculo propior, ideoque in ſuo vero loco videtur.

63 Quod attinet ad magnitudinem, ſic diſſero. A magnitudine imaginis, quæ radiorum a ſingulis objecti punctis profectorum, & deinde reflexorum, aut refractorum faſciculis formatur, nonnulli pendere volunt apparentem objecti magnitudinem, hac ducti ratione, quod ſicut in viſione directa attenditur ſaltem in mediocribus intervallis vera objecti magnitudo, ſic in reflexa, aut refracta ratio eſt habenda magnitudinis imaginis, quæ alicubi formatur, quia cum non videatur ipſum objectum, ſed ejus imago, hæc in locum primi ſuccedit, & oculos proxime laceſſit. Sed ut nunc mittam alia, quibus hæc ſententia refelli videtur, cum objectum ponitur in foco lentis convexæ, aut ſpe-

ſpeculi concavi, objectum videtur maximum, & nihilominus imago talis non eſt. Tunc enim ſingula ipſius puncta videntur radiis parallelis, qui certe hanc maximam imaginem alicubi formare non poſſunt. Quamobrem hæc ſententia univerſe defendi non poteſt, ſed aliquibus eſt reſtringenda conditionibus. Id quod exſequi nitar poſtquam nonnulla experimenta a me, & ab aliis inſtituta retulero.

64 Primum itaque in valde exigua a ſpeculo convexo, & vitreo magnæ diametri diſtantia facem accenſam poſui, & prope ſtans imaginem ipſius obſervavi minorem face; tum me paulatim removi a ſpeculo ad decem circiter pedum diſtantiam, & imaginem ſemper quidem valde obſcuriorem fieri animadverti, ſed valde parum minorem, quod ipſum exiguum magnitudinis decrementum repeti debere putabam non a majori diſtantia ipſa per ſe, ſed a majori imaginis obſcuritate, qua fiebat, ut partes ipſius languidiores, uti illæ, quæ ſunt verſus apicem, viſum non amplius laceſſerent. Me cum face paulatim removi ad eamdem diſtantiam; quo factum eſt, ut perpetuo facis imago decreſceret, & in ea decem pedum diſtantia multis partibus minor foret. Poſtea manente face in dicto intervallo, me ſenſim admovi ad ſpeculum uſque ad parvam ab eo diſtantiam; hocque factum eſt, ut clarior mihi fieret imago, ſed valde parum major, quod ipſum cauſſæ ſignificatæ acceptum ferebam.

65 Tum me converti ad ſpeculum concavum deſcriptum num. 41. Primum collocavi forfices annulis ellipticis ſurſum erectas ante ipſum valde prope, & in diſtantia valde minori diſtantia foci ab eodem ſpeculo, & prope ſtans ipſarum imaginem aliquanto majorem poſt ſpeculum obſervavi, & quidem eo majorem, quo forfices intra dictam foci diſtantiam longius a ſpeculo aberant: tum me paulatim removi uſque ad ſeptem circiter pedum intervallum, vidique imaginem erectam parum, aut nihil creſcere. Cum me removerem, idem mihi contigit, ac uſuvenire obſervavi in ſpeculo convexo. Nam in utroque eventu imaginem ſemper in eodem loco obſervabam, nec ullam experiebar difficultatem in illius conſervanda viſione: contra quam accidit in eventibus, in quibus eadem augetur; nam ſi ponebam forfices in diſtantia majori, ex. gr. quinque, aut ſex pollicum, mino-

minori tamen diſtantia foci a ſpeculo, quæ eſt 8 poll. & 7 lin. (n. 41.) tunc prope ſtans videbam imaginem erectam valde majorem, quam in primo eventu, cumque me paulatim removerem, illa non parum creſcebat, quo longius diſcederem, ſed paulatim evaneſcebant aliquæ partes, adeo ut aliquando ſolum unum annulum valde majorem factum intuerer. Cum me adhuc retraherem, tota forficum ſpecies evaneſcebat, & alia ſpeculi inclinatione opus erat, ut imaginem rurſus viderem. Si vero in exigua quidem diſtantia forfices ponerem, ſed in ſitu valde obliquo, tunc valde plus creſcebat imago forficum pro ratione diſtantiæ, ad quam me retrahebam, immo mirifice diſtorquebatur non a partibus imis verſus ſummas, ſed dextrorſum, & ſiniſtrorſum, adeo ut annuli illorſum mirifice producerentur, & interdum etiam alia ipſorum pars ab alia disjungeretur. Deinde forfices poſui in diſtantia aliquot pollices majori, quam ſit diſtantia foci, & prope ſtans vidi forfices in ſitu recto parum auctas; tum me paulatim removi, & factum eſt, ut forfices mirum in modum creſcerent, quouſque oculi ad eum pervenere locum puncti concurſus radiorum (n. 39.) in quo illarum imago confundi incipit, & tandem evaneſcere. Adhuc remotis oculis imago inverſa apparere incœpit, & valde major objecto, ſed quo oculi longius removentur, eo magis decreſcit, ſed ſemper ſuo objecto major. Tandem ſi objectum, & oculus ſimul removeantur, ut facies, quæ ſimul cum oculo diſcedit, ea mirum in modum creſcit erecta, donec prorſus confundatur, & diſpareat; poſt quam diſtantiam imago rurſus apparet, primum maxima, deinde eo ſemper minor evadit ſuo quoque objecto, adeo ut in diſtantia ſeptem, aut octo pedum plurimis partibus minor videatur. Denique ſi objectum ponatur in magna decem, aut octo pedum diſtantia, tunc cum oculus valde removetur, inverſum apparet, & quidem ſemper minus quam reipſa eſt.

66 Hinc tranſivi ad lentes. Adhibui unam ex convexis num. 47. Cum lens eſt in parva ab objecto diſtantia, & valde minori diſtantia foci, illius imago ſemper fere eadem videtur, ſive oculus prope lentem ſit, ſive in magna ab ipſa diſtantia, ſed major ſuo objecto; de quo tamen vide quæ infra dicturi ſumus. Si ſit ultra dictam fo-

ci diſtantiam, ſed parum, oculus prope ſtans videt imaginem erectam; dum oculus removetur, creſcit imago, quouſque oculus ad eam diſtantiam pervenit, in qua prius multum aucta, deinde confunditur, & evaneſcit, qui locus eſt punctum, in quo radii refracti copulantur: amplius remotus videt majorem objecto, ſed in ſitu inverſo, atque ita ut ſemper minor fiat, ſed maneat objecto major. Ad magnam aliquot pedum diſtantiam remoto objecto a lente eadem uſuveniunt, niſi quod oculo valde remoto a lente imago apparet valde minor objecto. Tandem ſi lens, & oculus prope illam poſitus ſimul removeantur, parum augeri videtur imago in quacumque ex mediocribus diſtantiis.

67 His, & aliis pluribus ſcriptis, meas ad manus pervenit liber inſcriptus *Amuſemens Philoſophiques .... à Amſterdam, & ſe vend à Marſeille* 1763 auctore Bonaventura Abat, qui Recreatione 4 hæc inter alia ad rem, qua de agimus, pertinentia ſcribit §. 435, & ſeq. Cum quis ſe collocat ante ſpeculum concavum in illo axis puncto, quod a ſpeculo longius abeſt, quam centrum, imago, quæ tunc eſt inter ſpeculum & centrum, eſt minor facie illius, qui ſe intuetur. Id quod monſtratur in omnibus Catoptricæ elementis. Nihilominus poteſt quis ante ſpeculum concavum ita ſe collocare, ut quamvis longius quam centrum abſit, ſe ante ſpeculum videat mirifice amplificatum, & magna diſtinctione, ac perſpicuitate. Quod paradoxum videtur, quia ex altera parte quod hic cernitur, non eſt niſi imago illius, qui ſe reſpicit, & ex altera hæc imago eſt minor objecto. Rem vero his experimentis confirmat. Speculum vitreum ſumit concavum, & obductum ex parte convexa, diametri 10 pollicum, cujuſque foci diſtantia erat pollicum 22 cum 1 : 2 circiter, ideoque diameter ſphæræ illius ſpeculi, utpote quadruplo major, erat 90 pollicum, ſive 7 ped. & 1 : 2. Cum ſe collocaſſet ad diſtantiam circiter pedum 7 & 1 : 2, ſuam vidit faciem in ea magnitudine, in qua eſt. Cum vero plus removiſſet, eo vidit naturali minorem, quo plus ſe removeret. Cum denique ad minorem 7 ped. & 1 : 2 acceſſiſſet, eo majorem obſervavit, quo propius ad centrum accederet, adeo ut in minima ab illo diſtantia mirifice amplificatam intueretur. Cum ſe ante alterum ſpeculum vitreum diametri 11 poll., & diſtantiæ foci abſo-

abſoluti pariter 11 ſimiliter collocaſſet ad diſtantiam primum ped. 3, & poll. 8, tum ad majores, demum ad minores, eadem omnia, ac ante, obſervavit. Quæ experimentis confirmata phænomena theoriæ, quæ in omnibus Catoptricæ elementis reperitur, eſſe contraria animadvertit §. 448, propterea quod ea compertum ſit, objectum in extrema diametro collocatum formare ſuam imaginem in diſtantia 1 : 3 partis diametri a ſpeculo, hujuſque imaginis diametrum non eſſe niſi 1 : 3 partem diametri objecti. Quod his experimentis confirmat §. 451. Cum ad extremam diametrum utriuſque ex dictis ſpeculis facem accenſam, & ad diſtantiam 1 : 3 partis diametri papyrum albam poſuiſſet, & in eadem imaginem facis recepiſſet, imaginis ejuſdem diametrum eſſe 1 : 3 diametri ipſius facis in utroque ſpeculo animadvertit.

68 In experimento 8 §. 472 vultum alterius hominis ſtatuit ante ſpeculum concavum, adeo ut Abatus illius faciem videret ante ſpeculum, quod fieri non poſſe, niſi cum apparet inverſa, & objectum, atque obſervator ſunt in majori, quam focus, a ſpeculo diſtantia, ex ſuperioribus conſtat. Cum homo in eadem a ſpeculo diſtantia manebat, auctor ſemper vidit faciem ejuſdem magnitudinis, tametſi nunc propius ad ſpeculum accederet, nunc recederet longius. Cum vero is maneret in eadem a ſpeculo diſtantia, & homo ad ſpeculum modo propius accederet, modo longius diſcederet, pro majori, aut minori ejuſdem diſtantia faciem majorem vidit, aut minorem. Ex quibus experimentis colligit, ſi imago ratione oculi diſtantiam mutat, non autem ſuam veram magnitudinem, ut in primo experimento contingit, apparentem ipſius magnitudinem eamdem permanere: ſin autem vera ipſius magnitudo cum diſtantia variatur, apparentem quoque variari. Colligit etiam, præcipua phænomena, de quibus hic diſſeritur, non ſolum a nemine obſervata fuiſſe, verum etiam plures ex Opticis crediſiſſe contrarium ejus, quod revera uſuvenit, obtinere. Nam Trabaudus in lib. inſcripto *Principes d' Optique à Paris* 1753 pag. 130, n. 51 ſtatuit, futurum ut ſi objectum ſit prope centrum ſpeculi concavi, ſed ultra, in majori nempe, quam centrum, a ſpeculo diſtantia, & oculus ſit in directione radiorum, qui reflectuntur, videat imagi-

ginem in aere inter centrum, & focum ejuſdem circiter, ac objectum, magnitudinis. De quo experimento auctor obſervat, imaginem quidem revera eſſe circiter æqualem objecto, tametſi aliquantiſper minorem, ſed tamen ſuo objecto valde majorem apparere.

69 Verum ex meis experimentis certiſſime colligo, nunc majorem, nunc minorem apparere pro varia oculi a ſpeculo diſtantia, tametſi objectum eamdem ſemper tueatur. Ac primum poſui forfices concavo ſpeculo valde vicinas, cumque me ad majorem ſemper diſtantiam in axe retraherem, ejuſdem fere magnitudinis apparebant: tum poſui in ſex, & amplius pollicum diſtantia, minori tamen præ diſtantia foci a ſpeculo; tuncque factum eſt, ut quo me magis a ſpeculo removebam, forfices valde majores evaderent. Poſtea collocavi forfices in diſtantia majori præ diſtantia foci, & oculos in diſtantia valde majori, nempe decem, & amplius pedum, ut imaginem forficum inverſam viderem. Tum acceſſi ad ſpeculum, ſed ita ut manerem ultra centrum duos pedes, aut unum cum dimidio, iiſdemque in acceſſibus ſemper imago inverſa ejuſdem fere magnitudinis apparuit. Sed cum cœpi nimium accedere, imago valde creſcebat, ſed eodem tempore fiebat ſemper obſcurior, ita ut per aliquod ſpatium etiam evaneſceret, quo tranſacto denuo videbatur magna, & obſcura, ſed erecta, & quo oculus ad ſpeculum propius admovebatur, magnitudo, & obſcuritas eo minores fiebant, donec in certa ab eodem diſtantia inciperet apparere talium magnitudinis, & claritatis, quales diſtantia forficum a ſpeculo deſiderabat, & cum iiſdem permanebat, quouſque oculus ad ſpeculum perveniret. Hæc autem experimenta, & alia quoque me præſente cum eodem ſucceſſu capta ſunt non ſolum ab iis, quos num. 47 appellavi, ſed etiam ab aliis quampluribus in Philoſophicis, & Mathematicis diſciplinis verſatis, inter quos nominare poſſum Paulum Barzanum, & Joſephum Zola. Id quod ſignificare volui, quo experimentis hactenus allatis, & in poſterum referendis major fides habeatur.

70 Ergo puto, Abatum in errorem inductum fuiſſe iis duobus experimentis, in quibus imago apparet circiter eadem, tametſi oculus in variis collocetur diſtantiis; primo cum apparet inverſa, & oculus in valde magno intervallo

a prin-

a principio reperitur; ſecundo cum erecta, & objectum in valde exigua a ſpeculo diſtantia collocatur: quæ experimenta obſervavi ab initio imponere multis quoque eorum, quos ad mea confirmanda accerſivi. Quæ locorum differentia eſt etiam attendenda in iis eventibus, in quibus auctor univerſe affirmat, imaginum magnitudinem variari, nempe cum oculus ſemper in eadem a ſpeculo diſtantia reperitur, & objectum ab aliis ad alias transfertur diſtantias. Nam oculo ad ſpeculum duos, aut tres pollices admoto forfices ejuſdem fere magnitudinis ſemper apparuerunt, tametſi ad majores atque majores diſtantias retraherentur.

71 Quibus ſumma diligentia a me repetitis tentavi, an verum eſſet alterum auctoris experimentum de æqualitate inter objectum, & apparentem magnitudinem, cum objectum cum oculo ponitur in diſtantia a ſpeculo quadruplo majori diſtantia foci abſoluti, nempe in extrema diametro. Ne quid erroris obreperet, quam accuratiſſime ſum metitus diſtantiam foci collectione radiorum ſolarium, qui in diſtantia pollicum 8 lin. 7 minimam imaginem in alba papyro depingebant, eamque incendebant, quod facere non poterant in alia quacumque majori, vel minori. Tum ne qua foret magna differentia inter diſtantiam objecti, & oculi propter experimenta, quæ modo narravi, meos conſpicillos oculis admotos poſui in diſtantia, quæ foret quadruplo major dicta 8 poll. 7 lin., eoſdemque in ſpeculo concavo obſervavi valde minores naturali magnitudine, in qua oculis ſimilibus conſpicillis armatis obſervantur, & ne differentiæ conſpicillorum aliquid attribuatur, valde minores iis, quos eodem tempore videbam in ſpeculo plano, quod Abatum imitatus prope concavum poſueram: idemque mihi uſuveniebat, cum pro conſpicillis aliud quodcumque objectum in ea diſtantia collocabam. Supra laudati Suardus, Chizzola, aliique quamplurimi, quos ad idem periculum faciendum accerſivi, teſtati ſunt, ſe objectum in ea diametri diſtantia collocatum valde minus conſpicere, quam revera ſit, & quam in plano ſpeculo appareat. Cum vero objecta, & oculos in minoribus diſtantiis collocaremus, ego aliique experti ſumus, eadem naturalis magnitudinis apparere, quando ponuntur in diſtantia circiter 3 : 4 diametri, ideſt triplo majori diſtantia foci abſoluti. Hæc omnia ſum

ex-

expertus altero ſpeculo vitreo, cujus foci diſtantia eſt poll. 7 lin. 2.

72 Hinc tranſivi ad lentes convexas, in quibus etiam aliter, ac Abatus contendit, objectorum magnitudines a me, & ab aliis obſervatæ ſunt. Adhibui lentem utrimque convexam, cujus mentionem feci num. 53, cujuſque foci diſtantia a lente eſt 13 poll. 6 lin. Poſui forſices in minori intervallo a lente præ foci diſtantia ab eadem; eædemque ſemper apparuerunt in ſitu recto majores quam ſunt, & ejuſdem fere ſemper magnitudinis, cum a minima a lente diſtantia ad majores plurium pedum oculos removerem: tum collocavi forſices in majori 13 pollicum & 6 lin., meoſque oculos in lentis vicinia, & vidi in ſuo recto ſitu, illius circiter magnitudinis, qua ſunt, non ſolum cum eædem in dicta diſtantia forent, ſed etiam cum ad valde majores transferrentur. Cum autem paulatim oculos removerem, & perveniſſem ad locum vicinum illi, in quo imago a forſicibus ex altera parte collocatis formatur, imago recta mirifice augeri cœpit, tum obſcurari, & evaneſcere, quouſque illum prætergreſſus locum cœpi videre imaginem inverſam, ſed initio magnam, quæ deinceps uſque ad certum gradum imminuta fuit, in eoque permanſit, tametſi plures adhuc pedes me ab objecti imagine, & a lente retraherem: quæ conſtans imago major eſt naturali, cum objectum eſt in centro, ſive in diſtantia 27 pollicum, & multo magis cum eſt in loco propiori, nec fit æqualis, niſi cum objectum ad valde majorem a lente diſtantiam collocatur.

73 Deinde hæc alia inſtitui, in quibus e contrario oculi permanſerunt immoti, & objectum diſtantias continenter mutavit. Oculos prope lentem collocavi in diſtantia a lente valde minori, quam diſtantia foci, cumque alter forſices ab exigua diſtantia ad majores retraheret, ſemper vidi forſices in ſitu recto, ejuſdemque fere magnitudinis naturali majoris, niſi quod in majoribus intervallis obſcuriores apparebant. Tum me collocavi in diſtantia majori præ foci diſtantia; cumque alter forſices a vicinia lentis ad majores diſtantias removeret, primum imago in naturali ſitu apparens continenter aucta eſt, deinde multum aucta obſcurior facta eſt, & poſtea evanuit; tum emenſo aliquo

ſpa-

ſpatio rurſus apparuit inverſa, & valde major naturali, quæ demum eo magis imminuebatur, quo forfices ad majores diſtantias retraherentur, adeo ut in diſtantia circiter 10 pedum minimæ magnitudinis, & multis partibus naturali minoris apparuerint. Alii obſervatores eadem omnia ſibi uſuveniſſe teſtati ſunt.

74 Ex quibus experimentis una cum ſuperioribus circa ſpecula primo compertum fit, in iis eventibus, in quibus imago poſt ſpeculum, aut lentem apparet erecta, apparentem objecti magnitudinem eſſe in proportione imaginis, quæ aut a radiis reflexis poſt ſpeculum depingeretur, ſi poſt ſpeculum producti intelligantur, aut a refractis poſt lentem vere depingitur. Nam in ſpeculis convexis minorem depingi imaginem, quam ſit objectum, & eo quidem minorem, quo objectum ad majores diſtantias removetur, ab Opticis evidenter monſtratum eſt. Quod conſentit cum ſuperioribus experimentis. Quemadmodum ab iiſdem oſtenſum eſt, imagines objectorum poſt lentes concavas formari, atque eo minores objecto, & in majori diſtantia a lente, quo objecta longius remota fuerint. Quod ſimiliter experimentis conſentaneum eſt. Non minori perſpicuitate confectum fuit, poſt ſpecula concava, & poſt lentes convexas formari imagines objectorum, quæ inter vitrum, & focum collocata fuerint, majores objectis, & eo quidem majores, quo ad focum objecta propius accedunt, & in majori intervallo: in quo pariter maximus eſt inter theoriam, & experimenta conſenſus. Illud unum adverſatur, quod ex noſtris experimentis, quæ adverſus Abatum retulimus, conſtat, imaginem objecti, quod ponatur quidem inter vitrum, & focum, ſed in magna a ſpeculo, aut a lente diſtantia, eo majorem videri, quo oculus ad majores diſtantias retrahitur. Nam in viſione directa objecti magnitudo ad ſenſum non creſcit ob id unum, quod oculus ad varias collocatur ab objecto diſtantias, quæ ſint in numero mediocrium, & inter ſe non diſcrepent, niſi aliquot pedibus. Ergo ſi pro magnitudine objecti hic, quod attinet ad apparentem magnitudinem, attendenda eſt, ut volumus, magnitudo imaginis, quæ in locum objecti ſuccedit, æqualis objecti imago videatur oportet ab oculo in variis mediocribus collocato diſtantiis. Quod cum non accidat, argumento eſt, rationem hic haben-

ben-

bendam non eſſe magnitudinis imaginis. Verum cum hæc ſenſilis æqualitas ſartatecta ſervetur, quando objectum ponitur in valde parva a ſpeculo, & a lente diſtantia, non vero quando in majori, id indicio eſt, in primo eventu ab eadem fere ſpeculi, aut lentis parte reflecti radios, qui ad oculum ſive proximum, ſive remotum perveniant, ideoque formari ſemper fere æqualem imaginem, quæ ſub ſenſus cadat; in altero ab aliis pro alia oculi diſtantia ſpeculi, aut lentis partibus, ideoque depingi varias imagines, quæ in eumdem incurrant. Id quod congruit cum theoria, & cum experimentis num. 43, ex quibus compertum fit, ab alia ſpeculi parte ad oculum propiorem reflecti radios, ab alia ad oculum remotiorem. A theoria vero directæ viſionis non diſſentit, imaginem imaginis apparere majorem, cum eadem major eſt, quemadmodum hic uſuvenit in oculo remotiore, cujus ratione major ſpeculi, aut lentis portio, & magis inclinata idonea eſt radiis ad ipſum reflectendis, aut refringendis, ideoque majori imagini depingendæ. Quare conſtat, in iis eventibus, in quibus imago apparet erecta poſt ſpeculum, aut lentem, apparentem objecti magnitudinem imaginis ultra ſpeculum, aut lentem depictæ magnitudini proportione reſpondere.

75 Sed magna eſt difficultas in definienda apparenti magnitudine, cum objectum ponitur inter centrum ſpeculi concavi, & 3 : 4 diametri; nam in primo puncto imago depicta in centro eſt æqualis objecto, & in altero imago depicta inter idem punctum, & centrum eſt minor objecto, & nihilominus apparens magnitudo in centro eſt valde major objecto, in altero puncto eſt æqualis, & in interceptis eſt quoque major. Quod idem ad lentes convexas transferri poteſt. Tam difficilium phænomenorum rationes ſic explico, & eodem tempore meam in hac definienda apparenti magnitudine ſententiam. Ex iis, quæ in anteceſſum diſſeruimus, colligitur, apparentes ejuſdem objecti in variis ab oculo collocati diſtantiis magnitudines eſſe debere in ratione circiter inverſa diſtantiarum, eo quod eamdem rationem ſequi debent imagines in oculi fundo delineatæ; ſed quia pro variis ejuſdem objecti diſtantiis oculi ſe varie diſponunt, & ita ut, cum objectum intra mediocres, communeſque diſtantias verſatur, æquales ab inæqualiter

liter diſtantibus objectis imagines recipiant, inde fit, ut objectum ſemper ejuſdem magnitudinis intra dictum ſpatium appareat. Quare ſi objectum ad majorem, & minorem diſtantiam collocetur, & anima propter aliquam cauſſam ad id advertere nequeat, facere non poteſt eam variam oculorum diſpoſitionem, quæ ad æqualitatem imaginum ejuſdem objecti in variis collocati diſtantiis in oculi fundo depingendarum neceſſaria eſt, & videre debet objectum propius tamquam majus, remotius tamquam minus, ut perſpicuum fecimus uſuvenire in experimentis Deſagulerii (n. 21.). Simile vero contingit in imagine inverſa, quæ formatur ante ſpeculum concavum, quæque vices objecti gerit. Illa enim, ut ſupra monuimus, fere ſemper obſervatur, tamquam ſi foret in ſpeculi ſuperficie, tametſi revera ſit in loco remoto ab eadem, & oculo ſpectatoris propiori. Quamobrem ex dictis colligitur, eamdem tamquam ſe ipſa majorem obſervari debere, quia oculus eam putans in ſpeculi ſuperficie ita diſpoſitus eſt, ut qualis eſt reapſe, videre debeat, ſi ibi foret; cumque ſit oculo valde propior, majorem ipſius imaginem in retina recipere debeat. Inde vero colligitur, cur ſecundum noſtra experimenta objectum minus appareat, cum in extrema diametro, & tam magnum, quam eſt, cum inter centrum, & extremam diametrum collocatur. Nam in primo eventu imago a ſpeculo formata, quæ habita oculi ratione fungitur munere objecti, eſt 1 : 3 ejuſdem objecti, ideoque propter hanc cauſſam triplo minor objecto videri debet; ſed depingitur in loco 1 : 3 parte diametri a ſpeculo diſtante, ideoque duabus tertiis ab oculo. Ex quo fit, ut magnitudo, in qua revera apparet, ad veram ipſius imaginis magnitudinem, in qua reipſa apparere deberet, ſi in ſpeculi ſuperficie formaretur, ſe habeat ut 3 ad 2, ſive in ratione diſtantiarum inverſa. Quare cum ipſa in ſe ſit triplo minor objecto, & ob rationem depromtam ex eo, quod in majori diſtantia putatur, ideoque magis pupilla dilatatur (n. 19.) in ratione valde minori quam tripla augeatur, mirum non eſt ſi objectum in extrema diametro collocatum, & ipſius imaginis virtute obſervatum, minus, quam revera eſt, appareat. Cum vero objecti in centro collocati imago ſit æqualis objecto, ibidemque depingatur, ratione, quam modo concluſimus,

ſit manifeſtum, objectum in centro, aut prope centrum poſitum videri oportere valde majus, quam revera eſt. Ex quibus concluditur, inter extremam diametrum interque centrum collocari oportere, quo imago ipſa per ſe minor objecto ob majorem angulum, ſub quo propter allatas rationes videtur, tanto major appareat, ut objectum in ſua naturali magnitudine repræſentetur. Id quod uſuvenire, cum objectum in tripla foci a ſpeculo diſtantia collocatur, ſuperioribus experimentis comperimus. Ex quibus ſequitur, a vero aberrare tum Abatum in extrema diametro collocantem objectum, ut illius imago æqualis objecto videatur, tum Trabaudum ad eumdem finem prope centrum ſtatuentem.

76 Nec ullius momenti eſt ratio, quam phænomeni a ſe falſo poſiti affert Abatus, in eo poſita quod imago objecti in extrema diametro collocati formatur a ſpeculo concavo in diſtantia ab oculo 2 : 3 partium diametri, a ſpeculo vero plano in ſuperficie convexi locato in diſtantia ab oculo 6 : 3 partium ejuſdem diametri, nempe in triplo majori, eo quod ultra ſpeculum depingitur in tanto majori poſt ſpeculum diſtantia, quanto major eſt diſtantia objecti ante ſpeculum. Siquidem diſtantia ab oculo, in qua formatur imago a ſpeculo concavo, non eſt comparanda cum diſtantia, in qua formatur a ſpeculo plano, quæ varia eſſe poteſt, quin apparens objecti magnitudo varietur, ſed cum diſtantia, in qua imago apparet, uti nos fecimus, quia hæc, non prima, confert ad pupillam magis vel minus aperiendam, aut a retina removendam, quæ duo valde conducere ad amplificandam, vel minuendam objecti ejuſdem magnitudinem num. 19 oſtendimus. Ergo ſtandum eſt noſtris experimentis, & rationi a nobis allatæ, non experimentis Abati, & ejuſdem rationi.

77 At enim ratio a nobis allata non habet locum in iis, qui imagines vident in loco, in quo revera depinguntur, quos eſſe non paucos conſtat ex iis, quæ num. 61 expoſuimus, & multo magis ex iis, quæ laudatus Abatus ſcribit §. 869, & ſeq. ſuæ mathematicæ Recreationis, in quo docet modum efficiendi, ut fere ſemper imagines ante ſpeculum in ſupradictis eventibus conſpiciantur, in eo poſitum, ut ſolum objectum multa luce perfundatur, propte-

rea

rea quod jam notaverat, in loco valde illuſtrato imagines ut plurimum in loco non ſuo videri. Id quod etiam nos ſimili ratione obtinuimus, ut num. 62 expoſitum eſt. Ad hoc primum adverto, ſupra laudatum Suardum, cum objecti in majori, quam centrum, diſtantia a ſpeculo collocati imagines extra ſpeculum videret, & digito indicaret locum, in quo erant, falſum eſſe, ſe eas videre valde exiguas, & ſuo valde minores objecto. Nobis idem contigit num. 61, ſed in diſtantia valde majori diſtantia extremæ diametri. Quod ſi id contingit in omnibus, qui eas ante ſpeculum in aere veluti ſuſpenſas vident, maximum, ut patet, accedit momentum rationi, quam attulimus. Sin autem in aliquibus uſuvenit, ut cernant ante ſpeculum, & nihilominus majores, quam revera ſunt, intueantur, hanc alteram ad explicationem phænomeni rationem adjungo. Ratio, cur objectum ante ſpeculum planum collocatum videatur in illo puncto, in quo radius ad oculum reflexus, & in alteram partem intra ſpeculum productus cum catheto incidentiæ concurrit, in duobus poſita eſt; primum in eo, quod ibidem omnes faſciculi a dato objecti puncto profecti cum axe optico concurrunt; ſecundo in eo, quod propter æqualitatem inter ſemitam radii in ſpeculum incidentis, & ad oculum reflexi, interque lineam rectam inter dictum punctum concurſus, & oculum interpoſitam radius incidens, & deinceps reflexus ita debilitatus ad oculum pervenit, ac ſi a dicto concurſus puncto recta ad oculum perveniret. Siquidem fortiori luce reflexa ab objecto vicino magis conſtringi pupillam, quam debiliori a remoto reflexa jam vidimus num. 18, indeque rationem elicuimus, cur æquales objecti vicini, & remoti imagines in retina depingantur, contra quam uſuvenire deberet, ſi pupilla eamdem latitudinem, & a retina diſtantiam in omnibus intervallis retineret. Quo conſtituto cum imago inverſa ante ſpeculum depingitur, eſt quidem oculo vicina, ſed radii ab ea profecti valde fractis viribus perveniunt ad oculum, eo quod abſolvunt totum hoc ſpatium, quod eſt inter objectum, & ſpeculum, & deinde quod eſt inter ſpeculum, & imaginem, & inter imaginem, & oculum. Ergo mirum videri non debet, ſi propter allatam pupillæ in objecto remoto magis dilatatæ doctrinam oculi videant has inverſas ima-

imagines majores, quam ſunt, propterea quod imago eſt oculo proxima, & pupilla magis eſt aperta, quam ut imaginem in ſua naturali magnitudine aſpiciat.

78 Quæ ratio mihi perſuadet, imaginem rectam intra ſpeculum convexum majorem videri, quam revera ſit, in concavo autem minorem. Cum enim in primo radii ab objecto profecti intra illud forment imaginem minus a ſpeculo diſtantem, quam objectum ab eodem diſtet, imago eſt oculo propior, & radii in oculum intrant magis debilitati, quam imaginis ab eodem diſtantia poſtulat: & contra cum radii ab objecto inter cavum ſpeculum, & focum poſito manantes intra ſpeculum forment imaginem multo magis diſtantem a ſpeculo, quam objectum ab eodem diſtet, imago eſt ab oculo remotior, & radii in oculum intrant magis integris viribus, quam imaginis ab eodem diſtantia deſideret. Hac de cauſſa num. 74 non dixi, apparentes magnitudines eſſe æquales imaginibus, quæ intra hujuſmodi ſpecula formantur, ſed ſolum iiſdem proportione reſpondere.

79 Quo definiamus magnitudinem, & locum imaginis objecti poſiti inter centrum, & focum ſive ſpeculi concavi, ſive lentis convexæ, præſertim cum objectum ad focum pervenit, in quo maxima difficultas eſt poſita, ut vidimus in objectis Alemberti, oportet cum eodem Abato definire magnitudinem, & progreſſum imaginis, dum objectum ab infinita diſtantia uſque ad ſpeculum transfertur. Is enim §. 402, & ſeq. hæc habet, quibus operæ pretium putamus noſtras animadverſiones inferere. 1. Si objectum eſt ante ſpeculum concavum ad diſtantiam ab eodem infinitam in axe, ad eam nempe, in qua radii ab objecto profecti paralleli incidunt, imago erit infinite parva, & in foco reperietur ante ſpeculum. Tunc ſi oculus ſpectatoris longius abeſt a ſpeculo, quam imago, objectum apparebit in foco ante ſpeculum veluti ſuſpenſum in aere, ſed inverſum. At ſi oculus eſt inter imaginem, & ſpeculum, objectum retro ſpeculum apparebit, & in ſitu naturali, & in ea maxima diſtantia, in qua eſt ante ſpeculum. 2. Si objectum a diſtantia infinita uſque ad centrum provenit, imago fit eo major, donec evadat æqualis objecto, cum objectum attigit centrum; ſed ſpatium conficit valde exiguum, illud nempe

quod

quod interpoſitum eſt inter focum, & centrum, in quo videtur, cum objectum ad centrum pervenit, quod ſpatium eſt æquale quartæ parti diametri ſphæræ, cujus portio eſt ſpeculum. In his eventibus ſi oculus longius abeſt a ſpeculo, quam imago, videt imaginem inverſam aut in loco, in quo eſt, aut in ſuperficie ſpeculi, aut ſecundum obſervationes Abati etiam poſt ſpeculum, quod mihi numquam contigit, aut minorem objecto, aut majorem ſecundum loca in anteceſſum definita, in quibus oculus reperitur. Sin vero minus abeſt, videt imaginem in ſitu naturali poſt ſpeculum eo longius diſtantem, quo objectum magis a ſpeculo diſtat. Si tandem a locis a ſpeculo remotioribus, quam ſit imago, tranſmittat ad propiora, contingunt ea, quæ ſupra obſervavimus (n. 38.). 3. Si objectum a centro verſus focum progrediatur, & tandem ad illum perveniat, imago fit ſemper major, & depingitur in loco ſemper magis diſtanti a ſpeculo, & a centro, adeo ut cum objectum ad focum pervenit, evaſerit infinite major, & in loco infinite diſtanti reperiatur, & radii ſingulorum faſciculorum infinite proximi, & a ſpeculo reflexi evaſerint paralleli, ſive in loco infinite diſtanti colligantur, ut etiam num. 39 ex theoria curvæ cauſticæ eruimus. Si in his eventibus oculus longius abſit a ſpeculo, quam imago, videt illam inverſam, & valde majorem objecto, tum quia major eſt, tum etiam ob rationem num. 73 expoſitam. Sin autem minus abeſt, videt erectam ultra ſpeculum in ea diſtantia a ſpeculo, quæ circiter ſit æqualis diſtantiæ objecti ab eodem (n. 46.). Id tamen eſt intelligendum, cum oculus reperitur adeo propior ſpeculo, & remotior ab imagine, ut radii a ſpeculo reflexi fere paralleli, & parum inclinati in oculum ingrediantur, quemadmodum docuimus num. 46. Ex quo fit, ut objectum apparere debeat valde majus, quam eſt, eo quod cum radii reflexi infinite proximi ſunt paralleli, imaginem maximam formant, ut paulo ante vidimus. Quia vero cum objectum eſt in foco, ex altera parte imago inverſa ante ſpeculum formatur in infinita ab ipſo diſtantia, & ex altera in diſtantiis finitis, in quibus oculus reperiri poteſt, radii infinite proximi ſunt ubique paralleli, inde fit, ut in hoc eventu oculus imaginem videat erectam, & poſt ſpeculum, & valde majorem objecto.

80

80 At enim cum objectum eſt in foco, intelligi non poteſt, qua ratione imago a radiis depicta ſit infinita, ut vult Abatus, & oculus illam ut magnam videat. Sunt enim inter ſe paralleli omnes reflexi radii non ſolum infinite proximi, quique ſingulos faſciculos componunt, ſed etiam ii, qui finito diſtant intervallo: faſciculi vero ſuis extremis punctis non poſſunt infinitam formare imaginem, ſi ſunt inter ſe paralleli, ſed ad ſummum efficient æqualem ſpeculo concavo, quam nec totam oculi in uno poſiti loco videre poſſunt.

81 Aliam horum cum theoria conciliandorum rationem non video præter hanc. Objectum, quod in foco ponatur, debet eſſe valde exiguum, & veluti punctum. Omnes ab hoc puncto profecti faſciculi verſus omnes ſpeculi partes per lineas parallelas ab iiſdem reflectuntur, & in infinita a ſpeculo diſtantia ſuos apices habent in continuata ſuperficie, quæ ſit æqualis ſpeculi ſuperficiei. Jam vero ſuperficies ſpeculi ad punctum eſt veluti infinita. Ergo etiam illa continuata ſuperficies ab apicibus faſciculorum formata erit infinita ratione habita puncti. Eſt autem illa ſuperficies imago puncti, ſive objecti, quod eſt in foco. Ergo imago a radiis parallelis formata erit veluti infinite major objecto, quod in foco ſit. Quod vero pertinet ad viſionem, oculus illud exiguum objectum videre debet multo majus, quam eſt. Nam ex noſtris principiis is videt magnitudinem objecti, cum tam magna celeritate percurrit omnes objecti partes, ut primarum viſio duret, cum excitatur ultimarum (n. 10.). Quare oculus in axe poſitus hac celeri directione axis optici luſtrare poterit ſpeculi ſuperficiem; quia vero radii, & faſciculi omnes paralleli ſunt, ſui converſione verſus omnes circa axem ſpeculi partes recipere poterit radios, non eos omnes, qui a tota ſpeculi ſuperficie reflectuntur, ſed eos ſaltem, quos non exigua circa axem ſpeculi ſuperficies reflectit. Ergo videbit exiguum objectum in foco poſitum tanto majus, quanto illa ſuperficies eſt objecto major.

82 Sed pergamus exponere theoriam Abati. Si objectum a foco ad ſpeculum accedat, tunc imago ab infinita magnitudine, & diſtantia ante ſpeculum, continuo tranſibit ad infinitam magnitudinem, atque diſtantiam poſt ſpe-

cu-

culum, eo quod radii reflexi poſt ſpeculum coire incipiunt in infinita a ſpeculo diſtantia, cum objectum a foco verſus ſpeculum receſſerit ſolum per ſpatium infinite parvum; ſin autem per ſpatium finitum, magnitudo, & diſtantia imaginum majores erunt magnitudine, & diſtantia objecti, niſi cum hoc ad ſpeculum contingendum perveniet, quia tunc diſtantia eſt nulla, & magnitudo imaginis æqualis magnitudini objecti. Oculus autem, in quacumque a ſpeculo diſtantia ponatur, videbit imaginem rectam poſt ſpeculum, majorem objecto, & in majori diſtantia, excepto contactus inter ſpeculum, & objectum eventu.

83 Auctor deinde §. 701, & ſeq. exponit phænomena lentium convexarum, prorſus ſimilia phænomenis, quæ in ſpeculis concavis uſuveniunt. 1. Si objectum ponatur in infinita a lente diſtantia, ipſius imago formabitur ex altera parte, in qua reperitur oculus ſpectatoris, in ipſomet foco, cujus diſtantia a lente eſt quarta pars diametri ſphæræ, cujus portio eſt lens, infinite parva, & inverſa. Oculus autem longius diſtans a lente, quam focus, eam ante lentem videbit inverſam; minus diſtans ultra lentem in ſuo ſitu, & in ea diſtantia, in qua objectum eſt. 2. Si objectum ab infinita diſtantia tranſeat ad centrum, imago formabitur ante lentem ratione habita oculi in aliquo puncto inter focum, & centrum, & quidem minor objecto, niſi in centro, in quo eſt æqualis. Quod attinet ad oculum, eadem contingent ac in ſpeculo concavo pro ratione diſtantiæ oculi a lente, quæ ſit major, vel minor illa, quæ eſt inter imaginem, & lentem. 3. Si objectum a centro ad focum accedat, imago ſemper fit major objecto, & inverſa, & in majori a lente diſtantia, quam abſit centrum, adeo ut cum objectum attigit focum, tunc infinita evaſerit, & in infinita a lente diſtantia reperiatur. In viſione imaginis eadem accidunt, ac in ſimili eventu in ſpeculo concavo. 4. Si objectum a foco ad lentem perveniat, eadem contingunt, quæ in ſimili eventu ſpeculi concavi, ſive quod attinet ad magnitudinem, diſtantiam, & ſitum imaginum, ſive quod ad eorum viſionem.

84 Ex quibus colligi poteſt, ea, quæ paulo ante diſſeruimus de ratione, cur oculus imaginem objecti in foco ſpeculi concavi collocati per radios reflexos parallelos videat

deat poſt ſpeculum valde majorem objecto, pertinere quoque ad ſimilem eventum objecti poſiti in foco lentis convexæ, quia etiam hic radii refracti ad oculum pervenientes paralleli ſunt.

85 Quibus conſtitutis venio ad difficultates Alemberti in anteceſſum expoſitas. Ex iis, quæ in ſuperioribus ſunt diſputata, fit manifeſtum, in viſione directa eſſe habendam rationem anguli viſionis, & magnitudinis imaginis inde profectæ, cum eo tamen, ut in mediocribus intervallis, in quibus oculus frequenter verſari ſolet, objectum fere ſemper ejuſdem magnitudinis appareat, eo quod oculus aliter in aliis intervallis ſe diſponit, & hac pro ratione intervalli diverſa diſpoſitione facit, ut objectum ſub eodem videatur angulo, & eamdem in retina imaginem formet, niſi quædam adjuncta impediant, quominus anima ad varia intervalla poſſit advertere. Quæ omnia ſunt quoque ad viſionem reflexam, & refractam transferenda, ut ſupra docuimus. Unde cl. Scriptori do, objectum A B (*fig.* 8.), quod oculo nudo videtur in A B, & ſub angulo A E B, non continuo videri oportere majus, ſi ope reflexionis, aut refractionis videatur in *a b* propiori, quæ recta ſit æqualis rectæ A B, & ſub angulo majori *a* E *b*, eo quod objecta æqualia A B, *a b*, quamquam poſita in diverſis ab oculo E diſtantiis, tamen ob allatam num. 31 rationem circiter æqualia videri debent, & reipſa videri experimenta confirmant, ſi differentia diſtantiarum intra mediocres conſiſtat. Sed ajo, nulla diſtantiarum E A, E *a* ratione habita imaginem *a b* majorem, minorem, aut æqualem objecto A B apparituram pro eo, quod apices faſciculorum, qui a ſingulis prodeunt objecti A B punctis, adminiculo reflexionis, aut refractionis colliguntur, aut ad oculum E tendunt, perinde ac ſi colligerentur in *a b*, quæ ſit aut major, aut minor, aut æqualis A B. Et ſane objecta poſita ante ſpeculum convexum videntur intra ſpeculum minora, quam ſunt, & tamen in loco, qui introrſum a ſuperficie ſpeculi minus abeſt, quam ipſa objecta extrorſum; & e contrario objecta in diſtantia minori præ diſtantia foci ante concavum collocata majora videntur, & in loco longius remoto. Quod certe non aliunde oritur, quam ex eo quod apices faſciculorum ab objecto prodeuntium in convexis citius colliguntur, & in ſpa-

tio

tio anguſtiori, quam ſunt objecta (n. 74.) & in concavis tardius, & in ſpatio latiori. Quia vero cum imagines ante ſpeculum, & lentem formantur, reipſa majores apparent, quam revera ſunt, hoc in negotio eſt habenda quoque ratio eorum, quæ ſecundum noſtra viſionis directæ principia (n. 77.) diſſeruimus, ut inveſtigaremus rationem, cur in viſione reflexa, aut refracta imagines majores, aut minores, quam ſunt, conſpiciantur. Quibus arbitror ſatisfactum primæ difficultati Alemberti.

86 Nunc venio ad ſecundam, cujus pars ex viſione linearum æquidiſtantium, aut longæ porticus ducitur, cuique ſic occurro. Ex iis, quæ in ſuperioribus diſputata ſunt, colligo, apparentem ſingularum e regione columnarum diſtantiam non eſſe repetendam ab illo viſionis angulo, qui foret in ratione inverſa diſtantiarum ab oculo; nam ſi res ita foret, ultimarum diſtantia columnarum multis partibus minor appareret diſtantia primarum, eo quod illarum ab oculo diſtantia multis partibus ſuperat harum diſtantiam; quod profecto longe abeſt a vero, ſi porticus non adeo longa ſit, quia ultimarum diſtantia nec major dimidia primarum apparet. Itaque ajo, cum oculi a primis columnis uſque ad ultimas porticum luſtrant ea celeritate, quæ neceſſaria eſt, ut totam ſimul videant (n. 10.) ſe aliter aliterque diſponere, & ſic efficere, ut columnæ remotiores appareant ſub angulo majori, quam earum ab oculo diſtantia poſtularet. Neque dixeris, ſi res ita foret, ſingularum inter ipſas diſtantiam eſſe apparituram æqualem, quemadmodum imagines ejuſdem hominis in diſtantiis 20 pedum, & 40 ob eamdem rationem æquales conſpiciuntur. Quamvis enim certo dijudicari non poſſit, utrum homo poſitus in diſtantia 20 pedum majoris appareat magnitudinis, quam idem poſitus in diſtantia 40; tamen ſæpius repetita ſingularum e regione columnarum differentia ratione habita interpoſitæ magnitudinis, quæ cum major, aut minor apparet, facit ut columnarum inter ipſas diſtantia major quoque, vel minor videatur, ita ſenſilem gignit in oculo varietatem, ut ſub ſenſus cadat. Quamquam illud etiam dici poteſt, magnam illam celeritatem, qua oculus ad finem illius uno ictu videndæ totam porticum luſtrare debet, non permittere, ut ob minorem lucem a remotioribus columnis, &

interpoſito ſpatio reflexam ita ſe ſtatim aperiat, quemadmodum neceſſe eſt, ut eadem ſub æquali angulo cernantur, ideoque æqualem in retina forment imaginem, & æqualia videantur. Quibus compertum fit, adverſus communem ſententiam, quatenus a me defenditur, in propoſita difficultate nihil eſſe momenti.

87 Quod pertinet ad ſequentes, parum moror rationem, qua Barrowius definivit magnitudinem, ſub qua videntur objecta radiis reflexis, aut refractis, ideoque & rationes, quibus eamdem ſecum ipſam non conſtare, nec cum aliis, quæ idem prius conſtituerat, Alembertus plane demonſtrat. Siquidem ex iis, quæ jam conſtitui, primum ajo, cum imago poſt lentem convexam, aut ſpeculum concavum formatur, objectum videri in eo loco, in quo faſciculorum a ſingulis objecti punctis prodeuntium apices reperiuntur, aut reperiri deberent, ſi producerentur, indeque diſtantiam objecti pendere. Deinde cum imago ante lentem, & ſpeculum formatur, & oculi longius abſunt a lente, & a ſpeculo, quam imago, ſtatuo, idem objectum apparere aut in loco, in quo eſt imago, aut in ſuperficie lentis, & ſpeculi, aut etiam poſt, ſecundum ea, quæ nixi experimentis, atque rationibus ſupra diſſeruimus. Poſtea in eodem eventu imaginis formatæ ante lentem, & ſpeculum, vel in foco, vel in majori a foco diſtantia, ſed oculo minus ab iiſdem diſtante, quam abſit locus, in quo imago depingitur, ajo videri objectum ultra lentem, & ſpeculum in ea circiter ab iiſdem diſtantia, quæ eſt æqualis interpoſitæ inter objectum ex altera parte, & lentem, aut ſpeculum ex altera. Cujus rationem ad ea confirmanda, quæ alibi diximus (n. 46.) ſic etiam explico. Duæ ſunt, ut paulo ante monui, cauſſæ, propter quas anima videt objecta in catheto incidentiæ, cum agitur de ſpeculis planis, in ea poſt ſpeculum diſtantia, quæ ſit æqualis diſtantiæ objecti a ſpeculo ante ipſum ſpeculum: prima quod apices faſciculorum ibi colliguntur; ſecunda quod radius primum incidens, & poſtea reflexus ad oculum ita pervenit debilitatus, ac ſi a dicto puncto recta perveniret, propterea quod hæc ſpatia æqualia ſunt (n. 77.). Jam vero in eventu, quo de agimus, prima cauſſa non eſt, eo quod imago retro caput formatur, & oculus ita comparatus eſt, ut referat ima-

imagines objectorum ante ſe, non poſt ſe. Ergo videre debet objecti diſtantiam ſolum ob ſecundam rationem, ex qua fit, ut judicare debeat objectum poſt lentem, aut ſpeculum tantum diſtare, quantum idem objectum a lente, & ſpeculo diſtat ante eadem, eo quod pro hujus diſtantiæ ratione radii ad oculum magis debilitati perveniunt, præſertim cum eodem tempore minus ob minorem diſtantiam loci, a quo proficiſcuntur, fracti perveniant radii, qui a ſingulis ſpatii inter lentem, aut ſpeculum, & objectum interpoſiti partibus profecti ad eumdem oculum perveniunt refracti, aut reflexi, ideoque forment illius imaginem tamquam propiorem, & poſt lentem, aut ſpeculum interpoſitam inter hæc, & imaginem objecti, cujus habita ratione diſtantiam inter lentem, aut ſpeculum, interque objecti imaginem videmus. Cum vero ſimus in hoc eventu, quando radii reflexi, aut refracti ad oculum paralleli perveniunt objecto poſito in foco, aut prope focum lentis, aut ſpeculi (n. 34.) inde fit, ut objectum his radiis conſpectum videre non debeamus nec cum Barrowio in minima earum diſtantiarum, in quibus objectum clare videtur, nec cum Alemberto in maxima, ſed in majori, aut minori, pro ut objectum a lente, & ſpeculo magis vel minus diſtat. Atque hæc eſt ratio, cur tametſi radii paralleli ad oculum perveniant, ſive microſcopio utamur, ſive teleſcopio ex duobus vitris conſtante, adminiculo primi videamus objectum tamquam vicinum, adminiculo ſecundi tamquam remotum; cujus differentiæ rationem in alia quacumque ſententia fruſtra quæſieris.

88 Reſtat ultima difficultas, cui ſic occurro. Cum *a c* (*fig. 9.*) eſt unius pollicis, & planum *a b c d* ad diſtantiam unius pedis, A C eſt duorum pollicum, & planum A B C D eſt poſt primum ad duorum ab oculo pedum intervallum, oculus ita diſpoſitus eſt, & præſertim pupilla ita aperta, ut videat ſolum primum planum, & lineam *a c* unius pollicis; cum autem de medio tollitur planum *a b c d*, in objecto remotiore A B C D intuendo aliter diſponitur oculus, & præſertim ita ipſius pupilla magis aperitur, ut oculus videat rectam A C in ea magnitudine, in qua eſt. Qua de re vide quæ diximus num. 21 de globo duplo minore, quam ſit alter in duplo majori diſtantia collocatus, quem

 pri-

primum anima credens eſſe ſecundum, ita conformat oculum, ut videat ejuſdem magnitudinis, ſub qua paulo ante ſecundum obſervaret. Hæc enim valde faciunt ad rem, qua de agimus. Quæ cum ita ſint, omnibus Alemberti difficultatibus ſatisfactum arbitror, atque in tuto collocatum Barrowianum circa Opticæ, Catoptricæ, & Dioptricæ leges principium, pro ut tamen a me explicatur, atque defenditur.

Fig: 8.

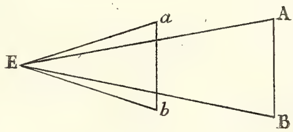
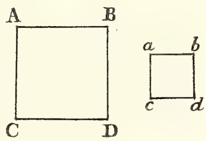


Fig: 9.



NICOLAI DE CONDORCET

De integratione æquationis

$$a + b u + \frac{c\,d u}{d x} + \frac{g\,d u}{d y} + \frac{h\,d u}{d z} + \frac{i\,d^2 u}{d x^2} + \frac{k\,d^2 u}{d x\,d y} + \frac{l\,d^2 u}{d x\,d z}$$
$$+ \frac{m\,d^2 u}{d y^2} + \frac{n\,d^2 u}{d y\,d z} + \frac{o\,d^2 u}{d z^2} \;\&c. = 0.$$

PARS PRIMA.

De integralis forma, & determinatione.

CUm in plurimis de motu fluidorum quæſtionibus maximi ſit momenti æquationem ſine differentiis huic reſpondentem cognoſcere, meas meditationes celeberrimæ Societati ſubmittere præſumo, ea ſpe nixus, fore ut rei ipſius utilitas veniam auctoris conciliet inſufficientiæ.

I.

De æquatione primi ordinis.

SIt æquatio $a + b u + \frac{c\,d u}{d x} + \frac{g\,d u}{d y} + \frac{h\,d u}{d z} = 0$, in qua quantitates a, b, c, g, & h ſunt conſtantes. Idoneæ ſubſtitutionis ope ſemper effici poteſt, ut terminus a evaneſcat: ergo ſola æquatio $b u + \frac{c\,d u}{d x} + \frac{g\,d u}{d y} + \frac{h\,d u}{d z} = 0$ hic eſt tractanda.

Ponatur $u = e^{fx + f'y + f''z}\, F\, x + A y + B z,\; x + A'y + B'z$. Primo formam, ſalva eadem generalitate, multo ſimpli-

pliciorem ſumere licet. Nam ſint A, B, A', B'; f f', f'' quantitates determinatæ, & ſupponatur $fx+f'y+f''z$ æquale $f_{\cdot}x$ plus functioni arbitrariæ lineari $x+Ay+Bz$, $x+A'y+B'z$; erit $fx+f'y+f''z=f_{\cdot}x+p(x+Ay+Bz)+q(x+A'y+B'z)$: ergo $f=f_{\cdot}+p+q$; $f'=pA+qA'$; $f''=pB+qB'$: unde $q=\frac{Bf'-Af''}{BA'-AB'}$, $p=\frac{A'f''-B'f'}{BA'-AB'}$; unde $f_{\cdot}$ determinatur. Ergo forma e^{fx} . F $x+Ay+Bz$, $x+A'y+B'z$ eadem pollet generalitate, qua forma primo ſumpta, modo non ſit $BA'-B'A=0$, vel $\frac{A}{B}=\frac{A'}{B'}$, quo caſu F evadit functio $x+Ay+Bz$, $x+P.\overline{Ay+Bz}$, & ideo duas tantum variabiles involvit. Deinde cum pro $x+Ay+Bz$, & $x+A'y+B'z$ uſurpari poſſint $x+A''y$, $x+B''z$, modo multiplicando $x+A'y+B'z$ per q & q', & detrahendo ex functione $x+Ay+Bz$ ſatisfieri poſſit æquationibus $qA'-A=0$, $q'B'-B=0$, nec q æquetur q', nec ſit $q-1$, vel $q'-1=0$; in primo autem caſu ſi quæratur A'' & B'', erit $A''=B''=0$; in ſecundo erit A'' vel B'' æquale infinito: his poſitis

Sit $u=N.e^{fx}$ F $x+Ay, x+Bz$: cum poſt ſubſtitutionem quilibet terminus evaneſcat, erit $b+fc=0$, $c+gA=0$, $c+hB=0$: unde, modo non ſit $c=0$, nec $g=0$, vel $h=0$, $u=e^{-\frac{b}{c}x}$ F $x-\frac{c}{g}y$, $x-\frac{c}{h}z$.

Si $c=0$, æquatio variabilem x; ſi $g=0$, variabilem y; ſi $h=0$, variabilem z non involvet: ergo in his caſibus duarum tantum variabilium u erit functio.

Ergo generaliter forma uſurpata valorem quantitatis u repræſentabit.

Si quæratur expreſſio quantitatis u per functionem unius tantum quantitatis, ut $e^{fx+f'y+f''z}$ F $x+Ay+Bz$, vel potius $e^{fx+f'y}$ F $x+Ay+Bz$, quoties B non eſt zero, erit $b+cf+gf'=0$, & $c+gA+hB=0$; unde valor u erit ſumma functionum $N.e^{fx-\frac{cf+b}{g}y}$ + ſeries infinita terminorum ejus formæ $\times$ F $x+Ay-\frac{c+gA}{h}z$; ubi

f &

f & A remanent indeterminatæ; nec ulla eſt exceptio, modo æquatio data ſit inter quatuor variabiles. Nam quoties vel c, vel g, vel b æquatur ciphræ, una ex quatuor variabilibus evaneſcit.

Series exponentialium reduci poteſt ad hanc formam $N.e^{\frac{-b}{g}y}.e^{f.\overline{x-\frac{c}{g}y}}+\ldots\ldots\ldots$, vel $N.e^{\frac{-b}{g}y}\,F'\,\overline{x-\frac{c}{g}y}$; ergo u æquatur ſummæ functionum $N.e^{\frac{-b}{g}y}\,F'\,\overline{x-\frac{c}{g}y}\,F\,\overline{x+Ay-\frac{c+gA}{h}z}$, vel generalius $N.e^{\frac{-b}{c}x}\,F\,\overline{x+Ay-\frac{c+gA}{h}z}\times F'F\,\overline{x+A'y-\frac{c+gA'}{h}z}$, vel tandem $u=N.e^{\frac{-b}{c}x}\,F$ (numeri cujuſcumque functionum arbitrariarum $x+Ay-\frac{c+gA}{h}z$, A arbitrario remanente). Quæ omnes ſolutiones, præter formarum diverſitatem, ejuſdem ſunt generalitatis.

Si in æquatione primi gradus ponatur $u=N.e^{fx+f'y+f''z}$, erit $b+cf+gf'+hf''=o$; unde $f''=-\frac{cf+gf'+b}{h}$, & u æquale ſeriei $N.e^{\frac{-b}{h}z}.e^{f.\overline{x-\frac{c}{h}z}}.e^{f.\overline{y-\frac{g}{h}z}}$. Si vero per ſeriem hujus formæ aggrediamur exprimere valorem $F\,\overline{x+Ay},\,\overline{x+Bz}$, conſtabit ex terminis $e^{f.\overline{x+Ay}}.e^{f'.\overline{x+Bz}}$; ubi f, & f' ſunt indeterminata. Ergo ex hac hypotheſi pro valore quantitatis u vera integralis forma eruetur.

II.

II.

De æquatione ſecundi ordinis, vel æquatione

$$bu + \frac{c\,du}{dx} + \frac{g\,du}{dy} + \frac{h\,du}{dz} + \frac{i\,ddu}{dx^2} + \frac{k\,ddu}{dx\,dy} + \frac{l\,ddu}{dx\,dz} + \frac{m\,ddu}{dy^2} + \frac{n\,ddu}{dy\,dz} + \frac{o\,ddu}{dz^2} = 0.$$

Ponatur $u = N.e^{fx}\,F\,x + Ay,\ x + Bz$. Erunt

$$b + cf + if^2 = 0$$
$$c + gA + 2fi + fkA = 0$$
$$c + hB + 2fi + flB = 0$$
$$i + kA + mA^2 = 0$$
$$i + lB + oB^2 = 0$$
$$2i + kA + lB + nAB = 0$$

ubi tres tantum indeterminatæ, & ſex conditiones; unde valor quantitatis u hanc formam ſortiri non poteſt, niſi æquationis coefficientes tribus conditionibus ſatisfaciant.

Sint duæ radices æquationis pro f, f & f'; erit

$$A = -\frac{c + 2fi}{g + fk} \text{ vel } \frac{c + 2f'i}{g + f'k},$$

$$B = -\frac{c + 2fi}{h + fl} \text{ vel } \frac{c + 2f'i}{h + f'l};$$

& valor generalis u, $N.e^{fx}\,F\,x + Ay, x + Bz + Ne^{f'x}.F\,x + A'y,\ x + B'z$. Qui valor non eſt legitimus, niſi, ponendo pro A & B valores ſupra aſſignatos, tres poſteriores evaneſcant æquationes, nec A & B ſimul ciphræ, vel alterutrum infinito æquetur.

Si ex duobus valoribus unus tantum tribus ſatisfaciat conditionibus, erit u æquale termino $N\,e^{fx}\,F\,x + Ay, x + Bz$ plus ſeriei infinitæ.

Si nullus valor ſatisfaciat æquationibus, u æquale erit ſeriei infinitæ.

Si vel A, vel B æquatur ciphræ, vel alterutrum infinito, pro u uſurpari debet forma $e^{fy}\,F\,y + Ax,\ y + Bz$, vel $e^{fz}\,F\,z + Ax,\ z + By$.

Si

Si æquatio non admittit ſolutionem finitam, quæratur valor u per ſeriem infinitam ex terminis formæ $e^{fx+f'y}$ $\text{F}\, x + Ay + Bz$: erunt

$$b + cf + gf' + if^2 + kff' + mf'^2 = 0$$
$$c + gA + hB + 2if + kfA + kf' + lfB + 2mf'A + nf'B = 0$$
$$i + kA + lB + mA^2 + nAB + oB^2 = 0$$

Cum ergo tres ſint æquationes pro quatuor quantitatibus, una tantum indeterminata remanebit; & 1.° Data quantitate A, dabitur B in A per æquationem ſecundi gradus; 2.° Si ex æquatione lineari in f & f' ſubſtituatur valor quantitatis f' in æquatione ſecundi gradus, erit f datum per æquationem ejuſdem gradus, & duo valores f reſpondebunt cuilibet valori quantitatis B. Si igitur ſint B & B' duo valores pro eodem A, & f, $f_{,}$ duo valores f pro B, & $f_{,,}$ $f_{,,,}$ duo valores pro B'; $f_{,}$ & f' valores f pro B, & $f'_{,,}$, $f'_{,,,}$ valores f' pro B', erit u æquale ſeriei terminorum

$$(N e^{fx+f'y} + N' e^{f_{,}x+f'_{,}y})\, \text{F}\, x + Ay + Bz$$

$$+ (N'' e^{f_{,,}x+f'_{,,}y} + N''' e^{f_{,,,}x+f'_{,,,}y})\, \text{F}\, x + Ay + B'z$$

ubi quantitas A indeterminata remanet.

Si quantitas A determinetur, & evadat f vel f' æquale infinito, tum pro $e^{fx+f'y}$ uſurpabitur $e^{fx+f'z}$, vel $e^{fy+f'z}$.

Quoties æquatio admittit in valore quantitatis u functionem arbitrariam duarum quantitatum, pro valore B in A erit f indeterminatum; & ſi duas admittat hujuſmodi functiones, tum pro duobus valoribus B in A erit f indeterminatum.

Sit $u = N . e^{fx+f'y+f''z}$; erit $b + cf + gf' + hf'' + if^2 + kff' + lff'' + mf'^2 + nf'f'' + of''^2 = 0$, ubi f, & f' remanent indeterminata, & f'' datur in f, & in f'.

Si æquatio in f, f', f'' ita eſt comparata, ut reſolvi poſſit in duas æquationes $a' + b'f + c'f' + \partial'f'' = 0$, hæc ſeries æquetur functioni arbitrariæ duarum variabilium. Unde vel duas hujuſmodi functiones, vel nullam continet valor quantitatis u.

III.

De æquatione tertii ordinis.

ADdantur æquationi ſecundi ordinis termini $\frac{p\,d^3 u}{d x^3}$

$$+ \frac{q\,d^3 u}{d x^2 d y} + \frac{r\,d^3 u}{d x^2 d z} + \frac{ſ\,d^3 u}{d x d y^2} + \frac{t\,d^3 u}{d x d y d z} + \frac{a'\,d^3 u}{d x d z^2} + \frac{b'\,d^3 u}{d y^3}$$

$$+ \frac{c'\,d^3 u}{d y^2 d z} + \frac{\partial'\,d^3 u}{d y d z^2} + \frac{e'\,d^3 u}{d z^3}.$$

Ponatur pro u valor formæ pro ſecundo gradu uſurpatæ: erunt

$$b + c f + i f^2 + p f^3 = 0$$
$$c + g A + 2 i f + k f A + 3 p f^2 + q f^2 A = 0$$
$$c + h B + 2 i f + l f B + 3 p f^2 + r f^2 B = 0.$$

Ex poſterioribus eruetur valor A & B pro tribus valoribus f, & ſeptem remanebunt æquationes, quæ totidem exprimeent conditiones inter coefficientes æquationis: quæ ſi veræ ſunt, u ſub hac forma legitime exprimi poteſt.

Si tres valores quantitatis f ſunt inæquales, erit $u = N . e^{fx} F\, x + Ay, x + Bz + N' . e^{f'x} F' x + A' y, x + B' z + N'' . e^{f''x} F'' x + A'' y, x + B'' z$.

Si $f = f'$, pro duabus functionibus uſurpabitur functio $N . e^{fx} F\, x + Ay, x + Bz + N' x e^{fx} F' x + Ay, x + Bz$.

Si $f = f' = f''$, uſurpabitur functio $N . e^{fx} F\, x + Ay, x + Bz + N' e^{fx} x F' x + Ay, x + Bz + N'' e^{fx} x^2 F'' x + Ay, x + Bz$.

Caſus, in quo A & B ſimul æquantur ciphræ, & caſus, in quo A vel B æquatur infinito, reſolvetur eodem modo, quo pro ſecundo ordine uſi ſumus.

Si aliqua æquatio conditionis abſurda fiat, tum ſit $u = e^{fx + f'y} F\, x + Ay + Bz$, ut pro ſecundo gradu: erunt

$$b + c f + g f' + i f^2 + k f f' + m f'^2 + p f^3 + q f^2 f' + s f f'^2 + b' f'^3 = 0$$

c +

$$c + gA + hB + 2if + kfA + kf' + lfB + 2mf'A + nf'B + 3pf^2 + qf^2A + 2qff' + rf^2B + sf'^2 + 2sff'A + tff'B + 3b'f'^2A + c'f'^2B = 0$$

$$i + kA + lB + mA^2 + nAB + oB^2 + 3pf + 2qfA + qf' + 2rfB + 2sf'A + sfA^2 + tfAB + tf'B + a'fB^2 + 3b'f'A^2 + 2c'f'AB + \partial'f'B^2 = 0$$

$$p + qA + rB + sA^2 + tAB + a'B^2 + b'A^3 + c'A^2B + \partial'AB^2 + e'B^3 = 0$$

Pro quatuor ergo variabilibus quatuor extant æquationes. Si igitur ad minorem numerum reduci non poſſunt, erit u $N e^{fx+f'y}$ F $x + Ay + Bz \ldots\ldots +$ tot functionibus hujus indolis, quot æquatio in f radices habet; qui valor admodum eſt peculiaris.

Si quatuor æquationes ad tres reducuntur, tum erunt f, f', B data in A; & valor u erit generalis, & ejuſdem naturæ, cujus pro æquatione ſecundi ordinis, quæ integrale finitum non admittit.

Si ad duas tantum reducuntur, f & A indeterminata remanebunt, & hæc forma ad formam finitam reducetur, ut pro æquatione primi ordinis, quoties hæc reductio erit poſſibilis.

Si caſu, quo valor particularis tantum obtinetur præcedenti methodo, fiat $u = N e^{fx+f'y+f''z}$, obtinebitur æquatio

$$b + cf + gf' + hf'' + if^2 + kff' + lff'' + mf'^2 + nf'f'' + of''^2 + pf^3 + qf^2f' + rf^2f'' + sff'^2 + tff'f'' + a'ff''^2 + b'f'^3 + c'f'^2f'' + \partial'f'f''^2 + e'f''^3 = 0.$$

f & f' ſunt indeterminata, & f'' datur in f & f'.

Si nunc æquatio tertii gradus in tres æquationes primi gradus reſolvitur, erit valor u finitus, & æqualis ſummæ trium functionum formæ $F\,x + Ay$, $x + Bz$.

Si unicam tantum admittit, erit u æquale functioni hujus generis plus ſeriei infinitæ.

Tum erit æquatio inter f, f', f'' ſecundi gradus; fiat $f' = Nf + M$, $f'' = N'f + M'$. Fiat ſubſtitutio in æquatione, & ponantur coefficientes f æquales ciphræ; erunt tres æquationes pro quatuor variabilibus: una igitur remanebit indeterminata, & erit pro ſerie exponentialium ſeries

 fun-

functionum $e^{My + M'z} F x + N y + N' z$, ubi una quantitas remanet indeterminata.

Si æquatio eſt tertii gradus, fiat eadem ſubſtitutio: erunt M, M', N, N' quantitates determinatæ; quod cum forma prius determinata congruit.

Hic peculiares caſus hujuſmodi integrationis enucleare non aggrediar; ſatis erit obſervare, eodem modo æquationes quarti, quinti, cujuslibet ordinis eadem methodo reſolvi; æquationi quarti gradus in infinitis caſibus nullam functionem arbitrariam finitam ſatisfacere, & ope theoriæ infra explicatæ varios ſolutionis caſus poſt ſubſtitutionem functionis $e^{fx + f'y + f''z}$ pro u ex indole æquationis inter f, f', f'' erui poſſe.

I V.

De æquationibus inter plures variabiles.

EAdem methodus æque valet pro æquationibus inter quinque, ſex &c. variabiles; ita ut ſit, pro quinque variabilibus, u æquale vel functionibus arbitrariis trium quantitatum linearium, in quibus coefficientes ſunt determinati, vel ſeriei functionum duarum quantitatum, ubi remanet coefficiens indeterminatus, vel ſeriei unius quantitatis, ubi duo coefficientes remanent indeterminati, vel ſeriei functionum exponentialium, ubi tres coefficientes remanent indeterminati; & numerus harum functionum, vel ſerierum erit æqualis ordini æquationis: unde pro pluribus variabilibus lex patet.

Si fiat pro quinque variabilibus $u = e^{fx + f'y + f''z + f'''z'}$, unica dabitur æquatio inter quatuor variabiles, & æquatio ejuſdem gradus, cujus ordinis æquatio data; cuilibet radici $M + Nf + Pf + Qf'' + Rf'''$ reſpondebit functio indeterminata trium quantitatum; cuilibet ſolutioni $M + Nf + Pf' + Qf'' = 0$, $M' + N f + P f + Q f = 0$ functio arbitraria duarum quantitatum; cuilibet ſolutioni $M + Nf + Pf' = 0$, $M' + N' f + P' f' = 0$, $M'' + N'' f + P'' f = 0$ fun-

functio arbitraria unius quantitatis. Aliter nulla functio arbitraria finita.

Pro ut M, M', &c. remanebunt indeterminata, vel data per æquationes certi gradus, indoles, & numerus ſerierum patebunt.

Quomodo eadem lex pro ſex, pro ſeptem, pro n variabilibus progrediatur, & quomodo dato numero variabilium determinetur ordo æquationis, pro quo poſſit fieri, ut nullam valor u admittat functionem arbitrariam, & tantum per exponentiales detur, ſatis patet.

De his æquationibus tractavit Eulerus in tertio volumine Calculi Integralis.

Pariſiis die Julii decimaquinta anno 1775.

SE-

SEBASTIANI CANTERZANI

De machinis duabus ad metallicas formas, quibus vitreæ lentes conficiuntur, conſtruendas inventis.

LEntium, quibus teleſcopia parantur, condendarum ars duobus maxime continetur; quorum alterum ad formas, quibus vitra elaboranda ſunt, pertinet, alterum in ipſa, quæ formis perfici debet, vitrorum elaboratione eſt poſitum. Nam ut puriſſima vitra ſint, & nitidiſſima, in hoc quidem non tanta creditur ineſſe difficultas, quanta in duobus illis, ut formæ ſphæricam figuram probe referant, & vitris figura, quam formæ habeant, accurate tribuatur. Atque hoc quidem alterum, quantum a peritis intelligere potui, non niſi longo uſu & diuturna exercitatione poſſunt ſibi tandem artifices comparare: alterum vero ita arduum eſſe cenſetur, præſertim ſi de maioribus ſphæris agatur, ut maximo ſemper honori fuerit Ioſepho Campanæ, Spoletino homini, qui ſuperiori ſeculo floruit, quod machinam invenerit, qua formis figuram non modo accuratiſſime ſphæricam, ſed datam etiam, & conſtitutam impertiebat. Quam propterea bene de optica, deque aſtronomia meritus fuiſſet, ſi inventum patefeciſſet ſuum, commiſiſſetque, ut qui lentes conficere cuperent uſquequaque perfectas, & cum ſuis illis comparandas, vitrorum formandorum ſuam potius ipſius induſtriam requirerent, quam formas! Sed maluit ſolus in arte regnare, quam aliorum ſervire commodo. Itaque inventum ſervavit, quoad vixit, cautiſſime; neque minus diligenter ſervabat adhuc filia eius unica, quam rerum ſuarum reliquit, & occultæ artis heredem: quod fortaſſe quam diu impoſterum latuiſſet! niſi ſumma Benedicti XIV liberalitate, atque Herculis Lellii opera factum fuiſſet, ut in eius poſſeſſionem hoc deni-

denique Artium, atque Scientiarum Inſtitutum veniret. Cum enim Inſtituto præſint Senatores ampliſſimi, qui, ut optimi patriæ Patres, privatis publica anteponere commoda conſueverunt, non potuit una cum invento ad Inſtitutum tanta illa cautio manare. Sit enim quamvis pulchrum & iucundum reconditæ ſcientiæ opinione florere, hoc certe tenent illi & illuſtrius eſſe, & liberali homine dignius, omnia, quibus artes perfici, augerive poſſint, in medium proferre, nihil reſervare ſibi, quo minus fruantur alii. Conſtituerunt itaque totam illam tantopere deſideratam Campanæ molitionem in publicum proponere: quod quidem, niſi plures, quas hic nihil attinet afferre, prohibuiſſent cauſæ, multo iam ante feciſſent. Sed faciunt nunc eo etiam libentius, quod ultra montes Campanæ noſtro eam machinam inventam attribui ſenſerint, a qua perfectas formas nemo, ne harum quidem rerum imperitiſſimus, exſpectare poſſit. Atque quo magis appareat, quam non ſint artifices noſtri rudes, ſimul palam facere opportunum ducunt, quid is, qui Mechanici, atque Optici munus in hoc ipſo Inſtituto exercet, Ioſephus Brunius molitus fuerit, quo eſſet ſibi Campanæ machina minus deſideranda. Iamdiu enim inſtrumento utitur quodam ſuo, ſimpliciſſimo, ut vere fatear, quodque ſi figuram formis non tribuit ad veritatem ſphæricam, eam certe tribuit, quæ ſphærica ſit ad ſenſum, & lentes exhibeat probatiſſimas. Cum vero hæc omnia in lucem proferendi munus per Senatores Inſtituti præfectos mihi impoſitum fuerit, putavi non poſſe me aut aptius eorum obtemperare voluntati, qui iuſſerunt, aut opportunius ea aperire, quæ artem perficiant nobiliſſimam, cum phyſica coniunctiſſimam, eamdemque aſtronomiæ in primis neceſſariam, quam ſi hodierna, Academici, atque Auditores ornatiſſimi, veſtra frequentia, publicique huius conventus celebritate uterer. Sed ne longior ſim, quam noſtrarum exercitationum ratio poſtulat, neve minutioribus deſcriptionibus moleſtiam vobis afferam, non machinas exprimam ipſas, ſed potius earum formam, ac quaſi ſpeciem adumbrabo. Partes autem ſingulas, earumque coniunctiones, atque abſolutam machinarum ſtructuram, totamque compagem in opuſculo diligentius perſequar, quod artificum maxime commodo conſcriptum in vulgus exibit, poſtquam rem vobis

bis cognitam fecerim, quod ſtatim aggredior, a Campanæ invento exordium ſumens.

Sit ergo (figuram inſpicite primam) A B trabs lignea, cuius extrema A, B in apicem æneum deſinentia fulcris duobus pariter æneis firmiterque ad parietem alligatis impoſita ſint, ita tamen ut trabs poſſit circa ſuum axem A B verti. Infixa ſit trabi A B ad rectos angulos trabs alia C D, quæ ne vel tantillum detorqueri huc aut illuc queat, tranſverſis tigillis M N, P Q coerceatur. In extremo C promineat ad latus ligula, ſeu ſagitta C I e chalybe, ita quidem conformata, ut metallum, quo formæ parantur, poſſit quam commodiſſime abradere. Hac conſtructione Campanæ machina continetur. Sed eius uſus alia adhuc requirit.

Quare ſit etiam tornus baſi firmiſſimæ adhærens, cuius axem revolutionis repræſentet linea E F; eique innectatur ad rectum angulum diſcus metallicus, quem referat linea G L. Ita vero conſtituatur tornus hic, ut & axis E F, ſi productus eſſe intelligatur, cum axe A B, circa quem machina volvitur, pariter, ſi opus eſt, producto, concurrat in puncto aliquo R; & ſagittæ C I apex I, revolvente ſe ſe circa lineam A B machina, in axem eumdem E F incidat, ſimulque diſcum G L tangat, vel urgeat potius aliquantulum.

His ita comparatis, diſcus G L torno circa axem E F perniciſſime agatur; atque interea machina A M N C Q P B ſurſum deorſumque circa ſuum axem A B leniter verſetur, ut ſagittæ apex I paulatim diſcum G L abradat. Abeuntibus autem metalli ramentis, ſi ad diſcum ſagitta amplius non pertingat, protrahatur ea paululum; quæ propterea ita machinæ innexa ſit oportet, ut promoveri deinceps poſſit, donec, qua diſcus patet, totum illa inciderit, atque ad marginem uſque, quantum fieri poteſt, poliverit. Quo cum perventum fuerit, dico formam eſſe confectam: eam enim figuram adeptus erit diſcus, quæ pars ſit ſphæricæ ſuperficiei radium habentis lineam I R.

Neque vero ut id vobis demonſtrem, multum erit mihi laborandum. Quis enim ſtatim non videat, figuram, quam diſcus acceperit, ex tot quaſi conflari circulorum circumferentiis, quæ centra habeant in axe E F producto, & ad quarum plana ſit axis idem E F perpendicularis? ex cu-

cuiuſque autem circumferentiæ punctis unum certe eſſe, cuius diſtantia a puncto R eſt linea I R? Hæc ſane qui viderit, ſimul id viderit oportet, quod demonſtrandum erat. Punctum enim R in eodem iacet axe producto E F: ex quo nequit axis hic ad planum cuiuſvis ex circumferentiis illis perpendicularis eſſe, & per eius tranſire centrum, quin omnia circumferentiæ eiuſdem puncta æque a puncto R diſtent: ut propterea cum unius diſtantia iam ſit linea I R, debeat eſſe I R diſtantia omnium. Habent ergo omnia omnium illarum circumferentiarum puncta a puncto R diſtantiam eamdem, quam quidem metitur linea I R. Eſt igitur diſci ſuperficies pars ſuperficiei ſphæricæ, cuius eſt radius I R.

Ac ſatis iam intelligitis, Auditores præclariſſimi, Campanæ machina formis figuram tribui, quæ non ſolum ſphærica ſit, ſed datum etiam habeat radium, cuiuſcumque fuerit longitudinis, modo ne minor ſit diſtantia C D. Notetur enim in axe A B punctum O, cui ad perpendiculum imminet ſagittæ apex I: tum numero propoſito radium exprimente illius ſphæricæ ſuperficiei, cuius pars eſſe debeat forma conſtruenda, fiat eius quadratum numeri: deinde a quadrato hoc quadratum auferatur numeri exprimentis diſtantiam C D, ſeu I O: denique ab reliquo numero radix quadrata extrahatur. Atque patet, radicem hanc numerum eum eſſe, qui diſtantiam exprimit O R in axe A B a puncto O ſumendam, ut punctum inveniatur R, quo ſi ſpectet torni axis E F, forma eam, quæ propoſita eſt, figuram adipiſcatur.

Quod ſi diſtantia O R tanto prodeat maior, quam C D, ut ei capiendæ locus non ſuppetat, invento numero exprimente diſtantiam hanc O R, inveniatur præterea numerus tertius proportionalis poſt ipſum, & poſt numerum exprimentem diſtantiam I O. Denotabit tertius hic numerus proportionalis diſtantiam O S, quæ ſi ab eodem puncto O ſumatur in axe A B, atque tornus ſic conſtituatur, ut ad punctum S ſpectet linea per ſagittæ apicem I ducta ad torni axem E F perpendicularis, forma propoſitam adhuc figuram ſuſcipiat. Erit autem diſtantia O S multo minor, ſicque multo, quam O R, commodior.

Sed, quæ eius eſt in mechanicis rebus omnibus induſtria, atque ſagacitas, artificium ſibi paravit Brunius, quo po-

poteſt, pro data quaque radii, quem conſtruenda forma habere debeat, longitudine, quorſum axis E F dirigendus ſit quam expeditiſſime invenire. Idemque in promptu habet artificium aliud, quo efficiat, ut ſagitta C I circa punctum C in plano C B A converti queat, & in eo quidem ſitu ſiſti, in quo aptiſſime metallicum diſcum G L abradat. Quædam enim ſunt ad axem A B inclinationes, quas ſi diſcus G L habeat, nequit ſagitta C I, ſi perpendicularis quidem ſit ad C D, aut pertingere ad diſcum commode, aut ſatis eum apte incidere. Verum ſunt artificia hæc in iis numeranda, quæ cum minuta nimium ſint, fuſius explicari hic non poſſunt. Id enim erat nobis hoc veſpere propoſitum, quod iam ab initio monui, ut non ipſam Campanæ machinam, ſed eius tantum naturam exponeremus; quod hactenus, niſi fallor, præſtiti. Quod ſi plura adhuc requiritis, deſiderio veſtro ſatisfaciet, ut ſpero, libellus, in quo omnia, quæcumque ad machinam hanc pertinent, vel ſi minutiſſima ſint, diligentius perſequemur, &, quoad eius fieri poterit, accurate exprimemus, lectorumque oculis ſubiiciemus. Qua in re nos plurimum iuvabit tum ipſa inſpectio machinæ, quam diviſam iam, ac quaſi membratim diſperſam Brunius non multo ante Senatorum Inſtituti Præfectorum auctoritate compoſuit, coagmentavitque, atque ad uſum etiam revocavit; tum deſcriptio eius, quam, ut primum fuit machina ad Inſtitutum delata, fecit una cum Lellio Sodalis noſter Baciallius, abſolutiſſima illa quidem, &, ut ſunt Baciallii omnia, nitidiſſima.

Unum tamen, antequam Campanæ machinam dimitto, præterire non poſſum, quod, eius uſus quam late pateat, in primis declarare videtur. Eo ſpectat, ut oſtendam, machina illa non formas ſolum effici, quæ concavæ ſint, ſed etiam, quæ ſint convexæ; quod perplacere iis debeat, qui lentes velint etiam conſtruere concavas. Eſt autem id ex iis, quæ ſupra dicta ſunt, perſpectiſſimum. Nam cum demonſtraverimus, figuram, quam forma recipit a machina, partem eſſe ſphæricæ ſuperficiei centrum in puncto R habentis, in quo torni axis E F cum axe machinæ A B concurrit, nihil facilius quam intelligere, ſi ad concurſum hunc obtinendum producendus ſit axis E F ad partem F, qua parte torno innectitur diſcus G L, formam concavam fore;

fore; contra, ſi ad partem oppoſitam E, fore convexam.

Itaque torni axis E F primum fingatur ita conſtitutus, ut cum axe machinæ A B conveniat productus ad partem F, ſitque ad ipſum perpendicularis: dubium non eſt, quin forma & concava efficiatur, & ad eam ſphæram pertinens, cuius radius eſt linea ipſa C D. Intelligatur deinde axis ille E F inclinari paulatim ad axem machinæ A B: atque pergit quidem forma eſſe concava, ſed curvitatem eo minorem habet, quo longius inclinando proceditur; quippe cum punctum R, in quo ſphærica formæ ſuperficies centrum habet, magis magiſque a forma recedat. Eo iam deveniatur, ut axis E F ſit axi A B parallelus: tum quidem, puncto R in diſtantiam abeunte infinitam, curvitas prorſus evaneſcit, formaque prodit omnino plana. Quod ſi tornus adhuc machinam verſus inclinetur, ut cum A B concurrat axis E F productus non amplius ad partem F, ſed ad partem E, forma ſuam recuperabit curvitatem, ſed convexa erit; eoque magis, quo faciet axis E F cum A B angulum acutum maiorem; ut tum denique convexa maxime fiat, cum fuerit E F ad A B perpendicularis. Nulla eſt ergo e ſphæris, quæ radium habeant maiorem quam C D, cuius curvitatem formæ e Campanæ machina recipere non poſſint, ſive concavæ eſſe debeant, ſive convexæ.

Venio iam ad Brunii machinam, quæ ſic ſe habet. Sit parieti A B (oculos convertite ad figuram ſecundam) infixus tornus, cuius axem exprimat linea E F; adiunctum vero habeat ad rectos angulos diſcum metallicum G L. Sit etiam in tabula inſculptus ſulcus rectilineus, quem repræſentet linea M N; cui ductus ſit ad perpendiculum ſulcus alter, quem referat linea C R. Sit inſuper regula, quam denotet linea D I, deſinens ad partem I in ſagittam e chalybe: atque promineant in regula D I noduli duo, quos probe excipiant ſulci M N, C R, quique & promoveri, retrahique poſſint in regula, &, ubi opus ſit, firmiſſime ſiſti.

His comparatis rebus, ſiſtantur iam noduli in punctis duobus regulæ D I, velut in O, & in D, ut ne per vim quidem e punctis hiſce queant dimoveri: immittaturque eorum unus O in ſulcum M N, alter vero D in ſulcum C R. Illud autem diligenter cautum ſit, ut exceptis intra

ſulcos nodulis adhuc ſit regula D I ad motum expeditiſſima. Quare ita conformati ſint oportet noduli, ut una ambo labi quam commodiſſime poſſint in ſuo quiſque ſulco, regulam D I ſecum adducentes. Tabula denique ita conſtituatur, ut ſulcus C R coeat cum torni axe E F producto, & per hunc axem, ſi regula D I huc atque illuc agatur, tranſeat ſagittæ apex I, qui præterea ad diſcum G L ita admotus ſit, ut torno converſo, metallum abradere poſſit. Ne autem e ſuo ſitu tabula vel minimum deturbetur, baſi ſolidiſſimæ adhæreat. Atque hic quoque, ut in Campanæ machina, ſagitta, in quam regula D I deſinit, paulatim promoveri pro opportunitate queat.

Ex his quidem ſatis patet, ut arbitror, machinæ conſtructio, & uſus. Quare reſtat ut de figura dicamus, quam ex ea metallicus diſcus acquirit. Hic vero dubitari nequit, quin ſagittæ apex ellipſim ex regulæ D I motu deſcribat. Quicumque enim ſit regulæ ſitus, intelligatur ab extremo I ducta linea I P ad M N perpendicularis ſumanturque hinc & illinc a puncto C in linea M N partes C M, C N, quæ ſint intervallo D I æquales. Propter triangulorum DCO, IPO ſimilitudinem erit $DI : CP :: OI : OP$, ideoque etiam $\overline{DI}^2$, ſeu $\overline{CN}^2 : \overline{CP}^2 :: \overline{OI}^2 : \overline{OP}^2$, atque dividendo $\overline{CN}^2 - \overline{CP}^2$, ſeu $MP \cdot PN : \overline{CN}^2 :: \overline{OI}^2 - \overline{OP}^2$, ideſt $\overline{PI}^2 : \overline{OI}^2$. Quare alternando $MP \cdot PN : \overline{PI}^2 :: \overline{CN}^2 : \overline{OI}^2$. Quæ natura eſt ellipſeos axem maiorem habentis lineam M N, ſemiaxem vero minorem æqualem lineæ O I. Acquirit ergo forma figuram, quæ ex huius ellipſeos circa minorem axem C F revolutione oritur.

Quod quamquam ita vere ſit, nolim tamen, Auditores humaniſſimi, quiſquam veſtrum Brunii machinam ſtatim abiiciendam cenſeret, quaſi formis condendis ineptam, quibus figuram tribuat, non quæ ſphærica ſit, ſed quæ ſit elliptica. Quam enim ſunt multa, quæ quamquam non ita vere ſint, uti mathematicorum ſeveritas poſtularet, non reiiciuntur tamen? Quis ex aſtronomis (nam res exemplo eſt) pendulum contemnat, quia per arcus non agitur cycloidales, ſi agatur tamen per arcus circuli, qui anguſtiſſimi ſint? Nemo ſane. Nemini enim perſuaſum non eſt, anguſtiſſimos illos circuli arcus, per quos agitur pendulum,

ad

ad cycloidales tam proxime accedere, ut uſum habeant eumdem. Quid igitur ſi par in figura, quam formis Brunii machina tribuit, ratio valeat? Et ſane neminem eſſe arbitror, qui, ut in cycloide, ita in ellipſi exiguum tractum prope verticem cum eius circuli arcu confundi poſſe non concedat, qui quia omnium, qui verticem eumdem tangunt, ad curvam maxime accedit, curvam ideo oſculari dicitur. Habet huiuſmodi circulum ellipſis non minus, quam cyclois: eſt vero tractus, quem cum circuli arcu confundere oporteat, ſat exiguus, quippe qui non latius patet, quam formæ ſemidiameter F L: eſt etiam circa verticem; & quidem circa verticem axis minoris, quo loco ellipſis, cum obtuſior ſit, circulum oſculatorem habet maiorem, qui idcirco curvam inſequatur longius. Quid ergo exſpectabimus adhuc, quin ſtatim figuram, quam formæ Brunii machina dederit, pro ſphærica habeamus, cuius quidem radius ſit radius circuli, qui ellipſim in vertice F minoris axis oſculatur?

Jam vero radium hunc oſtendunt Geometræ eſſe lineam F R tertiam proportionalem poſt F C, & C N, ſeu poſt I O, & I D. Quod cum ſit, iam unuſquiſque per ſe videt, quam facile, quamque multis modis poteſt Brunii machina ita accommodari, quemadmodum oporteat, ut formæ datam quamque impertiat curvitatem. Cum enim duo ſint intervalla D I, O I, quæ definiri debeant, unica vero conditio, quæ ſervetur, ut ſcilicet datus radius ſe habeat ad D I, uti ſe habet D I ad O I; ſtatim apparet, ex intervallis illis unum ſemper licere pro voluntate ſumere. Ponamus ergo ſumi D I. Tum quidem inveniatur tertius numerus proportionalis poſt numerum, qui datum exprimit radium, & poſt numerum, qui exprimit intervallum pro voluntate acceptum D I. Definiet tertius hic numerus proportionalis intervallum O I. Quod ſi ſumatur pro voluntate intervallum O I, numerus inveniatur medius proportionalis inter numeros duos, quorum unus datum radium exprimit, alter intervallum O I: atque definiet inventus numerus intervallum D I. Infinitas ergo ellipſes deſcribere poteſt Brunii machina, quas datus circulus in vertice axis minoris oſculetur. In his illæ minus a circulo eodem per datum tractum diſtabunt, pro quibus fuerit intervallum D I maius; quod facile intelligitur. Ergo dato radio, quem conficienda forma habere debeat, quoniam

niam relinquitur nobis alterutrius intervalli D I, O I delectus, ſumatur D I tam magnum, quam machinæ amplitudo patitur: atque accipiet forma figuram illam, quæ inter omnes, quas ex machina eadem accipere poteſt, minime a ſphærica datum radium habente recedit.

Hactenus machinas deſcripſi. Nunc breviſſime propria cuiuſque commoda oſtendamus. Ac illud quidem in primis eſt utrique machinæ præclarum, quod formis curvitatem, quæcumque propoſita ſit, tribuit: eſtque id eo maius, quod his ſine machinis figuram cogimur formis facere tentando, eaque contenti eſſe curvitate, quam fors, nec ulla certa ratio tulerit.

Sed in eo Campanæ machina excellit, quod figura, quam ex ea formæ ſuſcipiunt, ſphærica vere eſt: quod non item ad veritatem de figura affirmare poſſumus, quam recipiunt ex machina altera. Veruntamen, ut ante docui, aberratio ſenſum fugit omnem. Idque vel ex eo intelligi poteſt, quod facto periculo obiectivæ lentes, quas Brunius plurimas formis ſuis effecit, ita claras, nitidaſque obiectarum rerum imagines exprimunt, ut cum illis Campanæ lentibus comparari utique poſſint. Quod ne quis forte miretur, non erit ab re alienum id narrare, quod nuper inſtituto calculo comperi. Cum enim deberet Brunius Senatorum Inſtituti Præfectorum iuſſu formam e ſua machina parare, cuius radius in longitudinem pateret pedes bononienſes decem & octo, machinam ſic compoſuit. Intervallo D I (oculos rurſus adiicite ad figuram ſecundam) pedes dedit quatuor ipſos; intervallo autem O I uncias decem, & duas præterea unius unciæ partes tertias. Rebus ſic conſtitutis diſtantiam ſumpſi in axe M N a centro C unciarum trium, quanta ſcilicet erat diſci G L ſemidiameter F L: tum quæſivi in diſtantia hac quantum ellipſis, quam ſagittæ apex I deſcripſiſſet, a circulo diſcederet radium habente pedes decem & octo, ac ellipſeos verticem F tangente. Atque inito calculo vix novem inveni ſupra decem millies milleſimas unius unciæ partes. An putabimus, diſcrimen tantulum eſſe aliquid? Ecquis adeo ſcrupuloſus ſit, qui illud nihili non faciat? præſertim cum ſatis conſtet, uti perfectæ formæ prave utendo labefactantur, ita minus forte perfectas recte utendo perfici.

Sed hoc habet Brunii machina commodiſſimum, quod

bre-

brevis eſt, & regula D I, cuius extremum I debet metallum abradere, tota tabulæ incumbit, quæ ſolidiſſima eſt, cui etiam nodulorum D, & O ope adnectitur: quibus rebus fit, ut a metalli contranitentis oppoſitione nullum machina motum patiatur. Metallum itaque abradit validiſsime, formamque efficit breviſsimo tempore. Contra Campanæ machina, quamquam ponderoſiſsima eſt, cum tamen longe, lateque porrecta ſit, nec ſuſtineatur niſi in extremis punctis A, & B (inſpicite nunc figuram primam) trabis *A B*, a metalli, quod abraditur, renixu motus concipit, tremoreſque non leves, qui formæ perfectioni officiant plurimum: quibus propterea compeſcendis opus eſt ſagittam C I leniſsime ad metallum admovere; quo efficitur, ut in forma abſolvenda multum temporis ſit inſumendum.

Eo etiam accedit, ut interim dum abeunte metallo ſagitta C I promovetur, ſenſim axem E F declinet, formæque centrum deſerat: ſecus ac in Brunii machina accidit, in qua, quantumcumque ſagitta promoveatur, a plano numquam diſcedit, in quo formæ centrum iacet.

Sunt igitur cum Brunii machina commoda coniuncta non contemnenda, quibus ſane videatur poſſe tantula illa, quam diximus, a ſphærica figura aberratio facile concedi. Sed meum non eſt, ex machinis duabus utra anteponenda ſit, definire. Veſtrum erit, Auditores ſapientiſsimi, hac de re iudicium ferre. Per me quidem, ſi certamen inter utramque de præſtantia, ut quondam de forma inter Deas, oriatur, pomum illi dabitur, cui vos dandum decreveritis.

Poteſt Campanæ machina ad uſum commodior reddi pluribus modis: hoc etiam, quem in fig. 3. repræſento. Eſt M N *axis revolutionis torni parieti adiuncti, cui ad rectos angulos innectitur forma* A B, *quique ſurſum deorſumque motu parallelo ferri poteſt, ibique firmiter ſiſti, ubi oporteat. Eſt vero* O Q *circulus ex ligno craſſiori, aut metallo, cuius radius pedem circiter unum exæquat, idemque parieti, aut ſolo firmiſſime adiunctus. Eius planum eſt plano verticali per torni axem* M N *tranſeunti perpendiculare, centrum vero in hoc ipſum planum incidit. Ponitur tamen circulus hic ita cum baſi, cui adhæret, coniunctus, ut inclinari ad horizontem poſſit modo plus, modo minus, & in quavis inclinatione firmiſſime ſiſti. In eius plano circa centrum, qua parte formam* A B *reſpicit, brachium ex metallo ſat robuſtum* G H *volvi poteſt, quod ad extremitatem* H *habet tranſverſam ſagittam, quæ & promovetur pro opportunitate, & flectitur circa extremum* H, *ut in quavis circuli* O Q *inclinatione ad formam* A B *pertingat apte ad formam abradendam. Si torno ita conſtituto, ut per eius axem ſagittæ apex, dum brachium* G H *circa circuli* O Q *centrum agitur, tranſeat, forma perniciſſime convolvatur, atque interea brachium* G H *feratur ultro citroque, acquiret quidem forma figuram ſphæricæ ſuperficiei, cuius radius ſit pars axis torni producti intercepta inter formæ centrum, & punctum, in quo axem eumdem ſecat recta per circuli* O Q *centrum ducta ad circuli planum perpendicularis. Reſpondet huic lineæ in Campanæ machina (Fig. 1.) axis ipſe machinæ* A B. *Hæc in ſermone non notavi, quia in eo id ſolum mihi erat propoſitum, ut machinam ipſam deſcriberem.*

CA-

Cajetani Montii.

De Anguillarum ortu & propagatione. (*)

NOn mediocre Philoſophis, ac Naturæ ſcrutatoribus negotium faceſſere ſemper eſt viſa Anguillarum procreatio; quod notiſſimum ubique piſcis genus, flumina, ſtagna, paludes, & alia dulcium aquarum, aut etiam modice ſalſarum, incolens receptacula, unde ortum ducat, & quomodo propagetur, nondum ſatis liquido potuit conſtitui. Anguillarum enim, quæ ad coquinarium opus diſcerpi maximo numero, & eviſcerari quotidie ſolent, nulla adhuc comperta eſt ovis non dubiis feta, nulla, quæ organorum alterutrius ſexus ad generationem pertinentium, aut certum aliquod, aut ſatis probabile indicium præberet. Jamdiu illud quidem a diligentiſſimis ac peritiſſimis Viris obſervatum, ac memoriæ proditum eſt, Anguillas, per autumnum, tenebricoſis in primis noctibus, ac turbidis tempeſtatibus, ex lacubus & ſtagnis ingenti agmine, per fluviorum oſtia, ad marinas aquas deſcendere; ibique certo commoratas tempore, diſperſim remeare ad ſuperiora loca, & ſedes priſtinas; ſubſequentibus deinceps infinitis propemodum Anguillarum minimarum, ac fere capillarium turmis: ſi quæ autem in piſcinis, ac vivariis detentæ fuerint, aut caſu aliquo eo abreptæ, unde aditus ad mare ſit plane intercluſus, nulla eas prole edita, perpetuo ſteriles manere. Quæ duæ res, ſi veræ fuerint, ut veriſimillimas eſſe arbitror, manifeſte declarant, & ſtatas illas annuas migrationes, ad fundendæ ſobolis opportunitatem pertinere; neque ſine marini humoris benefi-
cio,

(*) *Recitata idibus Maii 1777.*

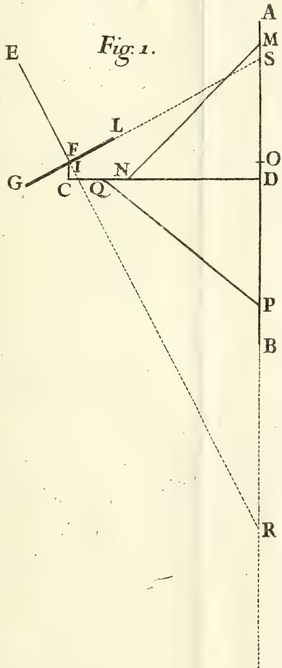


Fig: 1.

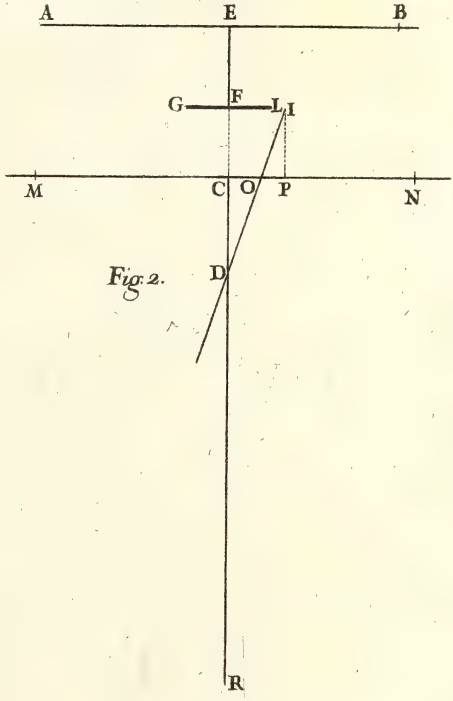


Fig: 2.

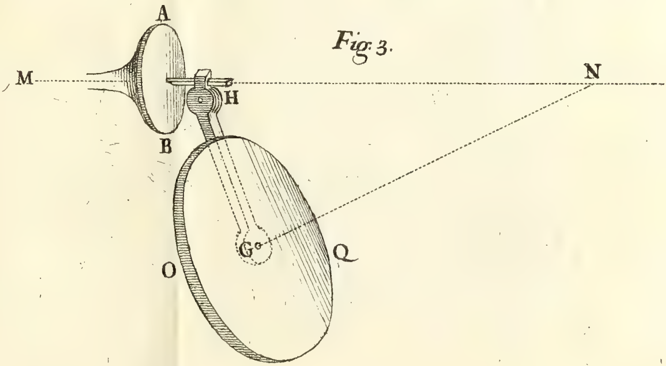


Fig: 3.

cio, ſatis eam feliciter obtineri poſſe. Atqui illud ipſum admirationem movet, quod, cum Anguillis ad mare contendentibus, inſidiæ ut cum maxime ſtrui ſoleant: conſtitutis videlicet, ad eas intercipiendas, in anguſtiis & faucibus, quas neceſſario ſubire debent, arundineis ſeptis, aliiſque excipulis; neque ulla ſit unquam major, aut uberior earum captura; ne tum quidem, cum ad generationis opus ruere putantur, in diſſectarum corpore, ſive ovulorum in feminis, ſive genitalis humoris in maribus, ſedes aliqua, aut veſtigium clare diſcerni poſſit. Hæc fuit nimirum cauſa, cur Græci quidam Poetæ, quaſi per jocum, quod certus earum ſtirpis auctor deeſſet, Jove natas dixerint; Philoſophi autem, peculiari diligentia, earum ſibi originem inquirendam exiſtimaverint: quorum tamen plerique olim, falſa opinione imbuti, quod animalia quædam ſponte ex terra, ex limo, ex putreſcente materia naſci poſſent; etiam in hac ipſa inveſtigatione, ut in aliis multis ſimilibus, offenderunt. Ariſtoteles, qui de Anguillarum procreatione, tanquam de re obſcuriori, neque ſatis explorata, ſermonem pluries inſtituit, cum errorem eorum ſemel atque iterum merito exagitaſſet, qui lumbricos in ventriculo Anguillarum repertos, fetus earum eſſe arbitrati fuerant, in ſententiam nihilo minus abſurdam eſt delapſus; quod ſcilicet vulgares lumbrici, ſponte, ut ipſe putabat, in cœnoſa humidaque terra, in fluviis etiam & ſtagnis, multæ putredinis cauſa, provenientes, ſingulari & mira metamorphoſi, in Anguillas mutarentur. Neque multo ad veritatem propius accedunt ea, quæ Plinius, Oppianus Athenæus, aliique non pauci tradiderunt, Anguillas, poſt mutuum complexum, *dum ad ſcopulos ſe atterunt, ſtrigmentitium, ſeu mucoſum quid emittere, ex quo, cum in limo fuerit, animal generetur*: quæ tamen ſententia, non modo ſæculis rudibus & indoctis; ſed etiam poſt renatas litteras, dum ſpontaneæ generationis opinio viguit, omnium fere ſcriptorum conſenſu probata eſt. Unus extitit per ea tempora Albertus Magnus, qui Anguillas vivos partus intus conceptos edere, eorum, qui ſe noviſſe ajebant, teſtimonio fretus, exiſtimaverit: *In iſto*, inquit, *Piſce non dicitur eſſe mas & femina, quamvis jam bis a fide dignis audierim, quod duæ Anguillæ captæ ſunt in Germaniæ partibus, quarum utraque mul-*

tas habuit filaris quantitatis in utero: *&*, *matribus occiſis*, *ex ventribus earum multæ egrediebantur* (a). Contra ea Guilielmus Rondeletius de ovulis minutiſſimis, pinguedine plurima involutis, viſumque fugientibus ſuſpicatus eſt: conjectura ex eo ducta, quod aliquid ejuſmodi apud Ariſtotelem de Congro ſcriptum extaret, qui inter marinos piſces omnium maxime & figura, & habitu corporis ad Anguillam proxime accederet. *Non puto*, inquit Rondeletius, *Anguillas partibus ad gignendum neceſſariis prorſus deſtitutas eſſe*: *inferiore enim ventris parte*, *&* *vulva in feminis*, *&* *ſemen in maribus reperitur*: *ſed pinguitudine multa circumfuſæ hæ partes non apparent*, *quemadmodum neque ova pinguitudini permiſta*. *Idem enim iis evenire*, *quod de Congris ſcriptum reliquit Ariſtoteles*, *quæ cum pinguedine in ignem injecta crepitant*, *ac diſſiliunt*, *&* *ſic deprehenduntur*. Nulla potuit eſſe aptior, aut veriſimilior conjectura; propter Anguillæ cum Congro affinitatem ſummam. Et tamen duplicem ſtatuens Rondeletius Anguillarum ortum, alterum ex putredine, alterum ex maris & feminæ commiſtione, a præjudicatis veterum opinionibus non eſt auſus omnino recedere.

Poſtea quam diſcuſſa caligo eſt, intellectumque aliquando, viventia prorſus omnia, ex aliis ſui ſimilibus procreari, nullam ſpontaneam, nullam ex putri materie generationem eſſe; ne de Anguillarum quidem ortu quiſquam dubitavit, quin propagatæ omnes ab aliis ſuæ ſpeciei exiſterent: modus tamen, fetura earum ſatis clare a nemine conſpecta, manſit incertus. Oviparas non obſcure ſtatuit, inveterati erroris de ſpontanea generatione depulſor præcipuus, Franciſcus Redius, in libro de Viventibus quæ intra Viventia gignuntur; eique cum alii non pauci aſſenſi ſunt, tum vero in primis Chriſtianus Franciſcus Paullinus, qui ſub finem præteriti ſæculi peculiare de Anguillis in Germania edidit opuſculum; ſed conjectura tamen omnes, ut apparet, magis quam obſervatione ducti. Secus vero Antonius Leeuwenhoekius in ſuis litteris ad Academiam Londinenſem datis, & Ioachimus Georgius Elſnerus in Ephemeridibus Naturæ Curioſorum, viviparas eſſe Anguillas non du-

(a) *Alb. Magn. de Animal. lib. xxiv.*

dubitanter affirmarunt: quorum alter mirabilibus ſuis microſcopiis adhibitis, ad eum piſcis locum, quem umbilicum piſcatores appellant, exitum videlicet excrementorum communem, meatus duos ſe vidiſſe narrat, quorum ex inferiori, ad matricem, ut ipſe ait, pertinente, liquor quidam denſus & tenax exprimi poterat, totus fere animalculis ſcaturiens, capillo quinquagies tenuioribus, quæ forma & habitu ita Anguillis erant ſimilia, ut plane non dubitaverit, quin veri eſſent ac genuini Anguillarum fetus. Alter, cum in Batavia eſſet, extractum ex Anguilla tumidum quiddam vidit, quaſi uterum, quo aperto, variæ, ut ipſe loquitur, in diverſis membranulis involutæ hærebant Anguillulæ. Neuter vero ſatis viſus eſt purgaſſe ſuſpicionem, quæ ſubeſſe poterat maxima, de vermiculis aut lumbricis, qui Anguillularum ſpeciem fuerint ementiti.

Controverſiam ſe diremiſſe putavit, annis abhinc ſeptuaginta, Vir præclarus Antonius Vallisnerius, a Dionyſio Andrea Sancaſſano familiari ac neceſſario ſuo, tum Comacli ad Medicinam faciendam conducto, ex circumfluis illi urbi ſtagnis atque æſtuariis, Anguillam nactus, pridem autumno, dum ad mare properabat, ſeptis & cratibus exceptam; in multam deinde hiemem ſub aqua, una cum aliis, intra corbes detentam; quæ, ventre prætumido, inſolitæ rei alicujus, & quaſi graviditatis, ſignificationem præbere viſa fuerat. In diſſectæ alvo ſacculus apparuit, magnam ejus occupans partem, globulis refertiſſimus argentei coloris, qui cum margaritis, figura & nitore, comparari poſſent. Quin ova eſſent non dubitavit Vallisnerius, eventuque lætus, rem totam accuratius explicatam ad univerſi orbis notitiam producere inſtituit. Honorem vero hunc habuit Academiæ noſtræ, ut ad eam ſyntagma eruditiſſimum conſcriberet, ac ederet poſtea (a), cum adjuncta tabula, quæ & Anguillæ diſciſſum ventrem, & interiorem viſcerum compagem affabre delineatam exprimebat.

Neque multo poſt, ad Vallisnerii judicium firmandum, ſimile in alvo corpus gerentem Anguillam Comaclo Bononiam afferri curavit Ioannes Franciſcus Bonaverius Civis noſter, vir elegantis ingenii, qui ad Medicum opus ab ea

(a) *Venetiis anno 1710.*

Civitate delectus, Sancaſſano nuper ſucceſſerat. Sed, ut a majoribus natu accepi, inter doctos & ſapientes viros, qui tum Academiam obtinebant, quorum in anatomica facultate princeps erat Valſalva, dubitatio non levis eſt exorta, verum ne illud eſſet ovarium, quod ovarii habebat ſpeciem, quodque ovarium eſſe, peritiſſimorum hominum Sancaſſani, & Valliſnerii conſenſu fuerat exiſtimatum: multa enim fuerunt animadverſa, quæ ſuſpicionem moverent morboſæ potius quam naturalis ſtructuræ: globulorum notabilis inæqualitas, inter minutiſſimos videlicet admiſti grandiuſculi, eorundem firmior quam par erat ſacculi tunicis adhæſio, argenteus nitor, & alia, quæ a communi ovulorum piſcium habitu videbantur eſſe aliena. Nihil tamen pro certo ſtatuentes Academici, Bonaverium hortati ſunt, ut loci opportunitate uſus, quo nullus in tota Italia Anguillis feracior, rem ſuſciperet iterata cura ac diligentia inveſtigandam: quod ſe ille facturum recepit, ſed fortuna poſtmodum non ſatis propitia. Quin etiam, cum per id tempus ad Hiſtoriam Civilem ac Naturalem Comaclenſis urbis ejuſque Æſtuariorum conſcribendam aggreſſus eſſet, quod perdiligenter elaboratum opus, noſtræque Academiæ dicatum, triceſimo fere anno poſt ejus mortem, cum doctiſſimi Viri Petri Paulli Prolii adnotationibus, Cæſenæ eſt editum (a), de Anguillis, earumque piſcatu, ſalitura, aliiſque rebus ejuſmodi multa ediſſerens, quod ad generationem earum & ortum pertinet, Valliſnerianæ ſententiæ prorſus acquievit: cauſamque addidit, cur minuta illa granula, non veſiculas, aut hydatides, aut morboſum aliquid ejuſmodi, ut Bononiæ ſubdubitatum fuiſſe noverat, ſed vera ova reputaſſet; nimirum, quod & talia ſibi viſa eſſent microſcopio ſpectata, quodque igni appoſita, ut cætera piſcium ovula, obduruiſſent.

Succeſſu etiam caruit ſtudium, quod ad ſubmovendam ejuſmodi dubitationem adhibuerunt aliquanto poſt Academici olim duo præclariſſimi, Aloyſius Ferdinandus Marſilius, & Petrus Paullus Molinellius. In contexenda paludum noſtrarum Naturali Hiſtoria laboris & operæ plurimum impenderat Marſilius. Extant magno numero in publica Inſtituti Bi-

(a) *Anno* 1761.

Bibliotheca inchoati ejus operis ſchedæ: ex quibus eum multa, cum de aliis piſcibus, tum de Anguillis quæſiſſe apparet: de moribus earum, & annuis migrationibus peculiaria, & cognitione digna animadvertiſſe aliqua; varias quoque ſpecies ac diſcrimina, quæ exiſtimabantur ſexus, notaſſe; de toto autem generationis negotio, poſt multas perquiſitiones, nihil habuiſſe explorati; in eademque obſcuritate, uti antea, cum de Piſcibus Danubii ageret (a), verſatum eſſe. Molinellius, annis abhinc circiter quinque & viginti, a Comaclenſi piſcatore, quem præmii ſpe ac pollicitationibus illexerat, Anguillam accepit, corpore tumidiſſimo, quaſi prægnantem; quæ diſciſſa, cum & ipſe coram adeſſem, magnam revera effudit ovulorum muco aut gelatina quadam denſiori involutorum copiam. Sed non fefellit Virum perſpicaciſſimum piſcatoris fraus, qui artificioſe inflatam Anguillam alienis ovis inferſerat. Sic mentio rei tota, quæ, ſi feliciter ceſſiſſet, Academicorum ſermonibus celebrata foret, brevi admodum tempore ſilentio eſt preſſa.

Poſt hæc in diverſas partes rurſus animos diſtraxit Ampliſſimi Viri Caroli Linnæi auctoritas, qui veterem ſententiam, ab Ariſtotele olim, noſtris temporibus a Valliſnerio exploſam ſequutus, viviparam eſſe Anguillam ſtatuere non dubitavit; in Syſtemate Naturæ ad nomenclationem illius addens hæc verba. *Habitat in Europa, maxima in lacu Comacchio Ferrarienſi; non fert Danubium, niſi rariſſime: .... parit vivipara ſub canicula.* Quibus, ut opinor, verbis permoti Noblevillius, & Salernus, Aurelianenſes ambo, a quibus Geoffroy opus de Materie Medica ſuppletum eſt, fidenter affirmarunt, hodie inter omnes confirmatam rem haberi Anguillas eſſe viviparas (b). Sed vereor, ut is revera extiterit, aut extet doctorum hominum conſenſus: multas certe dubitandi ſubeſſe cauſas mox oſtendam: interea, quænam res intermiſſum jamdiu apud nos pulcherrimæ inveſtigationis ſtudium commoverit, Academici Ornatiſſimi, accipite.

Deprehenſa eſt proxima hieme Comacli Anguilla, ſacculum, quaſi ovulis refertum in ventre gerens reconditum, omnino ei ſimilis, quæ ante annos ſeptuaginta a Sancaſſano ad

(a) *Marſil. Danub. t. IV. pag. 5.* (b) *Aujour d'hui il paſſe pour conſtant, que l'Anguille eſt vivipare.*

ad Valliſnerium miſſa, non modo veterem non diremerat controverſiam, ſed novis etiam dubitationibus, nunquam poſtea extinctis, occaſionem præbuerat. De ſingulari ejuſmodi Anguillæ habitu, & inuſitato tumore ut audivit, eam ad ſe protinus afferri curavit, Vir liberaliſſimus, nobili inter ſuos loco natus, optimarum artium fautor eximius, Simon Aloyſius Bonafides, rem dignam exiſtimans, quæ ad veritatem in quæſtione tantopere exagitata, ſi fieri poſſet, patefaciendam noſtri hujus cœtus induſtriæ ac diligentiæ committeretur. Muria igitur apte conditam, ne facile corrumperetur, & capſula incluſam ad Virum doctiſſimum & humaniſſimum, publice apud nos Geometrica profitentem, eam miſit, Ioannem Antonium Pedevillium, a quo ejus filius, lectiſſimus adoleſcens, ſtudiorum cauſa noſtram incolens urbem, mathematicis diſciplinis inſtituebatur; curæ ejus ac diligentiæ negotium commendans, ut ſcilicet, convocatis rerum iſtiuſmodi ſtudioſis ac peritis, accurate eam inſpiciendam & conſiderandam exhiberet; mihique demum traderet, qui, conſueto apparatu adhibito, in ampliſſima hujus Inſtituti ſupellectile, perpetuo aſſervandam collocarem. Sed cum eſſem eo tempore valetudine non prorſus integra, convenerunt ejus rei cauſa domum meam, a Pedevillio adducti, Viri ſpectatiſſimi, Carolus Mundinus Anatomicarum ſectionum artifex egregius, & qui tunc Anatomen ipſam publico e ſuggeſto explicabat, Germanus Azzoguidius; ambo ex primario Academiæ noſtræ ordine; quibus acceſſit præclara indole adoleſcens, ad Naturalem Hiſtoriam excolendam natus, Camillus Galvanus. Coram his omnibus producta Anguilla, lectæque ſimul, quæ adjunctæ erant, litteræ ad me datæ idibus Jan. a Viro præſtantiſſimo, cive noſtro Vincentio Tinerellio, Comacli nunc primario loco Medicinam faciente, qui & Anguillam ipſam, priuſquam Bononiam mitteretur apud Bonafidem obſervaverat, & multa, ejus rogatu, ad rei cognitionem pertinentia ſtudioſe conquiſiverat; ex quibus videlicet conjici poſſet, an vera eſſent ovula, minimi illi globuli, quorum acervus, membranis quibuſdam ac tunicis contextus, ovarii ſpeciem præſeferebat. Ac Tinerellius quidem, etſi a ſuo judicio ſuper ea re interponendo prudenter abſtinuerat, ſectione ibi non peracta, ut res integra, quoad fieri poſſet, Academiæ refer-

ſervaretur, non obſcure tamen in eam ſententiam propendere viſus erat, fallacem illam ovulorum fuiſſe ſpeciem, ex vitiata per morbum viſceris alicujus ſtructura inductam; uti olim de ovario, & ovulis a Vallisnerio deſcriptis, Academici noſtri, Valſalva duce, fuerant ſuſpicati. Enimvero in Anguilla nuper Comaclo ad nos miſſa, cum veteri illa Vallisneriana paria fere ac ſimilia omnia cernebantur: magnitudo eadem, idem viſcerum habitus, eadem forma illius corporis, quod ovarii gerebat ſpeciem; granorum etiam, quæ partim minutiſſima, partim majuſcula ſimul erant coacervata, idem argenteus nitor, eadem cum margaritis ſimilitudo: hoc fere uno intercedente diſcrimine, quod ex parte maxima ad extimas tantum ſacculi tunicas pertinerent, quodque non omnia perfecte eſſent ſphærica, ſed longiuſcula quædam, & quaſi exlegis ſive irregularis figuræ. Cætera ita congruebant omnia, nihil ut exploratius videretur, quam, quidquid de hac noviſſima Anguilla judicatum foret, idem de priſca illa Vallisneriana oportere ſtatui.

Ut igitur omnis aliquando ambigendi cauſa tolleretur, conſenſu omnium, qui aderant, negotium datum Cl. Mundino eſt, ut pro inſigni ſua Anatomes, etiam ſubtilioris, adminiſtrandæ peritia, rem totam accuratius veſtigandam ſuſciperet: quod poſtea fecit diligentiſſime. Neque vero ex me expectetis Academici Ornatiſſimi, ut quæ ille nova & inſperata deprehendit, hoc loco enarrem. Omnia ille mox ſuo ſermone dilucide exponet, oſtendetque, ovarium illud Anguillæ Vallisnerianum, exemplo hujus, quod ſectum intime ſcrutari potuit, nihil fuiſſe aliud, niſi veſicam natatoriam; cujus inter tunicas carnoſa quædam moles increverat, ovulorum ſpeciem mentientibus globulis minutiſſimis, a glomeratione, ut veriſimile eſt, ortis fibrillarum, ex quibus ipſæ tunicæ argenteo colore micantes ſunt contextæ. Quin etiam, quod præclarius videri debet, veriorem, ſua ſententia, demonſtrabit Anguillæ ovulorum ſedem, ab ſe primum, occaſione illius ſectionis, aliarum deinde, quas in eundem finem plures inſtituit, notatam: duas nimirum fimbrias albicantes; in longitudinem abdominis ductas, quas adipoſas ſtrias nuncupaverat olim præclarus Malpighius, etſi non tam adipe, quam infinitis globulis ſeu granis, ſine exquiſitiſſimi microſcopii auxilio aſpectum fugientibus, refertas.

fertas. Quæ quidem minima grana vera eſſe ovula, eo mihi facilius perſuaſum eſt, quod fimbriarum ejuſmodi ſive laciniarum forma, cum ovariis Murænæ a Redio delineatis, non mediocrem habet ſimilitudinem; quodque ea quæ de Congri fetura tradit Ariſtoteles, in utero pingui & obeſo non ſatis patente, crepitatione tantum ad ignem & attritu ſub digitis manifeſta, exemplum præbent, quod, ut Rondeletius olim conjecit, ſumma cum veriſimilitudine ad Anguillam accommodari poſſit.

At enim Cl. Linnæus viviparas eſſe Anguillas, ut ſupra oſtendimus, non dubitanter pronunciavit: & obſervatione quidem præcipue innixus ab Algoto Fahlbergio deſcripta in actis Holmienſibus anni MDCCL. cujus ſumma hæc eſt. (a) *Octavus nunc volvitur annus, ex quo ego circa feſtum S. Olai, rete in fundo fluminis ærifodinæ proximi expanſo, tres Anguillas magnitudinis mediæ, & vi alvei ex lacu Maelmar devoluti adeo delaſſatas, ut ne quidem motus edere poſſent, captavi. Culinæ illas, ut exenterarentur tradidi; & coqua cultri apice inteſtinum Anguillæ unius diſſecuit, portionemque ejus ſuperiorem in regione umbilicali aperuit. Extracto deinceps inteſtino, ex eodem prorepentes vidi Anguillulas plures, alias tribus digitis, & quod excurrit longas, alias breviores, figura Anguillarum perfecta, & per aliquot horas vitam conſervantes, quamvis areſcente cutis extremitate. Hinc ego Anguillas eſſe viviparas, ac ſexus diverſitate inter ſe diſtinctas intuli. Immo die VIII. Iulii Anguillam 2½ marcarum ad aggerem ferrarium, in ciſta qua anguillas captare ſolent cepi, viventem quidem, cujus ex foramine umbilicali, anguilla vivens, capite & dimidio corpore prominebat; cui ego auxilium tuli, & extractam duobus digitis longam cognovi. Anguillæ majoris inteſtina ſtudioſe aſſervavi, illaque ad longitudinem diſſecando, prope ad umbilicum, ubi digiti minoris capacitas erat, juxta cutim cuticulam XL anguillulis, aliis duorum, aliis duorum cum dimidio digitorum longis expletam reperi .... Maximarum unam microſcopii ope diſquiſivi, & caput, os, oculos, caudam, maculaſque in dorſo obſervavi, atque aliis obſervari curavi.*

Nihil ſane probabilius, quam lumbricos, ut olim obſervatoribus neſcio quibus Ariſtotelis ætate, ut aliis ab Al-

(a) *In latinum verſa extat in Analectis tranſalpinis editis Venet.* 1762.

Alberto M. memoratis, ut poſtea Elſnero, ſic etiam illuſtri huic Viro fucum feciſſe. Alieniſſimus certe eſt locus, qui vivorum ejuſmodi fetuum ſedes ponitur, nempe inteſtinum, ſive alimentorum via. Recidit hoc in abſurdam illam veterum quorundam ſententiam, ab Ariſtotele his fere verbis refutatam. *Qui Anguillam* inquit *capillamentis & lumbricis quædam ſimilia interdum adnexa ſibi gerentem vidiſſe ajunt, inconſiderate id aſſerunt, antequam advertant, qua parte illa gerantur; neque enim aliquid ejuſmodi eſt, quod animal creet, niſi prius generetur ovum, quod in nulla anguilla viſum eſt; & quæ animal gignunt, ſuo in utero fetum continent, non in ventriculo, ita enim concoquerentur primordia genituræ* (a). Idemque alibi *Videntur nonnullæ habere facultatem gignendi, quod in aliquibus Lumbrici fiant; his enim generari Anguillas creditur, quod error eſt* (b).

Lumbricorum ſpecies varias in diſſectis Anguillis jamdiu animadvertit Franciſcus Redius, partim intra cavum inteſtinorum domicilium habentes, partim folliculis incluſas, quibus natatoria earum veſica erat conſperſa (c). Vidit eaſdem, & alias præterea, a quibus prope deceptum ſe fuiſſe ait, Valliſnerius (d): nonnullas & ipſi vidimus. Similitudo figuræ, ac flexuoſi motus effecit, ut, cum veri partus laterent, Anguillarum progenies eſſe exiſtimarentur: neque fuit difficile, cum anticipatione aliqua microſcopium admoventibus, & caput in ipſis, & os, & oculos, & caudam, & partes ejuſmodi alias comminiſci. Ex primo genere inteſtinalium lumbricorum, Anguillulas fuiſſe credibile eſt, ab Alberto M. deſcriptas, quas etiam, mortua matre, ejus ex alvo egreſſas fuiſſe narrat; inuſitato fere in rerum natura partus exemplo: item illas, quas nuper in Svecia expreſſe in inteſtinis ab ſe repertas prodidit Fahlbergius. Quas vero Elſnerus membranis quibuſdam clauſas, & inhærentes vidit, tumida in parte, quam muliercula Anguillis in via palam aſſandis occupata, *annuebat eſſe uterum*, ad alterum vermium genus in veſica natatoria a Redio deprehenſum arbitror pertinere. Nam Leeuwenhoekii obſervatio nihil habet commune cum reliquis. Is cum fidem

(a) *Ariſt. Hiſt. Anim. lib. iv. cap. xi.* (b) *Ariſt. Hiſt. Anim. lib. vi. cap. xvi.* (c) *Oſſervazioni intorno gli Animali viventi &c. Florent.* 1684. (d) *Prima Raccolta d' oſſervazioni &c. Venet.* 1710.

nullam habuiſſet piſcatoribus ajentibus, *circa menſem Majum, exiguos rubros vermiculos inveniri in Anguillarum inteſtinis, ex quibus poſtea fierent Anguillæ*: idem tamen, qui ſibi ante, uti rem plane certam perſuaſiſſet, *Anguillas fetus ſuos in corpore geſtare, uti multi faciunt piſces, ut Galei læves, Turſiones, Balænæ* &c. (a) aliquot ex ipſis decumanas ſecuit, ut exploraret, num quæ earum pars pro utero haberi poſſet. Folliculum invenit exiguum, longiuſculum, inteſtino ſubſtratum, ac proprio meatu pervium, quem *matricem* appellare ipſi placuit: nec tamen aliud erat, ut ſolertiſſime Mundinus noſter animadvertit, niſi veſica piſcis urinaria. Inde expreſſum vi denſiuſculum humorem, microſcopio ſubjecit, eumque ſibi videre eſt viſus ex innumerabilibus globoſis particulis coagmentatum, quæ ſenſim & in dies longiores fierent, ac in perfectas denique, licet motu omni carentes, Anguillulas mutarentur. Hæc omnia quid momenti habeant ac ponderis, niſi omnino vitrorum præſtigiæ fuerunt, ſatis dilucide oſtendit Cl. Valliſnerius, ut in eodem diutius verſari argumento, nemini opus ſit. Mihi quidem obſervationibus eorum, qui vivos Anguillarum partus ſe conſpexiſſe putant, eo minus fidendum videtur, quod neque de conformatione fetuum, neque de magnitudine, neque de ſede intra matris corpus, ullo modo inter eos convenit. Quin etiam inventi ſunt, qui Alburnos, Clupeas, Percas alioſque piſces, vivas parere Anguillas putaverint; haud dubie propter vermiculos anguillulis ſimiles, eorum ex corpore egreſſos (b). De cætero oviparas eſſe Anguillas, etſi matura ac perfecta ovula nondum clare ſint conſpecta, multa ſuadent. In primis novellæ ſobolis immenſa multitudo, quæ tanta eſt, ut modico inter duos Piſanæ urbis pontes intervallo, Anguillularum adverſo flumine ad ſuperiora loca contendentium ter millenas libras, quinque horarum ſpatio piſcatores, Redio mandante, farinariis cribris exceperint: alibi primo diluculo libras ducentas: pleraſque adeo minutas, ut circiter mille unius libræ pondus vix impleverint (c): quid ſimile unquam conſpectum in piſcibus, quos novimus,

(a) *Epiſt. lxxv. dat. oct. Kal. Quintil.* 1692. (b) *De Alburnis Caſpar Schwenckfeld in Theriotropheo Sileſiæ pag.* 414. *De reliquis teſtis adducitur Stephanus a Schoenevelt in Ichthyologia Ducatus Sleſvici, & Holſatiæ &c. quem librum ut viderem adhuc non contigit.* (c) *Red. in lib. cit.*

mus, viviparis? deinde affinitas maxima, quam habet Anguilla cum Congro, & Muræna; cui quidem affinitati tantum alias, poſt Artedium ſuum, tribuit Cl. ipſe Linnæus, ut, ſublatis, aut loco dejectis propriis vocabulis, & Anguillam, & Congrum uno eodemque genere & nomine cum Muræna fuerit complexus. Murænæ ipſius ovula, ut aliorum piſcium, extra matris corpus augeſcere teſtis eſt Plinius, dum ait, *Piſcium ova in mari creſcunt: quædam ſumma celeritate, ut Murænarum* (a). Ovaria quoque apud Redium delineata (b) ejuſmodi ſunt, ut qui ea habeant piſces, vivipari vix videantur eſſe poſſe: infinitis videlicet inſtar arenularum minutiſſimis ovulis farta, eademque ad communem excrementorum exitum ductu breviſſimo, ſeu meatu pertinentia, nullo interpoſito utero, aut ſinu, ubi eadem foveri, atque expromere vivum animal poſſint. De Congro idem ſtatuere cogit ovariorum illius ab Ariſtotele tradita deſcriptio (c). Ambobus autem Muræna, & Congro oviparis, ſolam quæ ejuſdem ſit generis, immo ſolam inter ſpinoſos piſces, viviparam eſſe Anguillam, niſi prorſus invictis argumentis demonſtratum fuerit, vix cuiquam accuratius rem expendenti perſuaderi poſſe exiſtimo. Nec vero facile credendum, alia ratione ova eam gignere & parere, ac cæteros piſces, cetaceis ſemper & cartilagineis exceptis; nimirum illa, quam dilucide proponit ac deſcribit Harveus. *In utroque ſexu* inquit *procreationis tempore duo folliculi, figura & magnitudine pares inſunt, qui ſimul adaucti replentur in mare quidem materie ſimilari, ſpermatica, lactea, unde lac piſcium dicitur; in femina vero granulis innumeris viſum fugientibus, adeo ut in conceptionis principio, propter arctam horum compaginem, corpus ſimilare, & tanquam maris lac regulate coagulatum appareat; poſtea tanquam minimæ arenulæ cohærere videantur* (d). Quibus ex verbis cauſa intelligitur, cur Anguillæ nuper a Mundino producta ovaria, quæ nunquam non immatura in conſpectum venerunt, ovulis propter ſummam exiguitatem non comparentibus, vel eximio ipſi obſervatori Malpighio adipoſarum ſtriarum præbere ſpeciem potuerint. Aſpectabiliora fortaſſe extarent, ſi Anguillas capere tum datum eſſet,

 cum

(a) *Plin. lib. ix. cap. LI.* (b) *Red. in lib. cit.* (c) *Ariſt. Hiſt. Anim. lib. vi. cap. xvii.* (d) *Harv. de Generat. Anim. Exercitat. III.*

cum ſobolis procreandæ tempus valde appropinquat; tunc enim fere in piſcibus, qui non ſunt de cetaceorum aut cartilagineorum genere, organa utriuſque ſexus ad generationem pertinentia, lactes videlicet in maribus, ovaria in feminis, quæ prius collapſa vix apparebant, celerrime augentur, & in molem ſæpe ingentem excreſcunt. Latent vero, ut ſupra oſtendimus, eo tempore Anguillæ in profundo, a piſcatorum inſidiis tutæ.

Non equidem ignoro, illud omne, quod a Viris Clariſſimis Redio, ac Vallisnerio ſcriptis traditum eſt, de Anguillis per autumnum, ſobolis propagandæ cauſa, ad mare deſcendentibus, ac de Anguillulis recens natis verno tempore commeantibus ad aquas dulces, neque Civi & Academico noſtro Bonaverio, neque ei, qui Bonaverii opus edidit, notiſque illuſtravit, Prolio, ſatis probatum extitiſſe; aliamque ambos migrationum ejuſmodi ſtatuiſſe cauſam (a): Anguillas videlicet autumno ad mare fuga ſe proripere, non inſtinctu ad generationem dato, ſed tempeſtatum vi abactas, ſive etiam ad ingruens gelu evitandum: Anguillarum vero fetus, maxima copia, ſparſis ex ovulis, & in ipſis gigni Comaclenſibus ſtagnis ſive æſtuariis, & innumerabiles etiam in proximis Ferrarienſibus ac Bononienſibus paludibus. Finita hieme, Anguillulas in ſolo paluſtri natas, melioris aquæ aut pabuli deſiderio per canales, & foſſas excurrere; in primiſque per duos ramos Padi Ferrarienſis, Volanum, ac Primarenſem, qui unico capite a Padi magni alveo olim abrupti, vix alias nunc aquas ad mare vehunt, niſi puriores, ab iis, quas diximus, paludibus infuſas, & Comaclenſia æſtuaria, continuis aggeribus interpoſitis, ad latus utrumque ſtringunt. Ex eo fieri, ut, reſeratis tempeſtive aggeribus (quod maximi momenti opus, clauſtra eum in finem fabrefacta revolvendo, induſtrie ac ſtudioſe Comaclenſes quotannis moliuntur) una cum dulcibus aquis, magna quoque Anguillularum e paludibus enatantium vis æſtuaria intret, nativiſque eorum divitiis acceſſionem faciat.

Verum hæc omnia, non tam propria obſervatione comper-

(a) *Bonaveri della Città di Comacchio, delle ſue lagune, e peſche &c. part. III. §. 4. §. 40. &c.*

perta, quam ex piſcatorum hauſta reſponſis, docti illi Viri ſuis ſcriptis videntur intuliſſe; quibus quantopere ſit tribuendum, nunc perquirere non libet: totam enim rem ejuſmodi eſſe video, quæ ſine acriori ac diligentiori indagatione, quam quæ hactenus eſt adhibita, penitus enodari aut evolvi nequeat: eaque fortaſſe novam aliquando, & alteri ſermoni noſtro, & veſtris, Academici Spectatiſſimi, animadverſionibus, materiem ſuggeret. Interea unum addam, quod inficiari nemo poſſit. Etiamſi de Anguillarum procreatione longe a mari, & intra aquas dulces Bonaverii ac Prolii ſententia verior fuerit, cum utroque tamen neceſſario eſſe ſtatuendum, habere eas in fundo paludum ac ſtagnorum occultiſſima latibula, e quibus toto conceptionis, & partus tempore non egrediantur: ut ſic etiam in promptu ſit cauſa, cur nullius adhuc in alvo matura ovula juſtæque magnitudinis fuerint deprehenſa. Sed dicendi finem jam decet facere, ut egregio Anatomico Mundino ſolidiora, eoque vobis jucundiora, expoſituro locus detur.

CA-

CAROLI MUNDINI.

De Anguillæ ovariis.

DUm ſuperiori anno de ſurdo nato octenni puero anatomicam obſervationem, Præſtantiſſimi Sodales, vobis exponerem primam ſane, quæ hucuſque prodierit in labyrintho ſedem aliquam determinatam ſurditatis declarantem, & aqueductuum cotunnianorum exiſtentiam, ac uſum præ cæteris confirmantem, in voluntate me eſſe dixi non modo in humanis, ſi quæ occurrerent, ſubjectis, ſed & in animalibus vel a nativitate, vel morbo aliquo ſurdis omnes meas diſquiſitiones in poſterum impendendi, ut ſcilicet poſt tantos clariſſimorum virorum labores in enucleanda, declarandaque organi auditus fabrica, ſingularum etiam partium munus, ſi fieri poſſet, in apertum prodiret. Id ipſum interea hoc anno relinquens ad aliud obſervationum genus anatomice proſequendum poſtremis hiſce duobus menſibus me contuli, quo tamen in opere ſi minus Medici officio, Phyſico certe, ac Naturalis Hiſtoriæ cultori ſatisfactum eſſe cenſui. Occaſio enim, quæ nobis ſe ſe obtulit, tanti ſane momenti fuit, quemadmodum audiviſtis, ut miſſis illis, quæ in promptu erant ad liberandam fidem, totam omnino noſtram attentionem promeruerit; maxime cum & doctiſſimus vir Cajetanus Monti, cujus conſilia plurimi ſane facio, ac veneror, in inveſtiganda natura corporis illius globularis in ventre Anguillæ reperti perhumaniter invitaſſet, neque in egregium, ac humaniſſimum Virum Dominum Simonem Aloyſium Bonafede Nobilem Comaclenſem delinquerem, qui cum Anguillam ventre turgidam raro ſpectaculo inventam eſſe audiviſſet, eam ſibi a pi-

a piſcatoribus comparavit, ac ſale conditam filii ſui magnæ expectationis adoleſcentis Præceptori Domino Pedivillio Mathematico egregio humaniſſime miſit, eo fine ut examini anatomico ſubjecta an in ipſa verum ineſſet ovarium diſquireretur. Quid autem in hac mea inveſtigatione obſervaverim, quidque judicem, vobis hoc veſpere exponam: atque ut clarius res procedat, primo viſcerum abdominalium ſyſtema, ac conformationem proponam, unde cujuſnam naturæ fuerit corpus illud globulare facillime colligatur; deinde quænam ſint partes, in quibus ova vera deliteſcant, quæque pro veris Anguillæ ovariis habenda ſint, ſecus ac Anatomici, & Naturaliſtæ uſque adhuc unanimi conſenſu docuerunt, oſtendam.

Anguilla igitur in dorſum locata, ut Anatomicis diſſectionibus ſit aptior, abdomen exhibet, in cujus albeſcenti cute orificium conſpicitur, anus dictum, magis tamen capiti, quam caudæ extremo proximum, quod etſi primo aſpectu ſimplex eſſe videatur, attamen diductis nonnihil lateribus duo intus alia apparent orificia, in quæ ſpecillo introducto unum ſuperius ad inteſtinum, alterum inferius ad oblongum ſacculum ellipticum ducit, ideſt veſicam urinariam: flatu enim in hæc duo orificia immiſſo, & totus inteſtinalis tubus, & prædictus ſacculus intumeſcit.

Aperto ventre longiſſimum apparet abdomen, duas enim quaſi tertias partes longitudinis totius animalis adæquat, atque proinde inferius producitur magis quam ſit orificium excrementorum: latius eſt ſuperius abdominis cavum infra tendineam fornicatam telam quaſi diaphragma, ſupra quod cor cum ſuo pericardio collocatur; anguſtius eſt inferius, & in acutiſſimam conicam deſinit cavitatem. Sub diaphragmate poſitum eſt hepar rubicundum, ac in duos lobos diviſum, quorum ſiniſter maximus eſt cum cyſtide fellea magna, & ab hepatis cava facie ſpatio aliquo diſtante. Retro hepar deſcendit œſophagus robuſtus, maxime dilatabilis in formam ingluviei, longitudinalibus plicis refertus, deſinitque lateraliter in oblongum, conicumque ſacculum, ſeu ſtomachum, cujus apex inferiora ſpectans veluti quodam ligamento deſcendenti inteſtino, ac parvo, vixque notabili meſenterio firmari videtur, dum altero extremo latiori ſurſum aſcendente ſub hepate acutum arcum

facit

facit cum adnexo deſcendente tubo inteſtinali, ubi in pylorum conſtringitur, exiguo tantum foraminulo inter ſtomachum, & inteſtini principium præbente communicationem.

Incipit ergo hoc loco inteſtinum robuſtiſſimis muſcularibus fibris donatum, quod diceres duodenum; nam a ſuperincumbente hepate, & cyſtide fellea bilem, &, ſi Valliſnerio credimus, etiam ſuccum pancreaticum recipit ab analogo quodam viſcere oblongo, inteſtino, & ſtomacho parallelo, prout ipſe Valliſnerius in ſua figura exhibet. De hujus tamen viſceris exiſtentia dubius ſaltem hæreo; nam præter Petri Artedii de hoc viſcere ſilentium mihi conſtat potius ſubſtantiam illam pinguedinem eſſe, ac quidpiam omento analogum.

Nulla quoque vel in pyloro, aut inteſtino appendix cæcalis conſpicitur, quæ adeo multiplicata cernitur in aliquibus piſcibus, præcipue iis, qui pancreate deſtituuntur, ut Redius uſque ad quadraginta numeraverit, & pinxerit, & Morgagnus in piſce Fabro primum inteſtinum quaſi quodam appendicularum capillamento circumcirca ornari viderit.

Deſcendit vero recta inteſtinum, atque una vel altera circumvolutione facta membranæ meſenterium æmulanti adnexum in amplius inteſtinum rectum terminatur, quod cloacam improprie nominare conſueverunt.

Oblongum lienem habent Anguillæ triangularem, atque intenſe rubentem, qui infra hepar, immo felleam cyſtidem, & retro principium tubi inteſtinalis, & ſtomachum collocatur. At vero mirabiles ſunt renes, qui ſub diaphragmate incipiunt tenues, & tamquam duæ tæniolæ per dorſi longitudinem deſcendunt, deinde in unicum volumen coaleſcentes craſſum corpus efficiunt in ultimo abdominis cavo collocatum, in cujus ſuperiori parte inſidet veſica urinaria coni compreſſi figuram habens, cujus apex inferiora ſpectat, baſis vero ſuperiora, ibique perforata communicat mediante breviſſima uretra in foraminulum intra orificium commune excrementorum. Atrorubens eſt eorum ſubſtantia, & mollis, ſanguine plena, & punctis nigerrimis diſtincta.

Pendent inſuper utrinque ex dorſo per totam longitudinem cavi abdominis laciniæ quædam ſub hepate, & in ab-

abdominis medio latiores, breviſſimæ vero, & ſenſim decreſcentes in inferiori ejuſdem abdominis cavitate, quæ communiter, & a magnis viris tamquam adipis receptacula habentur, inter quos eminent Valliſnerius in explicatione figuræ diſſertationi de Anguillæ ovis adnexæ, & magnus Malpighius in diſſertatione de omento, qui habet hæc verba: *In Anguillis, & ſimilibus utrinque a lateribus inteſtinorum propagantur per longum abdominis adipoſæ ſtriæ, quæ inteſtino, medio omentali reti, & ſtriis nectuntur, & in centro ramos venæ portæ habent & in inſignem quandoque extuberant molem.*

Tandem in dorſo inter productiones renum, quas dixi, & inteſtinalem tubum, & ſtomachum locantur natatoriæ veſicæ aere plus minuſve diſtentæ, quas Needamius ſuperioris, inferioriſque nomine diſtinguit. Hæ veſicæ ſicuti figura, & numero differunt ab aliis diverſæ figuræ piſcibus, ſic quoque diverſam habent communicationem. Anguillarum enim figuram ſectantes in iiſdem magis compreſſæ ſunt, & oblongæ, & non in apicibus inter ſe communicant, ſed ſuperior extremitate ſua in inferioris veſicæ cavitatem ſub medietatem ſuæ longitudinis oblique aperitur, dum interea altero extremo exiguo, obliquo, nec ſine valvuloſo apparatu munito foraminulo cum œſophago coaleſcit; dixi autem valvuloſo apparatu, nam flatus per aperturam artificialem impulſus ab inferiori in ſuperiorem veſicam, & deinde in œſophagum facili negotio tranſibat, cum ab œſophago in veſicas numquam ipſum aerem impellere potuiſſem.

Verum Redius præſtantiſſimus unicam tantummodo veſicam agnoſcit, eam nempe, quam Needamius inferiorem nominat, quæque conchæ margaritiferæ nitorem, coloremque argenteum æmulatur; alteram vero pro canali habet communicationis. Ex tribus membranis veſicam componi docet, duabus internis omnino propriis, & altera exteriori communi a peritonæo derivata. Quam veſicæ compoſitionem ex duplici membrana eamdem eſſe omnino in Muræna animali Anguillæ parum diſſimili aſſerit Marcus Aurelius Severinus Blaſio referente.

Canalis hicce ex tenuioribus membranis compoſitus, diaphanus eſt, & ad ejus oſtium in veſicam duo rubra ovalia corpuſcula magnitudine tritici majoris conſpiciuntur, quæ ſuis tendineis extremitatibus in veſicæ membranas ex-

panduntur. Horum corpuſculorum ſubſtantia pulpoſa eſt, duriuſcula, & friabilis; vaſaque ſanguinea per ſuperius extremum in ipſorum ſubſtantiam diſperduntur, deinde per oppoſitum apicem egreſſa in tres, quatuorve ramos diviſa per interiorem membranam utrinque, & æqualiter diſtribuuntur. Cujuſnam naturæ ſint hæc corpora, difficile eſt definire; ipſorum ſubſtantiam ſanguis permeare videtur, iiſdemque colorem tribuere; quem in finem, ignotum mihi, & omnibus adhuc eſt. Needamius glandulas vocat, ſed neſcio qua ratione. De ipſarum natura nihil pronunciat Redius, ac notat tantummodo glandulas quaſdam miliares in interiori membrana exiſtentes, quæ, ut verum fatear, omni adhibita diligentia numquam mihi apparuerunt; & ſolummodo vidi bullulas quaſdam aereas, exiguas, in mucoſo illo humore, qui copioſus eſt in parietibus veſicæ, quæ primo intuitu folliculorum aſpectum mentiuntur.

Breviter ſic adumbratis Anguillarum abdominalium viſcerum poſitu, ac conformatione ad examen corporis illius in ventre Anguillæ reperti, quod in ſpiritu vini aſſervatum, atque delineatum in tabula conſpicitis, tranſitum nunc faciam. Etſi enim pauca ſunt, quæ dixi, ſatis attamen ea eſſe exiſtimo in præſens ad ejuſdemmet corporis naturam ſine errore definiendam.

Corpus hocce totum omnino ſolidum eſt, ac oblongi veluti ſacci compreſſi in extremis obtuſi figuram habet, cujus longitudo quatuor fere uncias, latitudo unam, & amplius, craſſities unam circiter æquat; obvolutum erat membrana tenui, diaphana, per quam vaſcula diſpergebantur; ſub hepate ſuperius extremum collocatum erat, inferius ad orificium excrementorum porrigebatur. Pulcherrima ejus anterior apparet ſuperficies; plurimi enim in ea, ac innumerabiles diverſæ magnitudinis globuli argenteo colore ſplendentes elevantur, ut ex totidem orientalibus lucidiſſimis margaritis conflatum appareat, qui globuli non ubique ſunt æquales, ſed in inferiori extremo majores conſpiciuntur: in poſteriori vero facie, quæ dorſum reſpiciebat, rari, minores, & inæqualiter ſparſi ſunt, atque in albicanti quadam inorganica ſubſtantia totam maſſam hujuſce corporis conſtituente defixi, quæ ex cellularibus intricatis fibris conflatur argenteo ſplendore nonnihil micantibus.

Quam-

Quamquam autem hæc Anguilla aperta, & corpus illud extractum jam eſſet, ac conſequenter viſcera, quæ eidem circumpoſita erant, nonnihil lacera fuiſſent, & ſalis actione contracta, & criſpata, adhuc tamen omnia abdominalia viſcera non difficile mihi fuit fragmentis inſimul aptatis invenire, eorumque ſitum notare.

Corpus igitur globulare ſuperius ab hepate, ac portione ſtomachi, anterius ab inteſtino, & reliquo ſtomacho, ſic quoque poſterius, & inferius a renibus, & inteſtinali cloaca circumambiebatur; quin immo fragmenta etiam mihi occurrerunt adipoſarum ſtriarum Malpighii, quæ lateraliter juxta viſcera abdominis collocari jam dixi.

Verum quod omnem inquiſitionem inutilem fecit, veſica fuit natatoria, cujus ſitum, ac locum corpus hocce tenebat, ac ſolum duo illa ſubrubra corpuſcula vidi, adjacentia oſtio communicationis inter canalem, & veſicam, quæ parti poſteriori ipſius corporis intricata erant, & colligata.

Hiſce omnibus animadverſis dubium non eſt, quin caſus hicce, & obſervatio eadem omnino ſit, ac illa, quam habuit Valliſnerius in ſua illa de Anguillarum ovariis inventis diſſertatione; quæ etiam in ephemeridum naturæ Curioſorum appendice ad duas primas obſervationum centurias impreſſa fuit. Vidit & ipſe Valliſnerius, poſtquam per plures annos fruſtra Anguillarum ovaria inquiſiviſſet, vidit, inquam, caſum omnino noſtro ſimilem, in vivaciſſima nempe Anguilla quoddam receptaculum ad inſtar ſacci ſub inteſtinis in lumbis juxta ſpinalem medullam ſitum, in quo per membranam manifeſte ovula, ait ipſe, lucidiſſima, argenteique nitoris, magnitudine diverſa, tranſparebant. Profecto ſi ipſius Valliſnerii etiam figuram conſulamus videbimus illud ſuum ovarium cum corpore a nobis huc uſque deſcripto, etiam relate ad ſitum, figuram, atque volumen ipſum omnino congruere. Quod ſi quiſpiam vellet aliquam adeſſe differentiam, ea in hoc ſolum conſiſtere poterit, ſcilicet quod ipſe depingat ſuum ovarium quaſi totum omnino ex globulis conſtaret, facta etiam longitudinali ſectione, cum interea nos globulos, ſeu ſphærulas argenteas tantummodo, ut ita dicam, in cortice anteriori, & laterali conſpexerimus; quam tamen ſui ovarii ſtructuram Valliſnerius tantummodo figura

exhibet, minime vero in ipſius figuræ explicatione indicat, multoque minus in diſſertatione, prout opus eſſe videbatur, deſcribit. Facta interim hac obſervatione Valliſnerius fortunæ, ut ipſe fatetur, gratias agens, atque lætitia plenus, quod verum Anguillæ ovarium detexerit, ſuam obſervationem noſtræ primum Academiæ dicavit, deinde alias nonnullas Europæ inventi ſui participes fecit.

Sed utinam lætitiæ ſuæ rei veritas par quoque fuiſſet! Etenim piſcium ovaria non ſolum in tota eorum ſuperficie, ſed interius etiam, & in omnibus dimenſionibus ex ovulis conſlantur, quæ in nonnullis piſcibus, ut in percis vidi, ejuſdem omnino ſunt magnitudinis, in barbo autem, cyprino, aliiſque duorum, vel trium magnitudinis ordinum erant, & ita æqualiter minora ova majoribus erant interſperſa, ac diſtributa, ut majoribus, maturioribuſque maceratione excluſis, minora & ipſa non acervatim, ſed ordinate collocarentur. Hæc autem innumerabilium ovorum congeries in quadam veluti cellulоſa membrana tenuiſſima vario modo pro piſcium varietate complicata nectitur, ac denique communi capſulari involucro inveſtitur. Contra vero in hoc corpore globularis ſtructura tantummodo in ipſius ſuperficie quaſi ſtratum quoddam inerat, quo ſeparato informis illa ſuperius deſcripta ſubſtantia apparuit, ut oculis veſtris poteſtis vos facere certiores. Deinde ſphærulæ illæ argenteæ vario modo tentatæ nullum veri ovi indicium præſetulerunt; nam in ignem conjectæ minime crepitarunt, maceratæ in aqua nullum majus volumen adeptæ ſunt, quemadmodum aliis ovis piſcium accidere vidi, quæ in aqua detenta paullatim intumeſcunt, & ea, quæ propter tenuitatem inviſibilia erant, manifeſta fiunt. Nonnullas etiam acubus tentavi lacerare, & cultris tranſverſim ſcindere, ut, ſi quid nuclei, aut veſicæ interius adeſſet, invenirem; at quocumque modo eas diſrumperem, in cellularem argenteam membranam facillime reſolvebantur, abſque eo quod ullum cavitatis indicium, ullum aeris, vel liquoris veſtigium, adhibitis quoque microſcopiis, appareret. Quare cum hæc omnia mihi contigiſſent, ac nullam veri ovi in iis proprietatem, ac indolem inveniſſem, dubitare cœpi de Valliſnerii aſſertione, mihique in animum venit, viſcera omnia horum animalium inveſtigare; ac cum per plures, & repetitas obſervationes utriculum, ſeu veſicam

cam natatoriam argentei coloris eſſe, maximeque convenire cum colore ſphærularum noverim, ſuſpicatus ſum, corpus illud nihil tandem aliud eſſe, niſi veſicam ipſam natatoriam in tumorem ſcirrhoſum ampliatam, præcipue cum membranæ eam conſtituentes celluloſæ naturæ ſint, multoque magis, ſi Redii obſervatio ſit vera, quod ſcilicet plurimis ſcateant glandulis miliaribus. Hiſce præterea omnibus accedit ipſius tumoris ſitus, qui nempe locum tenebat, in quo veſica natatoria collocatur, atque præ cæteris corpuſculorum veſicæ rubrorum ipſimet tumori fortiſſima adhæſio.

Satis tamen mirari non poſſum, Valliſnerium ſolertem, induſtriumque obſervatorem tam fidenter corpus illud globulare Anguillæ ovarium pronunciaſſe, neque cum tanta eſſet coloris, ſtructuræ, ac poſitus ſimilitudo inter illud, & utriculum natatorium, de ipſius vitio, ac tumore ne dubitaſſe quidem, ſed ab apparenti forma deceptum, & voluptate captum, de veſica natatoria nihil ſollicitum, ovarium a ſe inventum eſſe exiſtimaſſe. Organum hocce aereum piſcibus omnibus in dulcibus aquis natantibus maxime proprium ignotum certe eſſe non poterat præclariſſimo viro; ſiquidem per plures annos in patria ſua Anguillæ ovaria inquiſiviſſet, quo in labore neceſſarium quam maxime erat partium omnium diligens examen, eſſetque ei procul dubio notiſſimum, quid Redius de eadem natatoria veſica ſcripſerit in ſuis obſervationibus *Intorno agli animali viventi, che ſi rinovano negli animali viventi*; haſce enim obſervationes in ſua diſſertatione in medium adducit.

Sed de Valliſnerii ſuppoſitis ovariis jam ſatis: nunc vero in medium afferam eas obſervationes, rationeſque adducam, quæ demonſtrant, Anguillas revera habere, ut cæteri piſces, ovaria, quæ hactenus præclariſſimorum virorum inquiſitiones inutiles reddiderunt, ſed quæ nihil tale a principio quærentibus non infelici ſucceſſu ſeſe nobis manifeſtarunt. Dum interea in prædicti tumoris obſervationibus verſabar, Anguillas incidere, earumque viſcera præſertim abdominalia lentibus, ac microſcopio adhibitis exquiſitius obſervare cœpi, ut non ſolum eorundem conformatio, ac poſitus, ſed intimior eorum ſtructura, quantum fieri poſſet, mihi aperiretur. Accidit autem, ut una, vel altera Anguilla ſecta, oculo mediocri lente armato, viſui ſe ſe offer-

ferret ſtructura laciniarum, quas a principio indicavi lateraliter ſpinæ dorſi adhærere, & a facie hepatis concava ad ultimam uſque pelvim extenſas eſſe. Harum igitur laciniarum ſtructura omnino globularis apparuit: innumeras enim ſphærulas minimas, æquales, pellucidas, diviſas tamen, quæ in centro maculam oſtendebant, totam harum laciniarum ſubſtantiam conficere vidi apertiſſime, quæ a communi quadam tenuiſſima, ſed valida, membrana involvebantur, non modo globulorum inter ſe nexum, ſed ipſi laciniæ ligamentum dorſo, & vaſis ſanguiferis utrinque a dorſo provenientibus fulcimentum præbente. Hanc ſtructuram pluries miratus, quæ omnino faciem ovarii præſeferebat, pro ovario tamen habere adhuc non poteram. Obſtabat enim vetuſtiſſima de Anguillarum geneſi controverſia: obſtabat Redii, ac inter recentiores Petri Artedii de ovariis Anguillæ ſilentium; auctoritas quoque Linnæi, ac eorum, qui Geofroii materiam medicam perfecerunt, *hodie inter omnes, nemine dubitante, confirmatam rem eſſe, Anguillas eſſe viviparas*; magni denique Malpighii aſſertio, haſce lacinias eſſe ſtrias adipoſas. Attamen cum eas per repetitas obſervationes ſub eadem ſemper forma conſpicerem, & non modo ſtructura, ſed & ſitu analogas ovariis aliorum piſcium, quin & ipſum globulorum quaſi dixerim portentoſum numerum animadverterem, inclinabat animus ad credendum, haſce lacinias vera eſſe ovaria.

Quapropter ut me certiorem redderem de horum globulorum natura, variis modis ipſas lacinias tentavi. Ac primo quidem in aqua detentæ cito intumuerunt, magiſque diaphani facti ſunt globuli, quemadmodum variis noſtrorum piſcium ovis evenire obſervavi; deinde durante maceratione, exteriori membrana ſeparata, ova ipſa jam divulſa ad aquæ fundum deſcenderunt.

In ebullienti aqua lacinias immiſi, & tunc duriores apparuerunt globuli, & ſicuti calor aquæ ebullientis membranas ova colligantes deſtruxerat, ipſa ovula facillime ab invicem ſeparabantur, ut in ovariis aliorum piſcium contingere videmus.

Pluries quoque in accenſos carbones eaſdem lacinias conjeci, vidique quod Ariſtoteles ipſe aſſignat pro caractere ovorum piſcium proprio, globulos nempe illos ab igne eliſos crepitare.

Quod

Quod ſi quis inſuper, ut taceam de aliis mediis, quibus ſum uſus, & quæ unuſquiſque imaginari facile poteſt, laciniarum habitum, ac compoſitionem clarius adhuc conſpicere velit, lacinias immergat parumper in atramentum, deinde atramento eloto in aqua limpida eaſdem vel mediocri lente adhibita obſervet. Tunc enim utpote atramentum ſtipticum, & adhærens fluidum eſt, ita inter ovula cellularem membranam colore ſuo inficit, ut ipſa appareant evidentiſſime.

At obſervationibus hiſce non obſtantibus dubitationem mihi non levem attulit horum ovariorum color; cum enim ad flavedinem nonnihil tendant, incertus eram num globuli illi eſſent potius utriculi pinguedinoſi, quam vera ova, præcipue cum Anguillas oleo abundare notum ſit, ac veriſſimum. Sed aliis obſervationibus inſtitutis diverſam a noſtris ovariis ſtructuram in adipoſa cellulari detexi. Striæ enim, ſeu appendiculæ pinguedinoſæ, quæ a ſtomacho pendent, & circum tubum inteſtinalem, & renes locantur, microſcopio examinatæ diverſam ſtructuram oſtenderunt. Simpliciſſimam in illis fabricam vidi: ex cellulis enim æqualibus minimis componuntur, ovis ipſis multo minoribus, in quibus, ſi fortiori lumini, vel ſolis radiis exponantur, manifeſte luceſcunt guttulæ oleoſæ, adeo ut pinguedo non modo Anguillæ, ſed cæterorum omnium piſcium, qui non pauci fuerunt hiſce obſervationibus deſtinati, ex tot punctis minimis micantibus ad ſimilitudinem ſpeciei lapidis opali, vulgo *Pietra venturina* dicti, conflata videatur. Quin immo nuperrimis hiſce diebus ovario per plures dies maceratione diſſoluto, exteriori membrana ſeparata, inter ovula nonnihil cellularis pinguedinoſæ conſpexi; atque hinc petenda ratio eſt, cur ovaria flaveſcant, & clariſſimi viri rem hanc, prout opus erat, non examinantes decepti ſint.

Accidit quoque, ut in maceratione detentis per plures dies viſceribus omnibus Anguillæ, accidit, inquam, ut pinguedo adnexa ſtomacho, & inteſtinis, dura, albeſcens, ac friabilis evaderet; quod in omnium animalium pinguedine, maceratione adhibita, ſemper contingit; diffluente interim ovario, ſphæruliſque, ſeu ovis jam diſgregatis, & fundum aquæ petentibus; manifeſto indicio illam revera eſſe pinguedinem, hoc autem ovarii naturam habere.

Situs

Situs ergo illarum laciniarum, forma, compoſitio manifeſta ex globulis rotundis proprietates ovorum habentibus, quorum immenſus numerus reſpondet quantitati Anguillarum, quæ habentur, & piſcium univerſali prolificationi, diverſitas a pinguedine, & quod in ſolis Anguillis laciniæ, neque in aliis alterius generis piſcibus, reperiantur, ea fuerunt argumenta, ut ipſas lacinias pro ovariis habendas eſſe judicaverim, cum præterea tanta pinguedinis quantitas conſentanea non videatur cum analogia aliorum piſcium; in nonnullis enim Anguillis tantæ molis inveni lacinias, ut viſcera omnia abdominis quaſi ſuperaverint.

Quam rem cum in triginta, & amplius diſſectis Anguillis ſemper, & conſtantiſſime reperiſſem, ut nulla amplius in ipſas lacinias dubitatio cadere videretur, affinium ſpecie, & forma piſcium obſervationes perquirere ab auctoribus cœpi, ratus aliquid me ad rem noſtram inventurum opportuniſſimum. Neque ſpes revera me fefellit. Nam de Congro, & Muræna Anguillæ adeo ſimilibus, ut Artedius Anguillam Murænam unicolorem apellet, adnotata aliqua adinveni, quæ obſervationem hanc noſtram, atque opinionem confirmare magis poſſunt.

Ac Congros primum quod attinet Rondeleſius ova emittere eos dicit. *Congri enim*, ait ipſe, *ova pariunt, ex quibus aliorum piſcium modo alii Congri procreantur, hæc autem ova intra ſe pinguedine obducta continent Congri*, quas tamen notitias non ex propria experientia, ſed ex Ariſtotele ipſo acquiſiviſſe videtur, qui ſcribit, *Congros quidem habere fœturam, ſed non in omnibus locis ſimiliter conſpicuam; neque enim ob pinguedinem apparet. Eſt autem in longum protenſa, quemadmodum in ſerpentibus, verum in ignem conjecta manifeſta fit: quod enim pingue eſt, liquitur, & in vaporem abit, ova vero exiliunt, & ab igne eliſa crepitant. Præterea ſi digitis contrectes, & teras, ſubeſſe pinguedinem levem ova craſſiuſcula ſenties.* Quidpiam igitur Ariſtoteles invenit in Congro illi ſimile, quod in Anguillis reperi, ovaria nempe in longum protenſa, pinguedinem æmulantia, & igni commiſſa emittentia crepitum.

Quod ſi de Muræna ſermo habeatur, veterum auctoritatibus omiſſis, Redius ſolus ſufficiat, qui plurimas ſe Murænas ſecuiſſe fatetur. Is enim in eodem libro obſervationum

de-

degli animali viventi negli animali viventi exhibet figuram ovarii Muraenae, quod adeo ſimile eſt ſtructura, directione, ſitu ovariis Anguillae, ut mirum certe ſit, Redium, qui haec ovaria non ſolum viderit, ſed delineaverit, in Anguillis tamen, quamquam innumeras ab eo ſectas fuiſſe putandum ſit, nullo modo cognoverit.

Profecto Malpighius in ſupra citatis ejuſdem verbis de omento, quando Anguillae lacinias tamquam pinguedinoſas ſtrias deſcribit, ait, in Anguillis, & ſimilibus hunc ſuppoſitum adipem inveniri. Manifeſtum ergo eſt, ipſum Malpighium in affinibus Anguillae animalibus lacinias illas inveniſſe, ac notaſſe, hoc ſolo diſcrimine, quod ipſe pinguedinem eas eſſe crediderit.

Atque haec, Sodales Ornatiſſimi, ea ſunt, quae Valliſnerii ovarium, noſtraſque obſervationes ſpectantia vobis hoc veſpere narranda ſuppetebant. Plurimae adhuc aliae obſervationes erunt inſtituendae, omnibuſque anni temporibus Anguillarum viſcera, & laciniae perluſtrandae ſunt ad varium earum ſtatum, mutationes, & indolem cognoſcendam, ut quidpiam certius de horum animalium prolificatione definiatur, quod alacri animo praeſtaturum me eſſe polliceor, quandocumque laborem hunc meum non omnino eruditione, ac doctrina veſtra indignum judicabitis.

Fig. I. *Anguillae viſcera in ſitu locata.*

a Cor cum pericardio aperto.
b Membrana aemulans diaphragma.
c Hepar, cujus limbus ſurſum revolutus eſt, ut melius conſpiciantur cyſtis fellea, & pylorus.
d Cyſtis fellea.
e Lien.
f Œſophagus.
g Stomachus.
h Inteſtinum.
i Veſica urinaria.
l Foramen excrementorum cutaneum.
m Renum pars inferior.
n n n Ovaria.

Fig. 2. Eadem viſcera extracta.

a Stomachi pars inferior elevata, e qua pen det omentum.
b Lien.
c Veſica natatoria.
d Canalis veſicæ natatoriæ communicans cum ſtomacho.
e Orificium excrementorum.
f Veſica urinaria.
g Corpus renum.
h h h h Ovaria.

Fig. 3.

a a Stomachus.
b Pylorus.
c Veſica natatoria.
d Canalis communicationis.
e Duo rubra corpuſcula in oſtio canalis ad veſicam locata.
f Oſtium canalis ad ſtomachum.
g Inteſtinum.

Fig. 4. oſtendit renes deſinentes inferius in corpus renale, cui ſuperponitur veſica urinaria.

Fig. 5. Veſica natatoria aperta.

a Interior membrana, vaſculis retis in modum per ipſam diſperſis, quæ a corpuſculis rubris in oſtio canalis locatis prodeunt.
b Oſtium canalis.

Fig. 6. Corpuſculum rubrum.


Fig. 7.
Fig. 9.
Fig. 10.
Fig. 2.
Fig. 1.
Fig. 5.
Fig. 4.
Fig. 6.
Fig. 8.
Fig. 3.
Fig. 11.
Fig. 12.
18.

NATURAL HISTORY

Fig. 7. Anguillæ morboſæ conſpectus, ubi cordis, hepatis, inteſtini &c. lineamenta facile animadvertuntur.

a a Tumor veſicæ natatoriæ a Valliſnerio pro ovario habitus.

b Sectio a piſcatore facta.

Fig. 8. Idem tumor extractus anterius viſus, & ab externa membrana denudatus.

Fig. 9. Idem tumor poſterius viſus.

Fig. 10, & 11. Tumoris interior ſubſtantia, qualis apparuit ſeparata lamina exteriori tamquam cortice argentei nitoris globulis refertiſſimo, & etiam tranſverſim ipſo tumore ſecto.

Fig. 12. Ovaria lente conſpecta.

ALOYSII GALVANI.

De volatilium aure.

Vix dum cœperam ea, quæ in volatilium aure a nobis inventa ſunt, atque ad academiam annis 1768, 1769, 1770 delata, colligere, & in unum ſermonem, quem in ſextum hunc commentariorum tomum inſereremus, diligentius referre; ecce tibi Antonii Scarpæ viri præclariſſimi *de ſtructura feneſtræ rotundæ auris, & de tympano ſecundario Anatomicæ obſervationes*, quarum non paucæ ex iis, quæ ad volatilium aurem pertinent, eædem ferme ſunt, quas nos etiam feceramus, & in lucem edere in animo habebamus. Igitur mutata continuo ſententia, ea dumtaxat conſtituimus typis una cum adjunctis tabulis mandare, quæ neque a doctiſſimo viro, neque ab ullo, quod ſciamus, detecta ante fuerunt. Sed in his etiam deſcribendis poſtea coacti ſumus, modo adverſa valetudine impediti, modo curis aliis diſtenti, præcipua tantum perſequi, cætera ſolum attingere, aut omnino ad alium tomum differre. Atque diſtuliſſemus quidem omnia, niſi veriti eſſemus, ne iterum accideret, ut, quod unum in noſtris rebus eſt novitatis decus & ornamentum, interim aliorum ſolertia, atque induſtria nobis præriperetur.

A meatu auditorio exordiemur. In eo omittimus nunc quidem mobilitatem, quæ ineſt in parte anteriori ejuſdem parietis exterioris, quippe quæ ex depreſſore inferioris mandibulæ muſculo conficitur, quo fit, ut immutari diameter ipſius poſſit; rectam item ejuſdem viam, variamque in variis volatilium ſpeciebus a nobis perluſtratam figuram, quæ eſt in pleriſque hemiſphærica, centrum veriſimiliter in tympani mem-

bra-

brana habens; qua una forte re contingit, ut non ſit, cur aves auditorii meatus flexuoſitatem, longitudinemque, quibus intenduntur ſoni, quadrupedibus invideant. Hæc, inquam, nec non & alia, neque levia, neque inutilia, in aliud tempus differimus.

Illud prætereundum non cenſemus, detexiſſe nos in tympano canalem illum, quem Scarpa in Tab. 2. fig. 15. litt. *e* exprimit, non modo arteriam continere *b* ab externa carotide ortam, quod nullus indicavit, verum etiam nerveum ramum, cum portione dura nervi auditorii comparandum, adeoque ad aquæductum fallopianum prædictum canalem referendum eſſe, quod nemo ſuſpicatus eſt; itemque in pleriſque volatilibus eumdem longe magis, quam obſervavit Scarpa in pullis gallinaceis, circumambire oſtium, portam antiveſtibuli a nobis nuncupatum (a) eo quod ingreſſum ad oſſeum tubum aperiat a Scarpa nuperrime deſcriptum, a nobis multo ante detectum, & antiveſtibulum dictum, qui ad rotundam, & ovalem feneſtram ducit, & utramque in ſui fundo continet. Conſtans præterea, ac peculiare foramen tenui membrana obductum in parte poſteriori ejuſdem antiveſtibuli collocatum invenimus, quod antiveſtibuli feneſtram diximus (b). Diametrum denique variam aſſecuti fuimus, variamque juxta varia volatilium genera figuram non modo cavitatis, verum etiam portæ jam dictæ ejuſdem antiveſtibuli, quam in volatilibus nonnullis, ac præcipue in palumbis, quibus, ſi pervulgatam venatorum opinionem attendamus, auditus hebes eſt, ac gravis, adeo anguſtam eſſe comperimus, ut ea vix tenue columellæ corpus, de quo paulo infra erit dicendum, contineatur.

Jam vero in partibus, quæ tympano continentur, præcipua inter ea, quæ obſervavimus, hæc ſunt: brevitas, & latitudo proceſſus lateralis ſuperioris (c) cartilaginis columellæ, ſeu oſſiculi tympani, præ inferiori, ejuſque curva productio (d) quæ longiori, & anteriori proceſſui, ſeu ejuſdem capiti inſerta anulum cartilagineum conſtituit; diſtantia etiam utriuſque lateralis proceſſus (e) dictæ cartilaginis columellæ a tympani membrana, quæ profecto diſtantia monet, proceſſus eoſdem non poſſe eamdem membranam fulcire, tenſamque, et convexam ſervare.

Ad

(a) *Tab.* 4. *fig.* 1. *litt.* B. (b) *Tab.* 2. *litt.* E. (c) *Tab.* 4. *fig.* 4. *A.* (d) *Ibid.* B. (e) *Ibid.* E.

Ad hæc accedit ſuperius columellæ ligamentum (a) ejuſque tendinea in pleriſque, in nonnullis, ac præſertim ſenioribus avibus magna ex parte cartilaginea ſubſtantia: nexus etiam duorum ligamentorum (b) non baſi dictæ cartilaginis, ſed lateralibus ejuſdem proceſſibus: eorumdem quoque ligamentorum ſubſtantia, non membranacea, ſed partim tendinea, & in aliquibus etiam cartilaginea, ne dicam in nonnullis ſenioribus avibus muſcularem ferme viſam eſſe.

De muſculo autem a nobis multo ante detecto (c), cui membranam tendere incumbit, duo a nobis detecta ſunt, alterum quidem eſt, ejus tendinem non in ſuperiori tantum columellæ proceſſu inſeri, ſed acuta lente adhibita in plura, ac fere innumera filamenta diviſum patere, quæ diffunduntur, & inſeruntur in univerſam tympani membranam, unde ipſa fortior redditur, & ad reſonandum aptior, ne dicam filamenta illa ipſa pro tonorum varietate diverſimode tendi. Alterum autem eſt, dum deorſum, & extrorſum columellam trahit, tendere non modo tympani membranam, ſed per interpoſitum aqueum humorem etiam membranam feneſtræ rotundæ, quod novum profecto eſt, ac peculiare. Sed hac de re, deque ejus ratione & opportunitate, atque de provido naturæ conſilio, ut uno, eodemque officulo, uno etiam eodem muſculo duas tendat in volatilium aure membranas variis, diſiectiſque locis appoſitas, fuſius alias agemus.

In tympano demum chordam, humanæ auris chordæ perſimilem, nobis acuta lente inſtructis inſpicere fortuna conceſſit. (d) Oritur illa ſuperius ex duro nervo intra aquæductum aſſervato, antequam ex eodem canali exeat, flectitur inferius prope minorem lateralem proceſſum cartilaginis columellæ, progreditur inde tranſverſe ad corpus ejuſdem columellæ, atque vel ipſi, vel baſi cartilaginis per cellularem alligatur, tandem ad os jugale pervenit, (e) ſupra ejus angulum curvilineum porrigitur, eique adhæret, ac poſtremo in oppoſitum tympani parietem defertur, atque ab ejuſdem tympani cavo exit.

Aſt ad labyrinthum veniamus, in quo diligentior inveſtigatio abdita huc uſque naturæ opera nobis patefecit. In eo itaque

---

(a) *Tab.* 3. *A. Tab.* 4. *fig.* 4. *F.* (b) *Tab.* 3. *B.*, *C.* (c) *Tab.* 3. *D. Tab.* 4. *fig.* 5. *C. Tab.* 1. *B.* (d) *Tab.* 4. *fig.* 4., *D.*, *Tab.* 3. *E.* (e) *Tab.* 3. *F.*

que perioſteum obſervavimus craſſiuſculam, pellucidam, duriuſculam membranam referre, quæ univerſam ipſius cavitatem inveſtit. (a)

In cochlea autem, ſeu canali cochleæ vices gerente, acuta lente adhibita obſervare datum fuit, ejuſdem ſeptum ex peculiari zonula duplicata, cartilaginea potiſſimum conſtrui. (b)

Progreſſum præterea vidimus nervi cochleæ, qui hujuſmodi eſt; integer nervus, & immutatus intra zonulæ modo dictæ duplicaturam ad apicem uſque cochleæ porrigitur, ubi quidem in ſenſorium ſic mutatur, ut eo in loco in elegantiſſimum flocculum, ſeu penicillum abeat, (c) cui permulta ſunt variæ longitudinis, & craſſitiei filamenta, omnia in Cottuniano humore libere natantia, nulla, quod conſpici poſſit, in oppoſitam craſſiuſculam membranam inſerta. Aliam etiam vidimus zonulam craſſiorem, pulpoſam, albidam, liberam, brevemque, nullum proximum cum deſcriptis filamentis commercium præſeferentem, ſed penicillum dumtaxat ſuperius circumſepientem, quam ad nerveam medullaremque ſubſtantiam referres.

In veſtibulo autem nobis ſe ſe obtulit ejus porta, foramen ſcilicet ad cochleæ baſim exiſtens, quod cum in veſtibulum introducat, ita eo nomine donare nobis placuit; ſe ſe item obtulit unus vel alter nerveus colliculus (d) ad eamdem veſtibuli portam collocatus, quem niſi animum diligenter attendas, facile pro ſepto nerveo haberes membranæ inſtar conſtructo, veſtibuli portam claudente.

In canalibus porro ſemicircularibus inſignem in primis eorum magnitudinem mirati ſumus, quæ tanta eſt, ut magnorum accipitrum canales ſemicirculares majores ſint, quam ſemicirculares canales hominis, bovis, equi. Atque ut magnitudinem, ita & formam invenimus variam in generibus variis, adeo ut in anatibus, aliiſque affinibus volatilibus canales illi non ſemicirculum, ſed ellipticum acutum arcum præſeferant.

In ſingulis vero eorumdem canalium ſemicircularium cavitatibus ſinguli exiſtunt nervei colliculi (e) iis, quos diximus, ſimiles, quorum quidem origo ab extremitatibus eſt nervorum veſtibulum adeuntium. Horum autem colliculorum diſcrimen a floc-

(a) *Tab. 4. fig. 2.* (b) *Tab. 4. fig. 2. B.* (c) *Ibid. fig. 2. F.* (d) *Tab. 4. fig. 2. C.* (e) *Tab. 4. fig. 2. A., D., E.*

a flocculo, ſeu penicillo cochleæ magnum eſt; nullum quippe in iis filamentum, ſed uniformis, mollis, ac pulpoſa ſubſtantia: ex quo formam ſenſorii auditus in canalibus ſemicircularibus a forma ſenſorii ejuſdem in cochlea haud parum differre obſervatione hac noſtra compertum eſt; quod indicare videtur, aut unam eamdemque auditus ſenſationem in diverſimode conſtructis ſenſorii partibus effici, aut ex ſenſationibus diverſis unam componi, aut ſenſorii partes alias ſonis ſervire aliis: quod poſtremum ſi eſſet, cochleæ ſenſorio, quod inter cætera maxime compoſitum ſit, primas forte in auditione perficienda dare deberemus.

Ut vero nulla ex penicillo cochleæ, ita nulla ex illis colliculis nervea productio emanat, quantum quidem obſervare potuimus, quæ membranæ formam exhibeat. Quare avium auditus ſenſorium in his tantum colliculis, atque in illo penicillo, non vero in pulpoſa nervea membrana labyrinthum intus veſtiente, quemadmodum de hominis, quadrupedumque aure autumant anatomici, conſtituiſſe natura videtur.

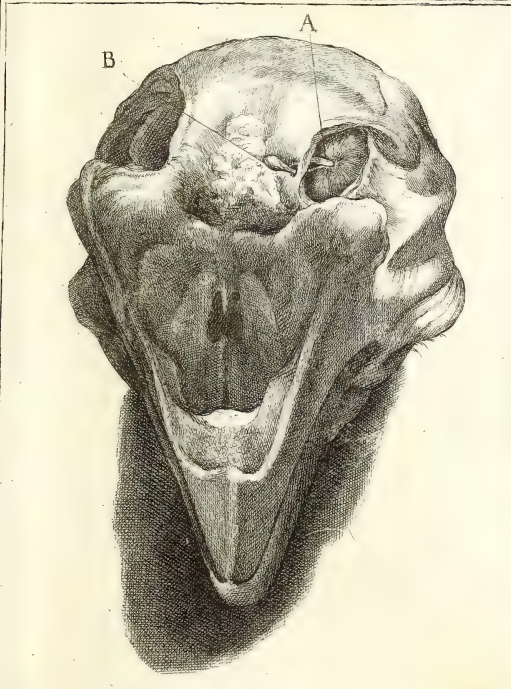
Poſtremo habet labyrinthus ſuam arteriam a nemine propoſitam, non exiguum ſcilicet arterioſum ramum a carotide productum, qui per peculiare, ac conſtans foramen (a) prope radicem canalis maximi collocatum in labyrinthum ipſum ingreditur, in ejuſque cavum ſuas fundit propagines.

Hæc de re anatomica in præſentiarum indicaſſe ſufficiat: ex quibus colligitur volatilium aures plures partes cum auribus quadrupedum communes habere, quam ad hæc uſque tempora creditum fuerit, non paucas autem ſibi proprias, quæ ſolertiſſimorum Proſectorum induſtriam huc uſque illuſerunt.

At vero noſtras de adumbratarum partium uſu opiniones, nonnullaque inde deducta nova, nec inutilia corollaria cum ad audiendi rationem, tum ad phyſicam animalem pertinentia alio ſermone complectemur, ſimulque ipſas modo vix commemoratas partes fuſius deſcribemus.

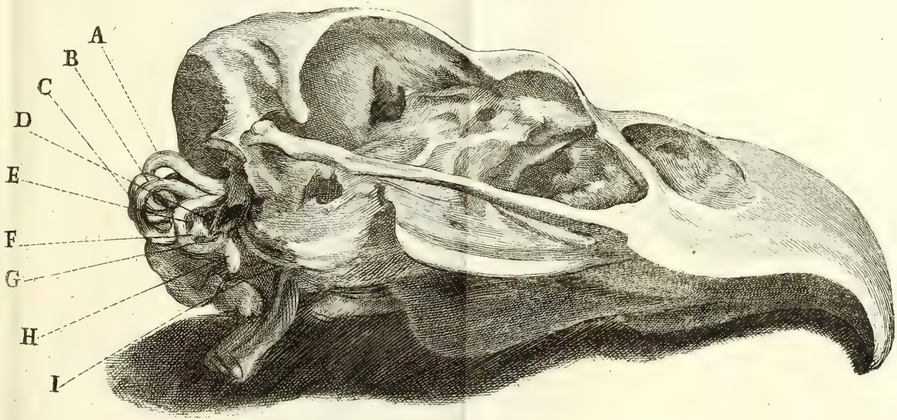
IN-

(a) *Tab. 4. fig. 3. D.*

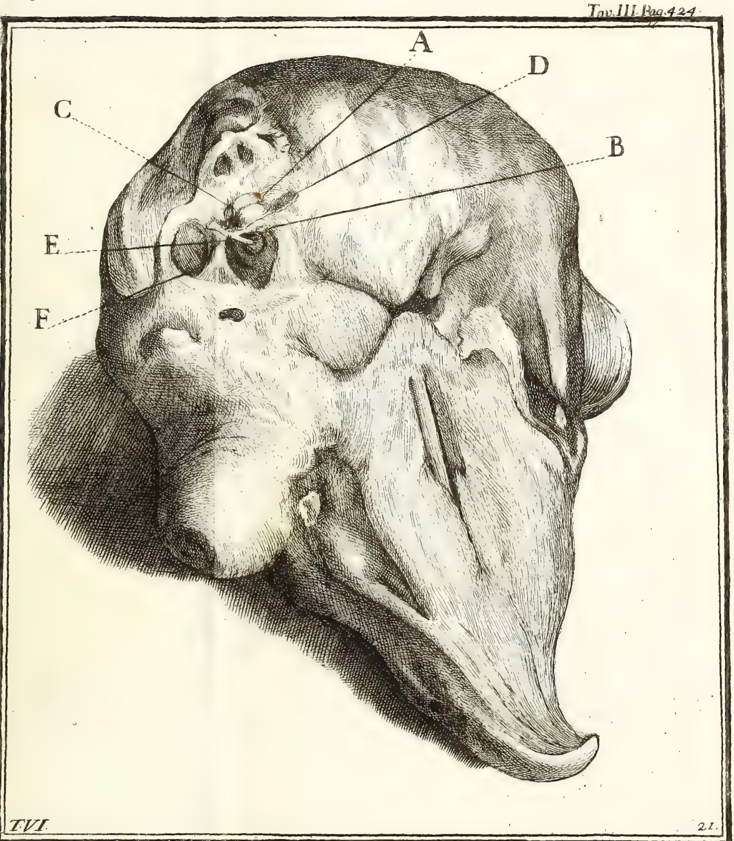


T. VI.

29.



T. VI.



T.VI.

21.

Fig. 1.

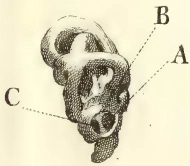
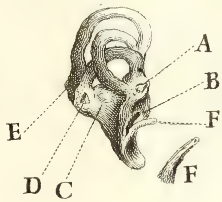


Fig. 2.



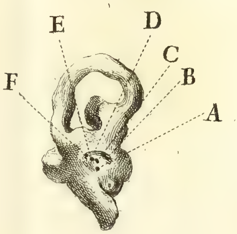


Fig. 3.

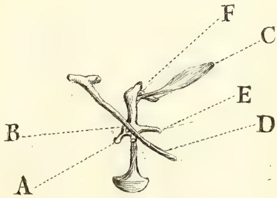


Fig. 4.

INDEX
TITULORUM,
Quibus Commentarii diviſi ſunt.

DE Senatoribus Inſtituti Præfectis pag. 2
De Profeſſoribus Inſtituti 5
De iis, quæ Inſtituto ad facultates varias amplificandas acceſſerunt 11
De Scientiarum Academia 24

AD NATURÆ HISTORIAM
SPECTANTIA.

De anguillarum ortu & propagatione 26
De plantis tribus ad ſua genera revocatis 33

CHYMICA.

De porectanarum aquarum ſalibus 35
De porectano quodam vapore flammam concipiente 41
De olivarum oleo 46

ANATOMICA.

De quorumdam animalium organo vocis 50
De volatilium aure 58
De obſervationibus ad uteri conſtructionem pertinentibus 59

MEDICA.

De morbo quodam ſudoribus, uriniſque nigerrimis inſigni 60
De morbo, qui lapſum ab excelſo loco, & inde ortum terrorem conſecutus eſt 64
De febre quadam epidemica 66
De mercurii ſublimati corroſivi uſu 69
De febrifugo quodam noſtrate 71
De æthiope ex laudano 72

CHIRURGICA.

De veſicæ punctione in iſchuria pag. 75
De meſocolo mirabilem in modum proſciſſo 76
De bubonocele cum ſphacelo 79

PHYSICA.

De mutationibus, quas lac ſubit in ventriculo, atque inteſtinis 84
De magnetica ferri virtute 86
De thermometri vitiis duobus corrigendis 88
Pro qua portione cum aquis fluminum quorumdam, dum tument, limus miſcetur. 91

MECHANICA.

De metallicarum formarum, in quibus vitreæ lentes elaborantur, conſtructione 93
De ſtaticæ, atque hydroſtaticæ principio decernendo 95
De maupertuiſiano minimæ actionis principio 96
De corporum rotatione 98
De motu rectilineo corporis attracti, aut repulſi a centro mobili 99

ANALYTICA.

De ſeriebus geometricis 100
De curvæ catenariæ æquatione 102
De æquatione quadam differentiali 103
De integratione cujuſdam æquationis inter quatuor variabiles, quarum una eſt functio trium reliquarum 104
De æquatione, cujus radices ſunt binarum datæ æquationis radicum ſummæ 107

ASTRONOMICA.

De bononienſi meridiana linea reſtituta 110
De cometis duobus, quorum alter anno MDCCLXIX, alter anno MDCCLXX apparuit. 111

INDEX
OPUSCULORUM.

BAciallii Joannis. *De luti quantitate in aqua Rheni turbida anno 1720 decimo ſexto cal. April. inventa* pag. 100
Baſſi Ferdinandi. *Novæ plantarum ſpecies* 13
De Porectanarum aquarum accenſibili vapore 295
De Thermalium Porectanarum aquarum ſalibus 308
Canterzani Sebaſtiani. *De curvæ catenariæ æquatione* 265
De machinis duabus ad metallicas formas, quibus vitreæ lentes conficiuntur, conſtruendas inventis 382
Canuti Laurentii. *De febri epidemica, quæ urbem Comachium anno 1766 invaſit* 230
Caſalii Bentivoli Paleotti Gregorii Philip. M. *De ſeriebus geometricis* 251
De Condorcet Nicolai. *De integratione æquationis* $a + bu + \frac{cdu}{dx} + \frac{gdu}{dy} + \frac{hdu}{dz} + \frac{id^2u}{dx^2}$ &c. $= 0$ 373
Friſii Paulli. *De rotatione corporum* 45
De æquatione quadam differentiali 71
Galeatii Dominici Guſmani. *De ſudore quodam, atque urina colore nigerrimo infectis* 1
Galli Joannis Antonii. *De uſu interno mercurii ſublimati corroſivi* 119
Galvani Aloyſii. *De volatilium aure* 420
Malvetii Bonfioli Alphonſi. *De Maupertuiſiano minimæ actionis principio* 315
Matteuccii Petronii. *De Staticæ, & Hydroſtaticæ principio decernendo* 286
Montii Cajetani. *De Anguillarum ortu, & propagatione* 392
Moſcæ Joſephi. *Tentamen de noſtrate febrifugo noviſſimo* 89
Mundini Caroli. *De Anguillæ ovariis* 406
Putii Vincentii. *De Analyſi olei olivarum* 75
Riccati Vincentii. *De motu rectilineo corporis attracti, aut repulſi a centro mobili*
DISQUISITIO PRIMA. *De motu rectilineo corporis attracti, aut repulſi a centro æquabiliter lato* 138
DISQUISITIO SECUNDA. *De motu rectilineo corporis attra-*

attracti, aut repulſi a centro, quod fertur motu æquabiliter accelerato, aut retardato pag. 167
DISQUISITIO TERTIA. *De motu corporis attracti, vel repulſi in ratione directa diſtantiarum a centro, quod quacumque data lege movetur* 188
DISQUISITIO QUARTA. *De motu corporis, quod iter facit in medio reſiſtente in ratione velocitatis, & quod in ratione diſtantiæ attrahitur, aut repellitur a centro quacumque lege gradiente* 212
Scarellæ Joannis Baptiſtæ. *De principiis viſionis directæ, reflexæ, & refractæ.* CAPUT QUARTUM 344
Slopii de Cadenberg Joſephi. *Theoriæ cometarum anni 1769, & anni 1770* 238
Trombellii Joannis Chryſoſtomi. *Epiſtola, qua reſpondetur quærenti, an in multis Italiæ locis filum ex geniſta ad telas contexendas conficiatur* 118
Veratti Joſephi. *Experimenta magnetica* 31
De lacte obſervationes, atque experimenta 269
Zanotti Euſtachii. *De Cometa anni MDCCLXIX.* 21
De limi tumentium fluminum aquis admixti quantitate 110
Zanotti Franciſci Mariæ. *De Thermometris.* 83

Vidit D. Philippus Maria Toſelli Clericus Regularis Sancti Pauli, & in Eccleſia Metropolitana Bononiæ Pœnitentiarius pro Eminentiſſimo, ac Reverendiſſimo Domino D. Andrea Tituli Sanctæ Pudentianæ Sacræ Romanæ Eccleſiæ Cardinali Joannetto, Ordinis Sancti Benedicti Congregationis Camaldulenſis, Archiepiſcopo Bononiæ, & Sacri Romani Imperii Principe.

Die 6. Februarii 1780.

IMPRIMATUR.

Fr. Aloyſius Maria Ceruti Sacræ Theologiæ Magiſter, & Vicarius Generalis Sancti Officii Bononiæ.

BRITISH MUSEUM NATURAL HISTORY